Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

ISSN 3061-7146

Enero 2026 - NÚMERO 19

La cueva de los cuentos

Conoce nuestra nueva sección

Premio fundadores

Conoce los ganadores del concurso

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Contenido

Carta editorial del presidente 5

ACTUARIOS OPINANDO

Sostenibilidad, sustentabilidad y sustainability: tres palabras que hoy redefinen la gestión del riesgo actuarial 9

Héctor Rode Haza

La nueva frontera en Seguros Paramétricos para un mundo cambiante 13

Marco Antonio de la Rosa Rodríguez

JORNADAS DE ACTUARIZACIÓN 30

ACTUARIOS TRABAJANDO

Comparativo de las tablas de mortalidad EMSSA 2009 y EMSSA 2015 31

Jorge Emmanuel Alarcón Castillo, César Adrián Hernández Viveros, Gloria Jazmín Pérez Mendoza, Mario César Serrano González, Miguel Ángel Gómez Delgado, Pedro Daniel Trejo Solís y Rosa Alicia García Sánchez

LA CUEVA DE LOS CUENTOS

El lenguaje universal 41

Benjamín de la Cueva Guerra

INVITADOS TRABAJANDO

La solución analítica general de las ecuaciones polinomiales de tercer grado 45

Mauricio Chávez Pichardo

PREMIO FUNDADORES

Identificación del nivel de riesgo en suscripción individual de seguros de daños con modelos basados en árboles de clasificación **61**

Categoría Estudiantes: Luis David Rodríguez Padilla

Estimación y proyección estocásticas de la mortalidad Mexicana empleando indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación **77**

Categoría Investigadores: José Daniel López Barrientos

Marco de trabajo para la contención de la inflación médica en el ramo de gastos médicos mayores **94**

Categoría Investigadores: Iván David Vázquez Álvarez

Una Gamificación Inesperada **124**

Categoría Profesionistas: Daniela Schaar Bernardi y Bertha María Lozano Tena

Regresión trivariada vía cópulas no paramétricas para la predicción de la inflación médica **144**

Categoría Profesionistas: Eric Daniel Hernández Jardon y Adrián Téllez Mora

Optimización de la Compensación de Agentes de Seguros: Un enfoque cuantitativo basado en elasticidad precio-demanda, preferencias de marca y estrategias de descuentos **158**

Categoría Profesionistas: Omar Said López Tronco

ANUNCIOS A LA MEMBRESÍA **175**

$_tV_x$
d_x
l_x
A_x
p_x
q_x
$\ddot{a}_x$

Estimadas y estimados colegas:

Presentamos una nueva edición de Actuarios Trabajando, en una etapa que no sólo renueva contenidos, sino también imagen y visión. Esta revista evoluciona porque nuestra profesión evoluciona. La nueva identidad gráfica que hoy compartimos simboliza ese proceso continuo de transformación, modernización y proyección que vive el CONAC y que caracteriza a la actuaría mexicana: rigurosa en lo técnico, consciente de su responsabilidad social y preparada para enfrentar los desafíos de un entorno cada vez más complejo.

Los trabajos que integran este número reflejan la amplitud y profundidad de nuestra disciplina. El análisis comparativo entre las tablas de mortalidad EMSSA 2009 y EMSSA 2015 ofrece evidencia empírica sólida sobre su impacto en la valuación de pasivos por pensiones, la estimación de la esperanza de vida y la medición del riesgo de longevidad. Más que una comparación técnica, el estudio representa una reflexión sobre la actualización permanente de nuestros supuestos biométricos y la importancia de sustentar decisiones actuariales en información estadística robusta.

En esta misma línea, el artículo dedicado a la solución analítica general de las ecuaciones polinomiales de tercer grado pone de relieve la profundidad matemática que caracteriza a la actuaría y muestra cómo los desarrollos analíticos forman parte natural del ejercicio profesional, aportando claridad conceptual y solidez técnica a nuestras aplicaciones. Este tipo de contribuciones reafirma la base científica que sostiene a la disciplina y fortalece la coherencia entre teoría y práctica.

Por su parte, el trabajo sobre sostenibilidad, sustentabilidad y sustainability amplía el horizonte tradicional de la gestión del riesgo actuarial. En un contexto de volatilidad climática, transformación regulatoria y creciente integración de criterios ambientales, sociales y de gobernanza, la actuaría se posiciona como una disciplina estratégica capaz de anticipar riesgos estructurales y contribuir a decisiones financieras responsables de largo plazo. Este enfoque no sólo enriquece la práctica profesional, sino que proyecta a la profesión hacia nuevos ámbitos de influencia.

La edición también reconoce la participación de los trabajos inscritos en el Premio Fundadores, iniciativa de la Asociación Mexicana de Actuarios que impulsa la investigación y el desarrollo técnico en distintas categorías: profesionales del sector asegurador, investigadores y estudiantes.

La calidad y diversidad temática de estos trabajos reflejan una comunidad activa, intergeneracional y comprometida con el fortalecimiento continuo del conocimiento actuarial.

Con particular emoción inauguramos en este número una nueva sección: La Cueva de los Cuentos, en homenaje al Act. Benjamín de la Cueva, fundador del CONAC. Abrimos este espacio con el cuento "El lenguaje universal", una pieza que, desde la sátira y el humor inteligente, nos invita a reflexionar sobre el lenguaje, la modernización y los límites de la simplificación. Esta sección nace como un reconocimiento a nuestro legado y como una invitación a preservar la dimensión humanista de la profesión. Recordar a quienes sembraron las bases del Colegio no es un ejercicio de nostalgia, sino un acto de identidad: **honrar el pasado para proyectar el futuro.**

Actuarios Trabajando reafirma así su vocación como espacio de encuentro, reflexión y difusión del conocimiento actuarial. Técnica y ética. Innovación y tradición. Rigor y creatividad. Esa combinación define lo que somos y lo que aspiramos a seguir construyendo como comunidad.

Agradecemos profundamente a quienes compartieron sus investigaciones, a quienes participaron en el Premio Fundadores, al comité editorial y a todas las personas que hacen posible esta publicación. La actuaría mexicana demuestra, una vez más, que está viva, en movimiento y comprometida con la excelencia profesional.

Sigamos fortaleciendo nuestra identidad, proyectando con visión estratégica el futuro de la disciplina y consolidando al CONAC como un referente técnico y académico.

Act. Mauricio G. Arredondo Fernández Cano

Presidente del CONAC Bienio 2025-2027

EDITOR EN JEFE

José Daniel López Barrientos

CONSEJO EDITORIAL

Mauricio Gabriel Arredondo Fernández Cano

Francisco Javier Ruíz de la Peña Olea

Anayelli Montagner Miranda

Daniel Alexis Cárdenas Hernández

Martha Guadalupe Pichardo Rojas

EDITORES ASOCIADOS

Claudia Feria Cuevas

Ricardo Ibarra Lara

Juan Manuel Martínez González

Juan Antonio Ortiz Pérez

Mónica Reyes Villegas

María del Carmen Fernández Reyes

James Edward Marín Noriega

Jaime Vázquez Alamilla

Verónica Maria del Carmen González Vázquez

CORRECCIÓN DE ESTILO

Ana Pamela Flores Herrera

DISEÑO GRÁFICO

Luisa Elena Ruiz Calderón

Priscilla Camargo Bacha

ACTUARIOS TRABAJANDO, volumen 19, enero-junio 2026, es una publicación semestral editada por el **Colegio Nacional de Actuarios A.C.** Calle Prof. Miguel Serrano 21 int. PH1 (planta 9). Col. Del Valle. CP03100. Tel. (55) 5559 2903. https://conacmexico.org.mx/.

Editor responsable: Dr. José Daniel López Barrientos. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo no. 04-2024-052914242500-102. ISSN: 3061-7146. Ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número: Colegio Nacional de Actuarios, Dr. José Daniel López Barrientos. Calle Prof. Miguel Serrano 21 int. PH1 (planta 9). Col. Del Valle. CP03100.
Fecha de última modificación: enero de 2026.

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

La Actuaría ha sido fundamental para el desarrollo, crecimiento y evolución del sector asegurador mexicano. El Colegio Nacional de Actuarios, A.C. (CONAC) fundado desde 1966, es la principal organización profesional que representa al gremio actuarial mexicano ante autoridades gubernamentales, organismos empresariales y asociaciones profesionales internacionales.

¡Acércate al CONAC, conoce los beneficios de ser miembro y forma parte de él!

Todos los actuarios son bienvenidos

Puedes afiliarte a cualquiera de los siguientes COMITÉS y/o SECCIONES PROFESIONALES:

- Investigación y Desarrollo Actuarial
- Certificación
- Certificación en Pasivos Laborales
- Educación Continua
- Asuntos Académicos
- Relaciones Internacionales
- Peritajes Actuariales Oficiales
- Profesionalismo
- Ciencia de Datos
- Capital Humano
- Estándares de Práctica y Auditoría Actuarial
- Cambio Climático y Sustentabilidad
- Reaseguro
- Enlace Universitario
- Asuntos Académicos

Miembro CONAC:

Para determinar la categoría de membresía que te corresponde, requerimos algunos datos básicos.

Te invitamos a completar el registro que encontrarás en la sección: https://conacmexico.org.mx/miembros-del-conac/

¿Quieres certificarte?

Contamos la Idoneidad por parte de la Secretaría de Educación Pública.

Las áreas de certificación son en los campos de Vida, Accidentes, Enfermedades y Salud, Daños, Fianzas, y Pasivos Laborales.

Informes en info@conacmexico.org.mx

/@conac.mx /conac_mx /conacoficial /conacmexico www.conacmexico.org.mx

Actuarios trabajando
Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

ACTUARIOS OPINANDO

Sostenibilidad, sustentabilidad y sustainability: tres palabras que hoy redefinen la gestión del riesgo actuarial

Héctor Rode Haza

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030401

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

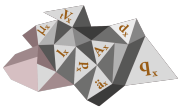
COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Sostenibilidad, sustentabilidad y sustainability: tres palabras que hoy redefinen la gestión del riesgo actuarial

Héctor Rode Haza[*,1]
[*]Colegio Nacional de Actuarios

RESUMEN En un contexto de volatilidad climática, cambios regulatorios y transformación financiera, la gestión del riesgo actuarial debe ir más allá del análisis histórico e incorporar factores estructurales que afectan la viabilidad de largo plazo. Los conceptos de sostenibilidad, sustentabilidad y sustainability aportan enfoques complementarios: la sostenibilidad ofrece una visión intergeneracional que equilibra desarrollo económico, social y ambiental; la sustentabilidad enfatiza la capacidad de adaptación y resiliencia operativa; y sustainability integra ambas dimensiones al sistema financiero global mediante criterios ESG y estándares regulatorios. Para los actuarios, esta convergencia implica incorporar riesgos climáticos, demográficos y de transición en sus modelos, fortaleciendo así una gestión anticipatoria y estratégica del riesgo.

Palabras clave
Sostenibilidad, sustentabilidad, sustainability, gestión del riesgo actuarial, factores ESG, riesgo climático.



Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 18 de febrero de 2026
Artículo comunicado por Mauricio Gabriel Arredondo Fernández Cano y preparado para el formato de esta revista por Emilio García González. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.

En un mundo marcado por la volatilidad climática, la presión regulatoria y la transformación de los mercados financieros, la gestión del riesgo ya no puede apoyarse únicamente en el análisis histórico. Las organizaciones están siendo forzadas a mirar más lejos, a replantear supuestos y a incorporar variables que hace apenas una década parecían externas al negocio. En esa conversación aparecen con fuerza tres palabras que a menudo se usan como sinónimos sostenibilidad, sustentabilidad y sustainability, pero que en realidad describen matices distintos de un mismo desafío: cómo asegurar que los sistemas económicos, sociales y ambientales puedan sostenerse en el tiempo sin poner en peligro su propia viabilidad futura.

Desde la disciplina actuarial, estos conceptos han dejado de ser semánticos. Hoy representan nuevas dimensiones del riesgo financiero.

La sostenibilidad suele referirse a una visión sistémica de largo plazo: equilibrar el desarrollo económico, el bienestar social y la protección del medio ambiente. Esta definición se consolidó a partir del trabajo impulsado por la Organización de las Naciones Unidas a finales del siglo XX, que colocó en el centro la responsabilidad intergeneracional. En América Latina, sin embargo, se habla con frecuencia de sustentabilidad para enfatizar algo más operativo: la capacidad concreta de sostener actividades productivas, infraestructura y comunidades mediante decisiones medibles, prevención y adaptación al cambio climático.

Ambas nociones convergen en el término inglés sustainability, que se ha vuelto el idioma común en la regulación financiera, la inversión responsable y la planeación estratégica global. Bajo ese concepto se agrupan hoy los factores ambientales, sociales y de gobernanza (ESG), no como una capa reputacional, sino como variables que influyen directamente en flujos de efectivo, costo del capital, valuación de activos y solvencia.

Esta evolución explica por qué organismos como el International Sustainability Standards Board han desarrollado estándares para que las empresas revelen cómo los riesgos y oportunidades en sostenibilidad afectan su desempeño financiero. De forma paralela, los informes científicos del Intergovernmental Panel on Climate Change han dejado claro que el cambio climático es una fuente estructural de riesgo económico, con impactos medibles sobre infraestructura, salud, cadenas de suministro y estabilidad macroeconómica.

Para los actuarios, la convergencia entre sostenibilidad, sustentabilidad y sustainability plantea una conclusión inevitable: si estos factores afectan la frecuencia y severidad de pérdidas, la suficiencia de reservas, la asignación de capital y la continuidad operativa, entonces deben incorporarse formalmente en los modelos de riesgo.

Los riesgos físicos derivados del cambio climático como huracanes, inundaciones, sequías, incendios forestales u olas de calor están modificando patrones históricos de siniestralidad. Esto obliga a recalibrar tarifas, escenarios extremos, provisiones técnicas y esquemas de reaseguro. Al mismo tiempo, los riesgos sociales y demográficos asociados a envejecimiento poblacional, salud pública o migraciones impactan seguros de vida, pensiones y productividad laboral. Finalmente, los riesgos regulatorios y de transición impuestos al carbono, nuevas exigencias de divulgación, cambios tecnológicos, redefinen sectores completos y crean tanto vulnerabilidades como oportunidades.

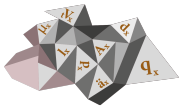
En este punto, la diferencia adquiere mayor claridad. La sostenibilidad aporta la visión sistémica de largo plazo: el equilibrio entre desarrollo económico, estabilidad ambiental y bienestar social bajo una lógica intergeneracional. La sustentabilidad, en cambio, pone el acento en la capacidad real de sostener operaciones, infraestructura y modelos productivos frente a un entorno cada vez más afectado por el cambio climático. Hoy, su expresión más visible se encuentra en la agenda climática: mitigación de emisiones, adaptación a fenómenos extremos, protección de activos físicos y fortalecimiento de la resiliencia operativa.

Por su parte, sustainability se ha consolidado como el marco global que integra ambas dimensiones dentro del sistema financiero, conectándolas con estándares internacionales, métricas ESG, divulgación regulatoria y decisiones de capital.

Para los actuarios, esta convergencia redefine el alcance de la disciplina. Modelar el futuro ya no implica únicamente proyectar tendencias demográficas o analizar datos históricos de siniestralidad, sino incorporar riesgos climáticos, transiciones regulatorias y transformaciones sociales que alteran las probabilidades fundamentales sobre las que se construyen nuestros modelos. La sostenibilidad amplía el horizonte estratégico; la sustentabilidad exige acción concreta frente a la volatilidad climática y sustainability integra ambos enfoques al lenguaje financiero global.

En un entorno donde la incertidumbre es estructural y no coyuntural, el verdadero valor no está en reaccionar ante el riesgo, sino en anticiparlo con rigor técnico. Y en esa tarea, los actuarios ocupan un papel estratégico: traducir la complejidad climática, social y regulatoria en decisiones cuantificables que protejan capital, fortalezcan la resiliencia y aseguren la continuidad de las organizaciones.

[1] Correo electrónico: hector.rode@sekura.mx



Héctor Rode Haza Líder con más de 35 años de experiencia en los sectores de seguros y salud, especialista en análisis y desarrollo de negocios tanto para marcas locales como globales.Actualmente es CEO de SEKURA | aer y a lo largo de su trayectoria ha ocupado posiciones ejecutivas de alto nivel en Aon, Centro Médico ABC, AXA, ING y GNP, donde ha impulsado estrategias de transformación, innovación y crecimiento.Su compromiso con la sostenibilidad se refleja en su rol como presidente del Comité de Cambio Climático y Sustentabilidad del Colegio Nacional de Actuarios (CONAC), además de ser miembro del Steering Committee de Clima y Sustentabilidad de la Asociación Internacional de Actuarios (IAA).Anteriormente, presidió durante más de seis años el Comité Coordinador de Seguros de Gastos Médicos en la AMIS.Es actuario egresado de la UNAM y cuenta con una maestría en Administración de Empresas por el ITAM.

Actuarios trabajando
Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

ACTUARIOS OPINANDO

La nueva frontera en Seguros Paramétricos para un mundo cambiante

Marco Antonio de la Rosa Rodríguez

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030402

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

COLEGIO
NACIONAL DE
ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

La nueva frontera en Seguros Paramétricos para un mundo cambiante

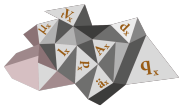
Marco Antonio de la Rosa Rodríguez[*,1]
[*]DRASolutions Consulting

RESUMEN Este artículo analiza el papel de los seguros paramétricos como instrumentos innovadores de transferencia de riesgos frente a desastres naturales, con énfasis en el contexto mexicano. Se describen sus fundamentos, características y diferencias respecto a los seguros tradicionales, destacando su rapidez de pago, transparencia y flexibilidad, al basarse en índices objetivos previamente definidos. El trabajo revisa la evolución histórica de estos productos, la experiencia de México a través del FONDEN y los bonos catastróficos, así como su marco regulatorio y el rol clave del reaseguro. Asimismo, examina aplicaciones sectoriales (agricultura, energía, infraestructura, turismo y sector público), beneficios, limitaciones técnicas —en particular el riesgo base— y retos asociados a la disponibilidad y calidad de los datos. Concluye que los seguros paramétricos complementan eficazmente a los esquemas indemnizatorios tradicionales y contribuyen a fortalecer la resiliencia financiera ante eventos catastróficos en un entorno de riesgos crecientes.

Palabras clave

Seguros paramétricos, desastres naturales, bonos catastróficos.

Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 6 de marzo de 2026
Artículo comunicado por José Daniel López Barrientos, y preparado para el formato de *Actuarios Trabajando* por Alberto Haber Sansores y Luis Ángel Corzo León. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.



1. INTRODUCCIÓN

En un país como México, inherentemente expuesto a una amplia gama de fenómenos naturales como huracanes, sismos, sequías e inundaciones, las consecuencias económicas para individuos, empresas y el gobierno pueden ser devastadoras. Los esquemas tradicionales de seguros, si bien fundamentales, a menudo presentan desafíos en términos de evaluación de daños, largos tiempos de indemnización y altos costos operativos.

Los seguros paramétricos son conceptos nuevos en muchos países, por lo tanto, son poco conocidos en la sociedad civil, desafortunadamente, aún más, por las comunidades vulnerables (vea Hernández Jiménez (2023)). Debido tanto a los avances tecnológicos como al incremento y la severidad de las pérdidas provocadas por las catástrofes naturales, los seguros paramétricos han cobrado gran relevancia a nivel mundial. En este contexto, los seguros paramétricos emergen como una solución innovadora y complementaria. A diferencia de los seguros tradicionales que indemnizan en función de las pérdidas reales sufridas, los seguros paramétricos se activan cuando un parámetro objetivo predefinido (como la intensidad de un sismo, la cantidad de lluvia caída o la velocidad del viento) alcanza un umbral específico.

México ya es uno de los pioneros globales en este tipo de seguros, pues en nuestro país actualmente se comercializan coberturas paramétricas para atender, por ejemplo, huracanes, terremotos y exceso o falta de lluvia. Las coberturas paramétricas se otorgan a sectores y activos diversos. Estas tienen un uso flexible y hecho a la medida, ya que pueden utilizarse, por ejemplo, para cubrir la responsabilidad presupuestaria y de infraestructura de un gobierno federal, las pérdidas de ingresos de comercios u hoteles a raíz de un desastre y la falta de producción o distribución de energía eléctrica. También se utilizan como efectivo de emergencia para una familia.

Los seguros paramétricos complementan las pólizas tradicionales, pues amplían el espectro de opciones de transferencia de riesgo de los clientes y ayudan a reducir la brecha de protección contra desastres naturales, ofreciendo importantes beneficios: pago rápido y transparente del siniestro, incluso a los pocos días después de haber ocurrido el evento; alta flexibilidad, porque pueden diseñarse coberturas a la medida en aspectos como el límite otorgado, las ubicaciones aseguradas y los peligros cubiertos; complemento para las brechas de cobertura (exclusiones o exposiciones sublimitadas) en las pólizas convencionales, y uso a discreción de los recursos del pago.

Es importante mencionar que el reaseguro es esencial para los seguros paramétricos, ya que provee no solo el conocimiento para su diseño y tarificación, lo cual requiere una alta especialización técnica, sino también el respaldo financiero para la existencia de estas coberturas.

El propósito de explorar la importancia de los seguros paramétricos en México radica en comprender su potencial para ofrecer una protección más rápida, transparente y eficiente ante eventos catastróficos. Al desvincular la indemnización de la evaluación individual de daños, estos seguros pueden agilizar la recuperación económica, reducir la incertidumbre y fortalecer la resiliencia financiera a nivel nacional (vea el reporte de Bonazzi *et al.* (2023)). Analizar su aplicación y los desafíos para su adopción en el contexto mexicano se vuelve crucial para construir un futuro más seguro y preparado ante los embates de la naturaleza.

2. HISTORIA Y CARACTERÍSTICAS DE LOS SEGUROS PARAMÉTRICOS

Este tipo de seguros es un producto relativamente reciente en el mundo de las finanzas y ha evolucionado a partir de una combinación de factores y avances en diferentes disciplinas, como la estadística, la meteorología y las finanzas cuantitativas.

A diferencia de los seguros tradicionales, que indemnizan por los daños reales, los seguros paramétricos basan sus pagos en el desencadenamiento de un evento predefinido y la medición de un índice específico.

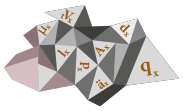
1. Décadas de 1980 y 1990: Primeros Experimentos. Organizaciones internacionales como el Banco Mundial y el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo comenzaron a explorar la viabilidad de estos instrumentos financieros para gestionar riesgos en países en desarrollo.

2. Inicios del s. XXI. El aumento en la frecuencia e intensidad de los desastres naturales a nivel global impulsó la búsqueda de soluciones más eficientes y rápidas para gestionar estos riesgos.

3. Creación de Fondos y Mecanismos Regionales. Caribbean Catastrophe Risk Insurance Facility (CCRIF), fundado en 2007, fue uno de los primeros mecanismos regionales en ofrecer cobertura contra desastres naturales a múltiples países, utilizando un enfoque paramétrico.

4. Avances tecnológicos. La mejora en la capacidad de recopilar y analizar datos climáticos, así como el desarrollo de modelos matemáticos más sofisticados, permitieron diseñar productos de seguro más precisos y personalizados.

5. Otros fondos regionales. Similares en otras partes del mundo, como en el Pacífico y en África, para atender las necesidades específicas de cada región.



[1]Correo electrónico: marcodelarosa@drasoluciones.com.mx

3. EL FONDO DE DESASTRES NATURALES Y LOS BONOS CATASTRÓFICOS

3.1. Los primeros pasos

- El Fondo Nacional de Desastres (FONDEN) de las primeras instituciones en explorar la implementación de seguros paramétricos en México. A través de este fondo, se iniciaron proyectos piloto que vinculaban los pagos de indemnizaciones a índices climáticos específicos.
- Se creó en 1996, sin embargo, es importante destacar que, aunque fue creado en ese año, no fue hasta 1999 cuando se emitieron sus primeras Reglas de Operación y se volvió plenamente operativo.
- Creado con el objetivo de:
    - Minimizar los impactos de los desastres naturales en México, proporcionando una respuesta rápida y efectiva, coordinando las acciones de los diferentes actores involucrados y fortaleciendo la capacidad de respuesta del país ante estos eventos, brindando apoyo financiero a las entidades federativas y a la Administración Pública Federal para atender las emergencias y reconstruir las zonas afectadas por desastres naturales.
    - Agilizar la respuesta, coordinar acciones, fortalecer la capacidad de respuesta, reconstruir la infraestructura y recuperar la economía local.

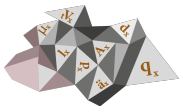
El fideicomiso del FONDEN fue dado de baja como parte de un proceso más amplio de extinción de fideicomisos en México en 2021. Actualmente, México cuenta con el "Programa para el Fondo de Desastres Naturales" que tiene como objetivo principal el llevar a cabo programas y proyectos destinados a mitigar los daños provocados por fenómenos naturales. El presupuesto estimado para este programa en el PPEF 2024 es de $18 mil millones.

3.2. Bonos Catastróficos

México fue pionero en la emisión de bonos catastróficos a nivel gubernamental. El primer bono catastrófico (cat bond) de México fue emitido en 2006 (vea la nota de Saldívar (2025)).

Este **instrumento financiero innovador permitió al país transferir parte del riesgo asociado a desastres naturales a los mercados de capitales internacionales**. Al emitir estos bonos, México se aseguró una fuente de financiamiento rápida y predecible en caso de ocurrir un evento catastrófico, como un huracán o un terremoto.

- **Alta vulnerabilidad:** México es un país altamente expuesto a diversos peligros naturales, como huracanes, sismos e inundaciones. Búsqueda de alternativas: La emisión de cat bonds se presentó como una alternativa a los seguros tradicionales, ofreciendo mayor flexibilidad y acceso a mayores cantidades de capital.
- **Fortalecimiento de la gestión de riesgos:** Estos instrumentos permitieron al gobierno mexicano fortalecer su capacidad de respuesta ante desastres naturales y mejorar la resiliencia del país.



3.3. ¿Por qué son importantes los cat bonds para México?

- **Financiamiento rápido:** En caso de desastre, los fondos de los cat bonds se liberan de manera inmediata, lo que permite acelerar la respuesta y la recuperación.
- **Transferencia de riesgo:** Al emitir estos bonos, el gobierno transfiere parte del riesgo a los inversores, reduciendo su exposición financiera a eventos catastróficos.
- **Diversificación de fuentes de financiamiento:** Los cat bonds complementan otras fuentes de financiamiento, como los seguros tradicionales y los presupuestos públicos.

4. IDENTIFICACIÓN Y EVALUACIÓN DE RIESGOS DE MANERA MÁS EFECTIVA, PERMITIENDO EL DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE PROTECCIÓN MÁS ROBUSTAS A TRAVÉS DE ESTOS SEGUROS

Los riesgos estratégicos podrían afectar los objetivos estratégicos de la compañía, y, por ende, el aparato financiero, pueden traer incertidumbre, pero también oportunidades, dependiendo de la gestión que se les dé a las amenazas.

Las organizaciones enfrentan distintos riesgos o incertidumbres, pero si no las analiza, estas pueden desencadenar en un daño irreversible; pero si los conoces, los estudias y gestionas, no sólo tendrás tiempo de evitarlos o mitigarlos, sino también de convertirlos en oportunidades.

Una de las claves para conocer los riesgos estratégicos que pueden afectar los objetivos empresariales es elaborar un mapa de riesgos, una herramienta que se construye con distintas fuentes de información y que se convierte en una guía para identificar los riesgos a los que estaría expuesta la compañía; califica y cuantifica la probabilidad de esos eventos y mide el daño, así como la probabilidad de ocurrencia (vea los trabajos de EAE Business School (2024); Pareja (2023)). De acuerdo con los Mapas de Riesgos para identificar y gestionar los riesgos, nos ayudan a realizar un seguimiento de las vulnerabilidades clave y, en este sentido, puede facilitar el desarrollo de estrategias concretas para prevenir el fracaso financiero.

1. Los lugares en los que radica el riesgo, y las vías a lo largo de las cuales este riesgo puede manifestarse o contagiarse:

vincula los procesos de negocios con sus correspondientes riesgos, permite trazar las causas de un evento en concreto y ayuda a evaluar su impacto a lo largo de la organización, ayuda a visualizar la magnitud de los riesgos, a verlos con un ángulo de 360° con el propósito de trazar estrategias adecuadas para su manejo.

- **Paso 1: Nombrar un comité de riesgos.** Dentro de la organización debe haber un compromiso con la construcción del mapa, por eso, desde el Gobierno Corporativo se debe nombrar un comité que se asegure de llevar acabo un cumplimiento. Esto permite tener una información amplia para entender mejor las amenazas tanto de tu empresa como de los procesos y proyectos.
- **Paso 2. Definir qué es un riesgo.** No puedes saber qué vas a mitigar si no sabes cuáles son los riesgos a los que te estás enfrentando, por eso, los integrantes del comité deben definir qué es un riesgo, y hacer un análisis cuantitativo y cualitativo para unificar los criterios.
- **Paso 3: Identificar los riesgos.** Cada área deberá analizar sus procesos y procedimientos para identificar los posibles riesgos inherentes a sus actividades diarias. Una vez identificados, se debe realizar un inventario de estos para describir cada uno de ellos y así conocer sus posibles consecuencias. Esta labor promueve el trabajo en equipo de la organización, la responsabilidad, la colaboración y la conciencia colectiva.
- **Paso 4: Valorar los riesgos.** Con la información obtenida en el paso 3 puedes valorar los riesgos para establecer el nivel de cada uno y conocer las acciones que se van a implementar. Los valores deben ser medibles con el grado de probabilidad, el impacto y la ocurrencia de cada riesgo (alto, medio o bajo). Define si el riesgo es sistemático o no. El primero es la posibilidad de que el sector tenga una crisis, como una recesión económica. El segundo es cuando una compañía específica del sector falla. Debes considerar todos los riesgos para tener un buen plan de acción.
- **Paso 5: Matriz de priorización.** Después de valorar las amenazas, de acuerdo a la probabilidad, ocurrencia e impacto, se debe establecer una matriz de priorización para saber cuáles requieren un tratamiento inmediato.

A cada riesgo se le asigna una calificación:

- **Alto:** Es muy factible que se presente y se identifica con el color rojo.
- **Medio:** Es factible que se presente, se identifica con el color amarillo.
- **Bajo:** Muy poco factible. Le corresponde el color verde.

2. **Gestión de Riesgos y Seguros Paramétricos: Una Combinación Poderosa:** La gestión de riesgos es un proceso fundamental para cualquier organización o individuo que busca protegerse de eventos inesperados. Al combinar esta disciplina con los seguros paramétricos, se puede crear un sistema de protección más eficaz y eficiente.

3. **¿Cómo la gestión de riesgos identifica y evalúa riesgos para diseñar seguros paramétricos?**

   a) **Identificación de Riesgos:**

   - **Análisis histórico:** Se estudian eventos pasados (sequías, inundaciones, huracanes, etc.) para identificar los riesgos más probables y su frecuencia.
   - **Experiencia de expertos:** Se consulta a expertos en diferentes áreas (meteorología, geología, etc.) para obtener una visión más completa de los riesgos. evaluar la vulnerabilidad de una región o sector.

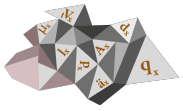
   b) **Evaluación de Riesgos:**

   - **Probabilidad:** Se estima la probabilidad de ocurrencia de cada riesgo identificado.
   - **Impacto:** Se evalúa el impacto financiero potencial de cada riesgo (vea el reporte del Centro Nacional de Prevención de Desastres (2024)).
   - **Vulnerabilidad:** Se analiza la capacidad de una organización o comunidad para resistir y recuperarse de un evento adverso.

   c) **Diseño de Seguros Paramétricos:**

   - **Selección de índices:** Se seleccionan índices relevantes que midan la intensidad del evento (por ejemplo, velocidad del viento para huracanes, nivel de precipitación para sequías).
   - **Establecimiento de umbrales:** Se define un umbral para cada índice, a partir del cual se activará el pago de la póliza.
   - **Cálculo de primas:** Se calcula la prima de la póliza en función de la probabilidad y el impacto del riesgo.

   La gestión de riesgos y los seguros paramétricos trabajan juntos para crear un sistema de protección más eficaz. Al identificar y evaluar los riesgos de manera



precisa, se pueden diseñar seguros paramétricos que ofrezcan una cobertura adecuada y oportuna.

5. SEGUROS PARAMÉTRICOS Y SU NORMATIVIDAD

Los seguros paramétricos, en su mayoría, son contratos de adhesión y, al igual que cualquier producto de seguro tradicional, deben registrarse ante la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), en cumplimiento a lo dispuesto en la Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas (LISF). Es importante, que el regulador y el sector asegurador sigan trabajando de la mano en el entendimiento, desarrollo e impulso de los seguros paramétricos, con base en las necesidades de los usuarios, quienes buscan instrumentos simples, fáciles de entender y a costos accesibles. En la medida en que exista una mayor y adecuada oferta de éstos, las personas podrán acceder a una mayor protección, en caso de algún desastre. La normativa a la que se apegan este tipo de seguros y que influyen directamente en la correcta operación de las aseguradoras y el funcionamiento de los contratos de seguros son:

- LISF.
- Ley Sobre el Contrato de Seguro.
- Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros.

1. **¿Por qué es necesario registrar los seguros paramétricos ante la CNSF?**

   a) **Protección al consumidor:** Al registrar los productos, se garantiza que cumplan con ciertos estándares de calidad y que la información proporcionada a los asegurados sea clara y veraz.

   b) **Supervisión del mercado:** La CNSF realiza una supervisión constante del mercado asegurador para identificar posibles riesgos sistémicos y garantizar la solvencia de las aseguradoras.

   c) **Establecimiento de reglas claras:** La regulación de la CNSF proporciona un marco legal claro y preciso para la operación de los seguros paramétricos, lo que contribuye a la estabilidad y desarrollo del mercado.

2. **¿Qué implica el registro de un seguro paramétrico?** El proceso de registro de un seguro paramétrico ante la CNSF implica la presentación de una serie de documentos y la obtención de las autorizaciones correspondientes. Entre los requisitos más comunes se encuentran:

   a) **Descripción detallada del producto:** Se debe presentar una descripción clara y concisa del producto, incluyendo su funcionamiento, los riesgos cubiertos y los beneficios para el asegurado.

   b) **Modelo matemático:** Se debe presentar el modelo matemático utilizado para calcular las probabilidades de ocurrencia de los eventos asegurados y determinar el monto de las indemnizaciones.

   c) **Información sobre la aseguradora:** La aseguradora debe demostrar su solvencia y capacidad financiera para asumir los riesgos asociados al producto.

   d) **Condiciones generales del contrato:** Se deben presentar las condiciones generales del contrato, las cuales deben ser claras y comprensibles para el asegurado.

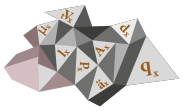
3. **Los seguros paramétricos son también conocidos como seguros no-tradicionales.** Estos seguros se ejecutan cuando se cumplen los "parámetros" establecidos en la póliza, y no solo indemnizan daños directos a la propiedad sino también a la pérdida económica directa o indirecta.

4. **Esta cobertura no indemniza la pérdida real, a diferencia de los seguros tradicionales**, sino que asegura al tenedor de la póliza contra la ocurrencia de un evento específico mediante el pago de una cantidad fija predeterminada en función de la magnitud del evento catalizador, según lo establecido.

5. **Nacen como una necesidad de contar con instrumentos de transferencia de riesgo** con menor costo de adquisición, transparencia y que permitan el acceso a indemnizaciones al poco tiempo de ocurrido un evento catastrófico.

6. **A diferencia de los seguros tradicionales, la indemnización en los seguros paramétricos ocurre al cumplirse con las condiciones de un Índice Disparador especificado en el contrato de seguro**, sin que exista un proceso de ajuste de pérdidas preliminar (aunque se puede llegar a solicitar una evidencia o prueba del daño sufrido posterior al evento, por ejemplo en un plazo de 180 días), haciendo que el costo de adquisición del seguro sea menor y que el plazo de tiempo para recibir la indemnización sea más corto.

7. **El índice disparador puede ser, en principio, cualquier indicador**; sin embargo, para un correcto funcionamiento del instrumento paramétrico, debe ser algo medible y confiable, además de tener una adecuada correlación con las pérdidas esperadas.



6. TIPOS DE SEGUROS PARAMÉTRICOS Y SUS CARACTERÍSTICAS

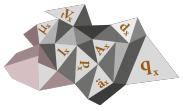
1. **Tipos de seguros paramétricos** (según Alianza del Sector Privado para Sociedades Resilientes ante Desastres (2022)):

    - **Paramétrico simple:** En este tipo de seguros se encuentran los conocidos como "cat-in-abox" que, aunque son sencillos para la operación y entendimiento, pueden presentar una baja correlación con las pérdidas reales. Instrumento paramétrico simple que corresponde a una versión del bono catastrófico del terremoto del año 2006 para México. En el caso del bono catastrófico de terremoto para México, se establecieron tres zonas (A, B y C) y en cada una de estas se definieron límites, tanto de magnitud como de profundidad para los eventos detonadores. El requisito para el pago, en este tipo de instrumentos, consiste básicamente en que el epicentro del terremoto esté localizado dentro de una de las tres zonas y que se cumplan los requisitos de magnitud y profundidad. Por otro lado, tenemos como ejemplos de este tipo de seguros, la cobertura para FONDEN 2012 con capacidad de aseguramiento por USD $315 millones por tres años, considerando tres notas en el mercado de capitales: una para terremoto y dos para huracán. Asimismo, otro cat-in-a-box indemnizó al Gobierno de México con el 50 % de la suma asegurada por los daños que causó el Huracán Patricia, el cual fue calificado por la NOAA como categoría 5.
    - **Paramétrico doble:** Este tipo de seguro considera, adicionalmente al paramétrico simple, la necesidad de comprobar la existencia de una pérdida económica (ej. interrupción o disminución de ingresos, daños físicos, entre otros) o daños materiales a consecuencia del evento o fenómeno natural.
    - **Pérdida modelada:** Este tipo de seguro paramétrico se sustenta en un modelo robusto y completo para la estimación probabilista de pérdidas.
        - En este caso, la pérdida calculada con el modelo constituye el disparador, si la pérdida modelada (no real) supera un umbral predefinido se realiza el pago; por lo que, en la medida, que el modelo computacional base será menor y el seguro paramétrico será más confiable.
        - Cuando se cuenta con un portafolio distribuido geográficamente en un área extensa (como puede ser la infraestructura que pertenece a un gobierno), una medida puntual del evento detonante (como en el caso de los paramétricos tipo "cat-in-a-box") puede no ser suficiente para la correcta indemnización de las pérdidas.
        - El riesgo de este tipo de modelo responde a modelos no suficientemente sofisticados e información incompleta o no actualizada o no cierta.

    Un ejemplo en este tipo de seguro es el CCRIF, el cual es un fondo de riesgos para países del Caribe y Centroamérica, establecido por el Banco Mundial en 2007 a través de pagos a gobiernos nacionales ante catástrofes que generan cierto nivel de pérdidas dentro del modelo predefinido.
    - **Por declaratoria de emergencia.** En estos seguros, los detonadores se definen alrededor de las declaratorias de emergencia: pandemia, desastres, etcétera, emitidas por autoridades imparciales. Un seguro paramétrico de declaratoria es el esquema para apoyar a países que contribuyan ante una pandemia, mismo que considera declaratorias de la OMS.
    - **Los seguros paramétricos, o basados en índices,** son una modalidad de seguros que cubren la probabilidad de ocurrencia de un evento predefinido. En lugar de indemnizar las pérdidas reales sufridas por el asegurado, se basan en la materialización de un evento que dispara la cobertura, medida a partir de un parámetro o índice. La sola materialización del evento genera el pago de una compensación acordada previamente. Bajo esta óptica, uno de los aspectos más importantes a considerar para efectos regulatorios es que el pago compensatorio en un seguro paramétrico se desencadena por la ocurrencia de un evento, y no por una pérdida material específica, como es el caso de los seguros tradicionales, basados en el principio indemnizatorio.

2. **Estructura de los seguros paramétricos**

    - **Riesgos por cubrir:** son los hechos fortuitos que ante su realización generan el pago de una compensación en dinero o en especie. Corresponden a las circunstancias externas que escapan al control del asegurado y que tienen un impacto significativo en los ingresos o en el patrimonio del asegurado.
    - **Umbral o valor del índice:** es el punto de referencia considerado para activar la cobertura. Este umbral puede ser binario o escalonado. Para el primer caso, se paga la totalidad de la suma acordada una vez alcanzado el umbral. En el segundo caso, la compensación se realiza de acuerdo con la magnitud del



evento asegurado.

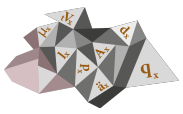
- **Evento desencadenante:** corresponde al mecanismo que activa la cobertura del seguro, una vez se valide que la condición de pago se cumple frente al umbral o índice establecido.
    - **Minimizar o eliminar el riesgo base** ha sido un reto en el diseño de los seguros paramétricos cuando se trata de correlacionarlos con los daños reales. Esto supone un aspecto muy importante a considerar cuando se lleva a cabo esta tarea, evidenciando la importancia de las fuentes de datos, los algoritmos para su análisis y su correlación con los perjuicios económicos de los asegurados ante la ocurrencia de un determinado evento.

3. **Disparador** Entre los disparadores utilizados en los seguros paramétricos se tienen:

    - **Intensidad del evento natural registrada** en estaciones de monitoreo. Ejemplo, velocidad de viento registrada en anemómetros.
    - **Intensidad del evento natural estimada** con modelos computacionales. Ejemplo, aceleración del terreno originada por un sismo.
    - **Pérdida económica calculada** ante el impacto de sismos o huracanes empleando un modelo de riesgo catastrófico.
    - **Características del evento natural reportada** por fuentes reconocidas internacionalmente. Ejemplo, para el caso de los huracanes la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica de los Estados Unidos reporta la presión central y velocidad máxima de viento durante la trayectoria de huracanes activos en los océanos Atlántico y Pacífico.
    - **Declaratoria de emergencia local o nacional.** Este disparador puede tener problemas relacionados con su transparencia. Si se utiliza, debe asociarse, siempre, a un proceso claro de toma de decisiones.

    El disparador o indicador utilizado para fijar el pago por los siniestros debe presentar las siguientes características:

    - El indicador debe ser fácilmente observable y medible, y debe quedar claro de qué manera impactan los valores a los beneficios resultantes.
    - El indicador debe ser transparente, objetivo y verificable por fuentes independientes.
    - El indicador debe ser un buen predictor del riesgo cubierto; no se debe activar un pago a menos que ocurra el evento de riesgo asegurado.



    - Los terceros interesados y los asegurados deben tener acceso independiente a los datos y al cálculo de la compensación.

    Tradicionalmente, los seguros paramétricos se han diseñado para ofrecer una estructura de pago más simple y rápida que los seguros tradicionales, evitando así la complejidad de los deducibles y coaseguros. Estos últimos están más asociados a seguros basados en daños específicos, donde se requiere una evaluación individualizada de cada siniestro. Sin embargo, la evolución de los seguros paramétricos ha llevado a cierta flexibilidad en su diseño. Algunas pólizas paramétricas más sofisticadas pueden incorporar elementos como:

    - **Umbrales múltiples:** En lugar de un único umbral, se pueden establecer varios niveles de severidad del evento, cada uno con una indemnización correspondiente. Esto puede funcionar como una especie de "deducible gradual".
    - **Participación del asegurado:** En algunos casos, se puede requerir que el asegurado contribuya a una parte del costo de la indemnización, lo que se asemeja a un coaseguro.
    - **Combinación con seguros tradicionales:** Para cubrir riesgos más complejos, los seguros paramétricos pueden complementarse con coberturas tradicionales, incluyendo deducibles y coaseguros.

4. **¿Por qué se han evitado tradicionalmente los deducibles y coaseguros en seguros paramétricos?**

    - **Simplicidad:** La principal ventaja de los seguros paramétricos es su simplicidad. La introducción de deducibles y coaseguros podría complicar el proceso de cálculo de la indemnización y generar confusiones.
    - **Rapidez:** Estos elementos pueden retrasar el pago de la indemnización, ya que requerirían cálculos adicionales.
    - **Naturaleza del riesgo:** Los seguros paramétricos suelen cubrir riesgos de gran escala y difícil cuantificación, donde la determinación de un daño exacto puede ser compleja.

7. SEGUROS TRADICIONALES *VS.* PARAMÉTRICOS: VENTAJAS Y DESVENTAJAS

Basamos nuestra exposición en la tabla 1.

1. **¿Por qué no sustituyen completamente a los seguros tradicionales?** Un seguro paramétrico no sustituye com-

Característica	Seguros tradicionales	Seguros paramétricos
Cobertura	Daños específicos	Índice predefinido
Indemnización	Basada en la evaluación de daños	Basada en el cumplimiento de un umbral
Proceso de reclamación	Más complejo	Más sencillo y rápido
Adaptabilidad	Amplia gama de riesgos	Más enfocado en eventos catastróficos
Certeza	Menor certeza en el monto a recibir	Mayor certeza en el monto a recibir

Tabla 1 Distinición entre los esquemas de seguros tradicionales y los paramétricos.

pletamente a un seguro tradicional, sino que lo complementa. Los seguros tradicionales y paramétricos ofrecen diferentes ventajas y desventajas. La elección del tipo de seguro dependerá de las necesidades específicas de cada asegurado y de las características del riesgo a cubrir. En muchos casos, la combinación de ambos tipos de seguros puede ofrecer una protección más completa y eficaz. Cada tipo de seguro tiene sus propias características y se adapta a diferentes necesidades:

- **Naturaleza de la cobertura:** Los seguros paramétricos se basan en índices (como la velocidad del viento en un huracán) y no en la evaluación de daños específicos. Esto significa que pueden no cubrir todas las pérdidas posibles, especialmente aquellas que no están directamente relacionadas con el índice.
- **Complejidad de los riesgos:** Algunos riesgos son muy complejos y difíciles de modelar a través de un índice. En estos casos, un seguro tradicional que evalúa los daños de manera individual puede ser más adecuado.
- **Necesidad de ambos:** En muchos casos, la combinación de un seguro paramétrico y uno tradicional puede ofrecer una protección más completa. Por ejemplo, un seguro paramétrico puede cubrir las pérdidas iniciales tras un desastre, mientras que un seguro tradicional puede cubrir los daños a largo plazo.

2. ¿Cuándo es más adecuado un seguro paramétrico?

   - Eventos catastróficos: Los seguros paramétricos son especialmente útiles para cubrir riesgos asociados a eventos catastróficos, como huracanes, terremotos o inundaciones.
   - Riesgos difíciles de medir: Son ideales para cubrir riesgos que son difíciles de evaluar económicamente, como la pérdida de reputación o la interrupción de negocios.
   - Necesidad de rapidez: Cuando la rapidez en el pago de la indemnización es crucial, los seguros paramétricos son una excelente opción.

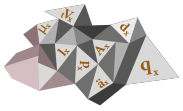
3. ¿Cuándo es más adecuado un seguro tradicional?

   - Daños específicos: Los seguros tradicionales son más adecuados para cubrir daños específicos a bienes o propiedades.
   - Riesgos complejos: Cuando el riesgo es complejo y difícil de modelar a través de un índice, un seguro tradicional puede ser más adecuado.
   - Necesidad de una evaluación detallada: Si se requiere una evaluación detallada de los daños para determinar la indemnización, un seguro tradicional es más apropiado.

Seguro paramétrico y tradicional, complemento perfecto en la temporada de huracanes.

- El seguro paramétrico no está diseñado para reemplazar a uno tradicional o viceversa, son ideales para protegerte de un riesgo de manera integral.
- Aunque a simple vista ambas coberturas parecen muy similares en su objetivo de proteger daños, estas son sus diferencias:
- Por ejemplo, un seguro paramétrico cubre aspectos como la interrupción del negocio aún si no hubiera daños devastadores en el inmueble. Imagina que tienes un hotel en una playa.
- Debido a un huracán se colapsó el sistema de energía. Tu edificio no tuvo daños, pero no puedes operar sin luz. Tus pérdidas por inactividad no se pueden cubrir por un seguro tradicional, pero si el huracán en cuestión fue de la categoría que tu póliza paramétrica cubre, recibes la indemnización.

Se activan bajo circunstancias distintas. El seguro tradicional se activa únicamente si existe un daño físico que está cubierto, mientras que el seguro paramétrico se activa cuando se cumplen los parámetros asegurados, haya daño físico o no. Este tipo de coberturas (los paramétricos) también reducen la complejidad del proceso de análisis de pérdidas con el ajustador. Pues mientras el evento haya sido de la magnitud asegurada, recibes



el pago. Por lo tanto, el seguro paramétrico tiene beneficios en cuanto a liquidez y velocidad de pago. El seguro paramétrico, por otro lado, es un producto personalizado con índices únicos. Se basa en las necesidades específicas de cada cliente, alineado con su nivel de riesgos. En cuanto a su costo, tiene relación con la magnitud asegurada. A menor magnitud, mayor será el costo de la prima.

7.1. Giros/sectores donde se pueden aplicar

Los seguros paramétricos están ganando terreno en diversos sectores gracias a su capacidad de ofrecer protección rápida y eficiente ante riesgos específicos. El trabajo de Hotz *et al.* (2024) presenta algunos casos de éxito.

Agricultura

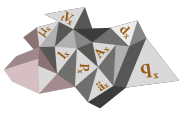
- Protección contra sequías: cubre pérdidas de cosechas basadas en la cantidad de lluvia registrada en una zona específica. Si la lluvia no alcanza un nivel predefinido, se activa el pago del seguro, brindando apoyo financiero a los agricultores afectados.
- Cobertura por heladas: se utilizan sensores de temperatura para medir si se alcanzan niveles de frío que puedan dañar los cultivos. Si la temperatura desciende por debajo de un umbral determinado, se activa la cobertura.
- Seguro para ganado: Se pueden establecer parámetros como la temperatura o la disponibilidad de pasto para proteger al ganado contra condiciones climáticas adversas o escasez de alimentos.

Energía

- Energía solar: Se utilizan datos de radiación solar para determinar si la producción de energía solar alcanza los niveles esperados. Si la radiación es menor a un umbral predefinido, se activa el seguro para compensar la pérdida de ingresos.
- Energía eólica: Se miden los niveles de viento para determinar si la producción de energía eólica es suficiente. Si el viento no alcanza la velocidad necesaria, se activa el seguro.
- Interrupción del suministro eléctrico: Se pueden utilizar datos de interrupciones del suministro eléctrico para compensar a los usuarios por cortes prolongados.

Infraestructuras

- Carreteras y puentes: Se utilizan sensores para medir el impacto de eventos naturales como terremotos o inundaciones. Si se superan los umbrales de intensidad establecidos, se activa el seguro para cubrir los costos de reparación.
- Aeropuertos: Se pueden utilizar parámetros como la visibilidad o la velocidad del viento para proteger a los aeropuertos contra cancelaciones de vuelos debido a condiciones climáticas adversas.
- Presas y embalses: Se miden los niveles de agua y otros parámetros para garantizar la seguridad de las estructuras y activar el seguro en caso de riesgo.



Turismo

- Cancelación de eventos: Se pueden asegurar eventos masivos como festivales o conciertos contra cancelaciones debido a condiciones climáticas adversas o desastres naturales.
- Huracanes: Se utilizan datos de trayectoria y magnitud de huracanes para activar la cobertura en caso de que afecten una zona turística.
- Enfermedades: Se pueden crear seguros paramétricos para cubrir pérdidas económicas en el sector turístico debido a brotes de enfermedades o pandemias.

Sector público

- Desastres naturales: Los gobiernos pueden utilizar seguros paramétricos para proteger sus finanzas ante terremotos, huracanes u otros desastres naturales.
- Salud: Se pueden crear seguros paramétricos para cubrir los costos de atención médica en caso de pandemias o brotes de enfermedades.
- Como los riesgos que antes no eran asegurables ahora se vuelven asegurables, los administradores de riesgos pueden utilizar el seguro paramétrico para complementar sus programas de indemnización tradicionales.

Otros sectores con Potencial

- **Seguros de salud**
  Coberturas relacionadas con enfermedades transmitidas por vectores (como el dengue) que pueden aumentar debido al cambio climático.
- **Sector financiero**
  Para proteger carteras de inversión expuestas a riesgos climáticos.
- **Industria manufacturera**
  Para proteger contra interrupciones en la producción causadas por desastres naturales.

¿Por qué estos sectores? Según Aschenbrenner y Engelhard (2023), estos sectores son particularmente adecuados para los seguros paramétricos debido a:

- Exposición a riesgos climáticos: Son altamente vulnerables a eventos climáticos extremos.
- Dificultad en la medición de pérdidas: Los daños pueden ser difíciles de cuantificar y evaluar de manera tradicional.

- Necesidad de soluciones rápidas:La recuperación rápida es crucial para estos sectores.
- En las pólizas contra riesgos de sequía,la garantía podría cubrir los riesgos basados en un índice de precipitaciones predefinido.
- Un segundo ejemplo podría ser este índice de crecimiento de la hierba utilizado en Francia para proteger la producción agrícola, que detecta la disminución de la producción de hierba.
- Estos índices pueden construirse, por ejemplo, con datos satelitales o meteorológicos.
- El objetivo es proporcionar una evaluación objetiva de la producción o de los eventos, con gran precisión, para todo un territorio durante un período prolongado.

7.2. El rol del Reaseguro en los seguros paramétricos

El reaseguro desempeña un papel fundamental en la estructura y funcionamiento de los seguros paramétricos. Actúa como una especie de "seguro para las aseguradoras", permitiéndoles transferir parte del riesgo asociado a estos productos a otras entidades.

El Reaseguro es un elemento clave en el desarrollo y crecimiento del mercado de seguros paramétricos, al permitir a las Aseguradoras gestionar mejor los riesgos catastróficos, contribuyendo a la estabilidad del sistema financiero y a la protección de los asegurados.

La cadena de valor básica de los seguros está compuesta por actores principales como son los clientes, las aseguradoras y las reaseguradoras, y de actores eventuales como son los intermediarios de seguros, los corredores de reaseguros, y los agregadores, como instituciones financieras y cooperativas, que actúan como canales de comercialización.

De manera transversal a estos, se encuentran los generadores de datos e información que utilizan las compañías de seguros y reaseguradores para el cálculo de las tarifas y el establecimiento de las condiciones de cobertura, así como los inspectores y ajustadores encargados de labores de campo para la suscripción y ajuste de pérdidas en caso de siniestro para los seguros indemnizatorios. Los desafíos planteados al sector asegurador por la pandemia del COVID-19, la creciente adopción de nuevas tecnologías, y la virtualización de algunas actividades cotidianas en el ámbito de los seguros, ha llevado al cambio y fragmentación en su cadena de valor (vea el reporte de European Insurance and Occupational Pensions Authority (2020)). Como consecuencia, las fronteras de los roles desempeñados por cada integrante de la cadena se han vuelto difusas. Esta situación se evidencia cuando se analiza el entorno de desarrollo y operación de los seguros paramétricos ofrecidos en diferentes partes del mundo. En estos mercados, se ha identificado la participación de nuevos actores relacionados con el diseño de productos, cálculo de tarifas, interacción con los clientes y gestión de siniestros.

Es importante resaltar cómo nuevas iniciativas de cobertura se están estableciendo en ambientes tecnológicos seguros, en beneficio de los clientes y las compañías que asumen el riesgo. Servicios emergentes como la Web 3.0 (La Web 3.0 es el conjunto de aplicaciones web que utilizan nuevas tecnologías como el blockchain, la inteligencia artificial, el internet de las cosas, la realidad aumentada y virtual), entre los que se destaca la tecnología de blockchain de registros compartidos basados en cadenas de bloques (vea el artículo de Patel *et al.* (2023)), se está integrando rápidamente en el ecosistema asegurador.

¿Por qué es tan importante el reaseguro en este contexto? El reaseguro es un elemento clave en el desarrollo y crecimiento del mercado de seguros paramétricos. Al permitir a las aseguradoras gestionar mejor los riesgos catastróficos, el reaseguro contribuye a la estabilidad del sistema financiero y a la protección de los asegurados.

Gestión de Riesgos Extremos

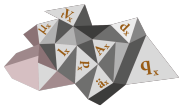
- Ampliación de la capacidad de cobertura: Al transferir parte del riesgo al reasegurador, las aseguradoras pueden ofrecer coberturas más altas y a un mayor número de asegurados.
- Estabilización de resultados: El reaseguro ayuda a las aseguradoras a proteger su solvencia financiera en caso de que ocurran eventos catastróficos que generen grandes pérdidas.

Especialización

- Conocimiento técnico: Las reaseguradoras suelen tener equipos especializados en la evaluación y modelización de riesgos catastróficos, lo que les permite ofrecer soluciones más sofisticadas y personalizadas.
- Diversificación de carteras: Al diversificar sus carteras de reaseguro, las aseguradoras pueden reducir su exposición a riesgos concentrados en una región o sector específico.

Innovación

- Desarrollo de nuevos productos: El reaseguro impulsa la innovación en el sector asegurador, facilitando la creación de nuevos productos paramétricos y la adaptación a las necesidades cambiantes del mercado.
- Transferencia de conocimiento: Las reaseguradoras suelen estar a la vanguardia en el desarrollo de nuevas herramientas y modelos para la evaluación de riesgos, lo que beneficia a todo el sector asegurador.



Acceso a mercados internacionales

- Coberturas globales: El reaseguro permite a las aseguradoras ofrecer coberturas en regiones donde no tienen una presencia significativa, ampliando su alcance geográfico.
- Estabilidad financiera: Al transferir parte del riesgo a mercados internacionales, las aseguradoras pueden mejorar su estabilidad financiera y diversificar sus fuentes de ingresos.

El riesgo base Es la probabilidad subyacente de que ocurra el evento que desencadena el pago de la indemnización; exposición fundamental a la que está sujeta la aseguradora o reaseguradora al emitir una póliza paramétrica. A diferencia de los seguros tradicionales, donde el riesgo base se relaciona con la probabilidad de daño a un activo específico, en los seguros paramétricos, el riesgo se vincula a la ocurrencia de un evento definido por un índice. Este índice puede ser, por ejemplo, la velocidad del viento en un huracán, el nivel de precipitación en una inundación o la temperatura en una sequía.

Características del Riesgo Base en Seguros Paramétricos

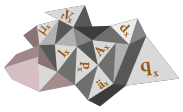
- Objetividad: El riesgo base se define de manera objetiva a través de un índice medible, lo que reduce la subjetividad en la evaluación de pérdidas.
- Agilidad: Al basarse en índices, la determinación de la ocurrencia del evento y el cálculo de la indemnización son más rápidos y menos burocráticos.
- Transparencia: La utilización de índices transparentes facilita la comprensión del riesgo por parte de los asegurados y reaseguradores.
- Correlación: El riesgo base en seguros paramétricos puede estar correlacionado con otros riesgos, como los riesgos de mercado o de crédito, lo que debe ser considerado en la gestión de la cartera.

Gestión del Riesgo Base en Reaseguro

- Modelización: Desarrollo de modelos matemáticos sofisticados para estimar la probabilidad de ocurrencia de los eventos indexados y la severidad de las pérdidas.
- Diversificación: Distribución del riesgo a través de una amplia gama de índices y regiones geográficas.
- Transferencia: Utilización de instrumentos de reaseguro para transferir parte del riesgo a otras entidades.
- Monitorización: Seguimiento continuo de los índices y de los eventos climáticos para identificar posibles cambios en el riesgo base.

Ejemplos de Riesgos Base en Seguros Paramétricos

- Huracanes: Velocidad del viento, presión barométrica, nivel de marea.



- Terremotos: Magnitud, aceleración del suelo, intensidad de sacudida.
- Sequías: Índice de precipitación estandarizado, contenido de humedad del suelo.
- Inundaciones: Nivel de los ríos, volumen de precipitación.

7.3. Casos de éxito en la aplicación de estos seguros en México y a nivel mundial

Cat bond Alianza del Pacifico - Funcionamiento General

- Intermediación vía contrato bilateral con el Banco Mundial (BM).
- El Pals adquiere la cobertura a través de un contrato de seguro con el BM en que se compromete a pagar la prima.
- Emisión Bono Catastrófico (plazo de tres a cinco años)
- El Cat bond no es un Bono que emite el Gobierno de Chile, ya que funciona como un seguro.
- Los fondos al emitir el bono son recogidos y administrados por el BM.
- Durante un periodo de tiempo determinado (de tres a cinco años), si ocurre el evento catastrófico definido en el mismo contrato, se cobra el monto del bono (inversionista pierde el capital y no sigue recibiendo prima ni la rentabilidad del capital prestado).
- Si durante el mismo periodo de tiempo el evento NO ocurre, se devuelve el capital a los inversionistas al término del periodo, y ellos ganan la prima anual + rentabilidad del K prestado, más la devolución del capital. Caso más simple, escenario de Función de Pago Binario.

En el año 2015 nuestro país recibió un pago por 50 millones de dólares al activarse el 50 % de la cobertura paramétrica por ciclón tropical ante el impacto del huracán Patricia que afectó los estados de Michoacán, Colima, Jalisco y Nayarit, considerado por algunos científicos como categoría 6 por la velocidad de sus vientos, siendo por el momento catalogado el catalogado el huracán más peligroso del mundo en la historia. En este caso la cobertura paramétrica fue contratada por el Gobierno de México con el Banco Mundial, en formato de bono catastrófico, como una estrategia de protección financiera ante eventos naturales de alto impacto.

Según información de la **?**, México recibió un pago de 150 millones de dólares al activarse el 100 % de la cobertura paramétrica por sismo ante el evento de magnitud 8.1 del 7 de septiembre de 2017. En 2019, el Huracán Lorena que impactó al estado de Baja California Sur activó un pago de 60 millones de pesos, es decir, el 30 % del límite contratado. En 2020, el Huracán Delta al pasar por Quintana Roo, activó un pago de 17 millones en 2020, el Huracán Delta al pasar por Quintana Roo, activó un pago de 17 millones de pesos, correspondiente al

40 % del límite del seguro paramétrico de Arrecifes de Corales contratado por el gobierno del estado de Quintana Roo.

8. CONCLUSIONES

El valor de los desastres a precios corrientes para el periodo 2000-2023. Se observa que 2010 y 2017 han sido los más costosos para el país en materia de desastres. En 2010, los huracanes Alex, Karl y Matthew afectaron fuertemente a México y dejaron un saldo de 92,300 millones de pesos. En 2017, los sismos del 7 y 19 de septiembre afectaron a la población y a la infraestructura con más de 88,400 millones de pesos en daños y pérdidas. El huracán Otis fue el más devastador de ese año, los daños fueron calculados en 88,910 millones de pesos, cifra que superó la registrada en los sismos de 2017.

Los seguros paramétricos nacen como una necesidad de contar con instrumentos de transferencia de riesgo con menor costo de adquisición, transparencia y, sobre todo, que permitan el acceso a indemnizaciones al poco tiempo de ocurrido un evento catastrófico (por ejemplo, un terremoto o un huracán).

A diferencia de los seguros tradicionales, la indemnización en los seguros paramétricos ocurre al cumplirse con las condiciones de un índice disparador, especificado en el contrato de seguro, sin que exista un proceso de ajuste de pérdidas preliminar.

El índice disparador puede ser, en principio, cualquier indicador (por ejemplo, la intensidad del sismo); sin embargo, para un correcto funcionamiento del instrumento paramétrico, debe ser algo medible y confiable, además de tener una adecuada correlación con las pérdidas esperadas.

Estos seguros requieren el apoyo de Agencias de Reporteo, quienes son las entidades que identifican y comprueban que el evento ocurrió y quien publica de manera oficial sus características, para dar mayor transparencia cuando se detone la indemnización del seguro.

Como ejemplos, tenemos al Servicio Sismológico Nacional (SSN), el Servicio Meteorológico Nacional y la Oficina Nacional de Administración Oceánica y Atmosférica de EUA (NOOA, por sus siglas en inglés).

Las principales ventajas de los seguros paramétricos en el corto periodo de tiempo que se requiere para recibir una indemnización (escasos días), en comparación con los seguros tradicionales que tardan algún tiempo en el proceso de ajuste de pérdidas y de indemnizaciones, además de que permite realizar "trajes a la medida" sobre un riesgo, al ofrecer coberturas que, no necesariamente, están incluidas en los seguros tradicionales.

Se ha comprobado que los seguros paramétricos son una buena alternativa para la protección de los bienes de la población y del Estado, incluso para tener el recurso para la atención y primeros gastos por la emergencia, lo cual reduce el impacto económico que puede generar un desastre y por ende que la población y el Estado sean cada vez más resilientes.

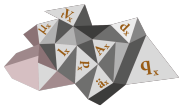
Medidas de prevención y mitigación Las medidas de prevención y mitigación de riesgos de la naturaleza son acciones que se llevan a cabo para reducir la vulnerabilidad de las personas y los bienes ante eventos naturales como huracanes, terremotos, inundaciones, entre otros. Buscan minimizar los impactos negativos de estos fenómenos, salvaguardando vidas, protegiendo propiedades y asegurando la continuidad de las actividades socioeconómicas. Para reducir los impactos de los huracanes, es fundamental contar con medidas de prevención y mitigación de riesgos de la naturaleza.

Medidas de Prevención

- Identificación de riesgos
  - Mapas de riesgo: Elaborar mapas que identifiquen zonas vulnerables a diferentes tipos de desastres (inundaciones, deslizamientos, sismos, etc.).
  - Estudios de vulnerabilidad: Evaluar la vulnerabilidad de infraestructuras, viviendas y comunidades.
- Planificación
  - Planes de emergencia: Desarrollar planes de emergencia a nivel comunitario, municipal y regional, incluyendo rutas de evacuación, puntos de encuentro y asignación de responsabilidades.
  - Simulacros: Realizar simulacros periódicos para evaluar la efectividad de los planes y capacitar a la población.
- Construcción segura
  - Normas de construcción: Promover y hacer cumplir normas de construcción sismorresistentes y resistentes a otros tipos de desastres.
  - Materiales adecuados: Utilizar materiales de construcción de calidad y adecuados para las condiciones climáticas y geológicas de la zona.
- Educación y concientización
  - Campañas de difusión: Realizar campañas de difusión para informar a la población sobre los riesgos a los que están expuestos y las medidas de prevención.
  - Educación en escuelas: Incluir la educación en gestión de riesgos en los planes de estudio de las escuelas.

Medidas de Mitigación

- Sistemas de alerta temprana
  - Monitoreo continuo: Monitorear las condiciones meteorológicas y geológicas para detectar señales de alerta temprana de desastres.



- Sistemas de comunicación: Implementar sistemas de comunicación eficientes para alertar a la población en caso de peligro.

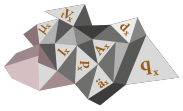
- Infraestructura de protección
  - Obras de protección: Construir obras de protección como diques, muros de contención y canales para controlar inundaciones y deslizamientos.
  - Refugios temporales: Establecer refugios temporales seguros para albergar a las personas afectadas por un desastre.
- Gestión de recursos
  - Reservas de emergencia: Contar con reservas de alimentos, agua, medicamentos y otros suministros esenciales para atender las necesidades de la población afectada. (Mire el trabajo de la Secretaría de Educación Pública (2025).)
- Restauración ecológica
  - Reforestación: Promover la reforestación en zonas vulnerables para prevenir la erosión del suelo y los deslizamientos.
- Gestión de residuos
  - Manejo adecuado: Implementar sistemas adecuados para la gestión de residuos sólidos y peligrosos, ya que pueden aumentar los riesgos en caso de desastre.

¿Por qué son importantes estas medidas? Es importante destacar que la prevención y mitigación de riesgos es una tarea que requiere la participación de todos los actores sociales, incluyendo gobiernos, instituciones, comunidades y ciudadanos.

- Reducción de pérdidas humanas: Salvando vidas y disminuyendo el número de heridos.
- Minimización de daños materiales: Protegiendo infraestructuras, viviendas y bienes.
- Reducción de costos económicos: Evitando pérdidas económicas significativas por la reconstrucción y la interrupción de actividades.
- Aumento de la resiliencia: Fortaleciendo la capacidad de las comunidades para recuperarse de los desastres.

Actores Involucrados

- Gobiernos: A nivel local, estatal y federal, son responsables de la planificación, implementación y evaluación de las medidas de prevención y mitigación.
- Organizaciones internacionales: Proporcionan asistencia técnica y financiera para la implementación de proyectos.
- Sector privado:Participa en la construcción de infraestructura resistente y en la implementación de medidas de prevención en sus operaciones.



- Sector Asegurador: desempeña un papel crucial en la construcción de sociedades más resilientes. Al promover la prevención, financiar medidas de mitigación, gestionar riesgos de manera eficiente y colaborar con otros actores, las aseguradoras contribuyen a reducir las pérdidas humanas y económicas causadas por eventos catastróficos.
- Comunidades: Son actores clave en la implementación de medidas a nivel local y en la participación en los sistemas de alerta temprana.

Beneficios de los Seguros Paramétricos Los seguros paramétricos ofrecen una serie de ventajas significativas en comparación con los seguros tradicionales, especialmente cuando se trata de cubrir riesgos relacionados con eventos catastróficos.

- **Rapidez en el Pago de Indemnizaciones**
  - Eliminación de la tasación: Al basarse en índices predefinidos, se evita el proceso de evaluación de daños, lo que agiliza significativamente el pago de la indemnización.
  - Respuesta inmediata: Los asegurados pueden recibir los fondos necesarios para iniciar la recuperación casi de inmediato después de ocurrir el evento.
- **Certeza y Predictibilidad**
  - Cálculo previo: La indemnización se determina de antemano en función del índice y el umbral establecido, lo que brinda mayor certeza al asegurado sobre el monto que recibirá.
  - Planificación financiera: Permite a los asegurados planificar sus finanzas de manera efectiva, sabiendo con anticipación los recursos disponibles en caso de un evento catastrófico.
- **Simplificación de Procesos**
  - Menor burocracia: Al eliminar la necesidad de realizar peritajes y evaluaciones de daños, se simplifica considerablemente el proceso de reclamación.
  - Reducción de costos administrativos: Tanto para la aseguradora como para el asegurado, se reducen los costos asociados a la gestión de siniestros.
- **Cobertura de Riesgos Difíciles de Medir**
  - Adaptabilidad: Los seguros paramétricos pueden diseñarse para cubrir una amplia gama de riesgos, incluso aquellos que son difíciles de cuantificar o valorar económicamente.
  - Mayor alcance: Pueden proteger contra pérdidas indirectas o intangibles, como la interrupción de negocios o la pérdida de reputación.

- **Mayor Eficiencia en la Gestión de Riesgos**
    - Planificación estratégica: Permite a las empresas y gobiernos planificar mejor su gestión de riesgos y tomar decisiones más informadas.
    - Acceso a nuevos mercados: Facilita la transferencia de riesgos a los mercados financieros, ampliando las opciones de cobertura.
- **Otros Beneficios**
    - Complementariedad: Los seguros paramétricos pueden complementarse con seguros tradicionales para ofrecer una protección más completa.
    - Incentivo a la prevención: Al brindar una protección financiera rápida y efectiva, pueden incentivar a los asegurados a invertir en medidas de prevención y mitigación de riesgos.

Retos y áreas de oportunidad

- Al no requerirse un proceso de verificación de pérdidas para el pago de indemnizaciones (ya que este depende de cumplir las condiciones del índice disparador) pueden darse casos en que ocurra el pago de indemnizaciones sin que se presenten daños reales, o casos en que se presenten daños pero no ocurra pago; de aquí la importancia durante el diseño técnico del seguro paramétrico de seleccionar de forma adecuada un índice disparador que presente una buena correlación con las posibles pérdidas esperadas.
- La limitante de establecer una cobertura al 100 % de los valores asegurables, por lo que son coberturas limitadas en suma asegurada.
- Aun cuando el producto está ligado a fuentes de información públicas, usualmente el mejor "detonador" es una función de estas fuentes, todo esto con el objetivo de reducir el riesgo base para estos productos.

Los seguros paramétricos son una forma de transformar la gestión de riesgos y ofrecen soluciones simplificadas y eficientes a particulares y empresas de distintos sectores. Aunque la precisión de los datos sigue siendo un reto en este ámbito, los avances tecnológicos y la aparición de empresas insurtech facilitan el acceso a datos de calidad y la capacidad de desarrollar herramientas específicas para los seguros paramétricos. En otras palabras, las compañías de seguros están adquiriendo la capacidad de comprender los riesgos climáticos de una forma innovadora y empezar a ofrecer cobertura para riesgos extremos que antes eran difíciles de asegurar.

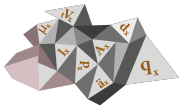
Las aseguradoras también tendrán un papel que desempeñar a la hora de ayudar a sus asegurados a implementar planes de prevención. Así, gracias a los datos paramétricos y a las herramientas de seguros, las aseguradoras pueden proporcionar medios para evaluar y detectar situaciones anormales en tiempo real y evitar posibles pérdidas, o limitar las consecuencias tomando medidas preventivas lo antes posible.

Además, el desarrollo de los seguros paramétricos puede ir más allá de la cobertura de catástrofes naturales y las pérdidas agrícolas que de ellas se derivan. También es adecuado para muchos otros sectores, como la industria agroalimentaria, el desarrollo inmobiliario, el turismo o cualquier sector que pueda verse expuesto a un evento que tenga un impacto independientemente del daño material sufrido por el asegurado. Por ejemplo, eventos como pandemias, interrupciones de la cadena de suministro, cambios en los índices bursátiles, violaciones de datos, entre otra información.

A medida que este método de seguro siga madurando y adaptándose, es probable que su impacto en las industrias y las sociedades aumente, lo que reforzará la resiliencia y permitirá a las personas y las empresas afrontar los desafíos de un mundo que cambia rápidamente. El mayor desafío para este tipo de seguros obviamente reside en los datos. La disponibilidad de datos precisos y en tiempo real es fundamental, así como el trabajo de modelado específico para identificar índices relevantes y construirlos a partir de medidas simples. Como resultado, la suscripción de calidad y la gestión rápida de reclamos requieren procesar un gran volumen de datos con un análisis casi en tiempo real.

Por otro lado, en áreas con una infraestructura de recopilación de datos limitada o poco confiable, el seguro paramétrico puede enfrentar desafíos para evaluar y activar los pagos con precisión, lo que podría afectar la efectividad de la cobertura. Por su naturaleza, el seguro paramétrico es el más adecuado para los riesgos que se pueden medir y cuantificar objetivamente. Puede no ser aplicable para determinados tipos de riesgos, como la responsabilidad civil o las reclamaciones legales, que requieren una evaluación y valoración individual. En nuestro país, los seguros paramétricos se han utilizado, principalmente, para cubrir pérdidas gubernamentales ante la ocurrencia de sismos y huracanes, como es el caso del Bono Catastrófico para México.

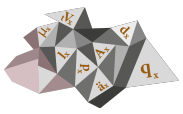
Recientemente, ante la ocurrencia de sismos, se ha iniciado la oferta de seguros paramétricos para particulares en la Ciudad de México, por lo que, dados los beneficios que ofrece, presenta un importante potencial de crecimiento. Un aspecto muy importante de los seguros paramétricos es que requieren el apoyo de agencias de reporteo, entidades que identifican y comprueban que el evento ocurrió, además de ser el ente que publica, de manera oficial, sus características, para dar mayor transparencia cuando se detone la indemnización del seguro. Como ejemplos, tenemos al SSN, el Servicio Meteorológico Nacional y la NOOA.



- Basados en índices: En lugar de indemnizar por los daños reales, estos seguros pagan una cantidad predefinida cuando un índice específico (como la velocidad del viento, la magnitud de un terremoto o el volumen de precipitaciones) supera un umbral determinado.
- Pago rápido: La verificación del cumplimiento del índice es más sencilla y objetiva que la evaluación de daños, lo que permite realizar los pagos de manera más rápida.
- Proceso de reclamación simplificado: Al no requerir una inspección física de los daños, el proceso de reclamación se agiliza considerablemente.
- Cobertura basada en eventos: La cobertura se centra en el evento en sí, más que en los daños específicos causados.
- Menor subjetividad: La determinación de la indemnización se basa en datos objetivos y medibles, reduciendo la posibilidad de disputas.
- Ideal para riesgos catastróficos: Son especialmente útiles para cubrir riesgos de gran escala y difícil cuantificación, como terremotos, huracanes e inundaciones.
- Diseño a medida: Los seguros paramétricos pueden diseñarse a la medida de las necesidades específicas de cada asegurado, utilizando diferentes índices y umbrales.
- Complementarios a los seguros tradicionales: No reemplazan a los seguros tradicionales, sino que los complementan, ofreciendo una cobertura adicional para riesgos específicos.

Por las razones expuestas y sus características propias, es importante concebir los seguros paramétricos como un esquema complementario de los seguros basados en el principio indemnizatorio y no como sustitutivos de estos. Para el diseño de productos de seguro paramétrico se requiere contar con un equipo técnico calificado en la modelación de amenazas y riesgos naturales, así como en temas actuariales y financieros para que el seguro paramétrico sea confiable y presente menor riesgo base. La Asociación Internacional de Supervisores de Seguros (AMIB), recomienda las siguientes consideraciones al respecto:

- Los productos de seguros paramétricos no son seguros de indemnización mediante compensación, sino seguros a valor contratado.
- El valor máximo del pago total posible debe especificarse en el contrato.
- El contrato debe especificar claramente la cobertura y todas las exclusiones; el valor paramétrico debe utilizarse para calcular el pago del siniestro y la frecuencia esperada de dichos pagos. También debe especificar las fuentes de los datos utilizados en la elaboración del disparador y cualquier fuente o método alternativo que se vaya a emplear para determinar un valor aproximado, en caso de pérdida o inexactitud de los datos.



- El cliente debe contar con una participación asegurable del producto, por lo que se debe contemplar la posibilidad de un impacto negativo en el asegurado si se produce el riesgo asegurado, mismo que debe quedar establecido en el contrato.

En cuanto a las consideraciones que debe tomar en cuenta la aseguradora, se enuncia lo siguiente:

- La aseguradora debe preparar un informe actuarial que explique de qué manera se ha minimizado el riesgo base en el diseño del producto.
- Si se prevé contratar un validador independiente de los datos, se requiere un contrato de nivel de servicio que indique: La manera de resolver conflictos respecto de los datos, valores del disparador y beneficios; y
- Las penalidades que debe afrontar, dicha entidad independiente, en caso de error.

9. NOTA METODOLÓGICA

- **Objetivo del Estudio.** El propósito de esta investigación es comprender el potencial de los seguros paramétricos en México para ofrecer una protección más rápida, transparente y eficiente ante eventos catastróficos, así como analizar sus desafíos de adopción y marco regulatorio.
- **Diseño de Investigación.** El estudio se basa en una **investigación documental de carácter cualitativo y descriptivo,** empleando un análisis comparativo entre esquemas de aseguramiento tradicionales y paramétricos. Se utiliza el método de estudio de caso para evaluar la efectividad de instrumentos financieros históricos como el FONDEN y los cat bonds.
- **Fuentes de Información.** La información se recopiló a partir de fuentes primarias y secundarias especializadas, clasificadas en:
    - Marco Regulatorio: LISF, Ley Sobre el Contrato de Seguro y normativas de la CNSF.
    - Organismos Internacionales y Nacionales: BM, AMIB, Secretaría de Gobernación y Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros.
    - Industria Reaseguradora: Informes técnicos y análisis de mercado de entidades como Swiss Re y Munich Re.
    - Agencias de Reporteo Técnico: Datos de entidades monitoras como la NOOA, el SSN y la Comisión Nacional del Agua.
- **Cobertura Temporal y Geográfica.**
    - Alcance Geográfico: El estudio se centra en México, por su alta exposición a riesgos naturales, con refe-

rencias comparativas a mecanismos regionales como el CCRIF en el Caribe y la Alianza del Pacífico.
    - Temporalidad de los Datos: Se analizan datos históricos desde la creación del FONDEN (en 1996) y la emisión del primer bono catastrófico (en 2006), hasta proyecciones de riesgos climáticos para 2024 y el contexto regulatorio vigente a enero de 2026. Se incluyen revisiones de siniestralidad de eventos específicos entre 2000 y 2023.

- **Variables e Instrumentos de Análisis.** El análisis técnico se centra en la evaluación de:
    - Índices Disparadores. Evaluación de parámetros objetivos (velocidad del viento, magnitud sísmica, niveles de lluvia) como mecanismo de activación de cobertura.
    - Gestión de Riesgos: Utilización de mapas de riesgos y matrices de priorización para identificar vulnerabilidades estratégicas.
    - Sectores Analizados: Agricultura, Energía, Infraestructura, Turismo y Sector Público.

- **Limitaciones del Método.** El estudio reconoce el *Riesgo Base* como una limitante técnica inherente, definida como la diferencia potencial entre el pago recibido por el parámetro activado y la pérdida real sufrida en sitio, la cual se mitiga mediante el diseño técnico de índices correlacionados.

REFERENCIAS

Alianza del Sector Privado para Sociedades Resilientes ante Desastres, 2022 *Manual de Seguros Paramétricos 2022*. ARISE México, CDMX, Disponible aquí.

Aschenbrenner, C. y B. Engelhard, 2023 *Seguros paramétricos en Latinoamérica*. Munich Re, Munich, Disponible aquí.

Bonazzi, A., B. Lowes, I. Candian, M. Solana, y L. Carter, 2023 *Parametric insurance to build financial resilience*. United Nations Development Programme, NY, Disponible aquí.

Centro Nacional de Prevención de Desastres, 2024 Impacto socioeconómico de los desastres en méxico. Disponible aquí.

EAE Business School, 2024 *Mapa de riesgos en una empresa*. Disponible aquí.

European Insurance and Occupational Pensions Authority, 2020 *Annual Report*. European Union, Luxembourg.

Hernández Jiménez, J., 2023 *Seguros paramétricos*. MAPFRE, Disponible aquí.

Hotz, M., O. Ohlmeyer, A. M. Head, R. Nusslein, A. B. Head, *et al.*, 2024 *Comprehensive Guide to Parametric Insurance*. SwissRe Corporate Solutions, Switzerland, Disponible aquí.

Pareja, D., 2023 *5 pasos para hacer un mapa de riesgos*. Pirani Risk, Disponible aquí.

Patel, A., M. Brahmbhatt, A. Bariya, J. Nayak, y V. Singh, 2023 "Blockchain technology in food safety and traceability concern to livestock products". Heliyon **9**: e16526, DOI: 10.1016/j.heliyon.2023.e16526.

Saldívar, B., 2025 México contará con seguro y cuatro bonos catastróficos. El Economista **9**, Disponible aquí.

Secretaría de Educación Pública, 2025 *Acciones para prevenir y mitigar un desastre*. Gobierno de México, CDMX, Disponible aquí.

Marco de la Rosa Rodríguez realizó sus estudios de Actuaría en la Facultad de Ciencias de la UNAM. Cuenta con tres décadas de experiencia en el sector asegurador. Ha tenido múltiples experiencias laborales en la industria de los seguros. Actualmene presta sus servicios profesionales en la consultoría DRASolutions Consulting, firma de actuarios consultores especialistas en riesgos, soluciones financieras y de seguros. Ha impartido conferencias internacionales sobre temas relacionados con el seguro de casa habitación, coberturas catastróficas y transporte de mercancías, así como entrevistas relacionadas con los seguros de daños catastróficos para medios nacionales e internacionales.

Calendario
Jornadas de Actualización

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

ENERO

Dr. Mauricio Chávez Pichardo

"El teorema general de las secciones cónicas"

FEBRERO

Mtro. Ricardo Ibarra Lara

"La AMA y los Seguros y Fianzas: del dato a la decisión en la era digital"

MARZO

Mtro. Mauricio Gabriel Arredondo Fernández Cano

"El actuario ante la incertidumbre estructural: economía, comportamiento y sostenibilidad en la nueva era del riesgo"

ABRIL

Dra. María Fernanda Jiménez Méndez

"Riesgos globales"

MAYO

Premio Fundadores 1

JUNIO

Premio Fundadores 2

JULIO

Dra. Karina Valencia Serpel

"Riesgos de mercado y liquidez"

AGOSTO

Act. Edgar Anguiano González

Título por definir

SEPTIEMBRE

Mtro. Daniel Alexis Cárdenas Hernández

Título por definir

Informes:
Dr. Daniel López Barrientos
Presidente del Comité de Investigación y docencia
investigacion@conacmexico.org.mx

Únete en Zoom
Zoom ID: 5352715147

Vale por horas de Educación Continua del CONAC

Actuarios trabajando
Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

ACTUARIOS TRABAJANDO

Comparativo de las tablas de mortalidad EMSSA 2009 y EMSSA 2015

Jorge Emmanuel Alarcón Castillo, César Adrián Hernández Viveros, Gloria Jazmín Pérez Mendoza, Mario César Serrano González, Miguel Ángel Gómez Delgado, Pedro Daniel Trejo Solís y Rosa Alicia García Sánchez

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030403

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Comparativo de las tablas de mortalidad EMSSA 2009 y EMSSA 2015

Jorge Emmanuel Alarcón Castillo*, César Adrián Hernández Viveros*, Gloria Jazmín Pérez Mendoza*, Mario César Serrano González*,[1], Miguel Ángel Gómez Delgado*, Pedro Daniel Trejo Solís*, y Rosa Alicia García Sánchez*

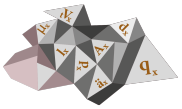
*Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C.

RESUMEN Este artículo presenta una comparación técnica entre las tablas de mortalidad EMSSA 2009 y EMSSA 2015, enfocándose en sus diferencias metodológicas y empíricas y en el impacto que dichas diferencias tienen sobre poblaciones jubiladas: factores de renta, reservas, esperanza de vida restante y medición del riesgo de longevidad. Se propone una ruta de valuación homogénea para contrastar resultados y se ilustra la sensibilidad a tasas de descuento e hipótesis de mejoras de mortalidad.

Palabras clave

EMSSA 2009, EMSSA 2015, tablas de mortalidad, pasivos por pensiones, longevidad, rentas vitalicias

Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 5 de marzo de 2026
Artículo comunicado por Claudia Feria Cuevas. Formación: Hafida Al-Hassan Abdo, Sebastián Anaya Reyes, Ana Patricia Pérez Ramos y Kristian Frich Villaseñor. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.



[1]Autor de correspondencia. Correo electrónico: mario.serrano@tspac.com.mx

1. INTRODUCCIÓN

La actualización de tablas de mortalidad es uno de los factores más relevantes en la valuación de pasivos por pensiones y rentas vitalicias. En México, las series EMSSA han sido ampliamente utilizadas en consultoría actuarial. Este trabajo *compara* EMSSA 2009 con EMSSA 2015 y discute sus *efectos* sobre poblaciones jubiladas bajo un marco de valuación consistente. En secciones posteriores se documentan las diferencias en q_x, ℓ_x y $\mathring{e}_x$, se cuantifican impactos en reservas y se exploran análisis de sensibilidad.

El resto del artículo es como sigue.

- **Objetivo**
- **Antecedentes**
- **Descripción de la información**
- **Resultados**
- **Pruebas de hipótesis**
- **Impacto en la esperanza de vida**
- **Conclusiones**

Cada apartado corresponde a una lámina del seminario, ahora redactada en estilo artículo.

2. OBJETIVO

El propósito central de este trabajo es analizar una **población jubilada** en México durante el periodo 2017–2024, con el fin de evaluar los efectos de la utilización de las tablas de mortalidad EMSSA09 y EMSSA15 en la estimación de su supervivencia y en la cuantificación de fallecimientos esperados.

De manera particular, se plantean cinco objetivos específicos que guían la investigación. En primer lugar, se busca estudiar la evolución de la población jubilada en el intervalo de referencia, identificando los cambios en su estructura demográfica y en sus patrones de supervivencia. En segundo término, se pretende **contrastar el número de fallecimientos esperados** bajo ambas tablas de mortalidad con los fallecimientos efectivamente observados, con el objetivo de determinar la adecuación relativa de cada tabla. Un tercer objetivo consiste en realizar análisis estadísticos que permitan inferir cuál de las dos tablas ofrece una **estimación más precisa de la esperanza de vida** para la población considerada. Adicionalmente, se repite el análisis excluyendo los años 2020, 2021 y 2022, con la finalidad de aislar el efecto extraordinario de la pandemia de **COVID-19** sobre el exceso de mortalidad y evitar sesgos en la comparación. Finalmente, se busca establecer si existe una **ventaja estadísticamente significativa en la supervivencia** asociada a la pertenencia a regímenes con **servicios médicos privados**, en contraste con otros esquemas de cobertura en salud.

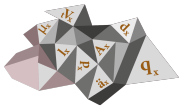
3. ANTECEDENTES

Las tablas de mortalidad utilizadas en México previas a la publicación de la EMSSA 2009 se basaban en proyecciones que, con el paso del tiempo, mostraron una clara tendencia a **subestimar la longevidad real** de los asegurados y pensionados. Un análisis estadístico de la mortalidad observada en la población pensionada por rentas vitalicias en el periodo 1997–2006 evidenció que la supervivencia efectiva era mayor a la pronosticada en dichas tablas. Este hallazgo motivó la necesidad de actualizar los supuestos biométricos y ajustar los modelos de proyección de mortalidad.

En respuesta a esta situación, se desarrollaron las tablas de mortalidad **EMSSA 2009** (Experiencia Mexicana de la Seguridad Social para Activos), con el objetivo de incorporar tendencias demográficas más recientes y reflejar la **mayor longevidad** observada en la población mexicana. A diferencia de los esquemas estáticos empleados previamente, las EMSSA 2009 fueron concebidas como tablas de **mortalidad dinámica**, incorporando mejoras proyectadas en la esperanza de vida y reconociendo que la mortalidad es un fenómeno en constante evolución.

La construcción de estas tablas tomó como insumo los estudios de **proyección de la mortalidad en México para el periodo 2005–2050**, elaborados por el Consejo Nacional de Población (CONAPO). Dichas proyecciones constituyeron la base metodológica para el diseño de las EMSSA 2009, garantizando que la biometría empleada se alineara con las tendencias demográficas más recientes y con los escenarios futuros previstos para el país. De este modo, la adopción de EMSSA 2009 proporcionó un referente más robusto y realista para la valuación actuarial en el ámbito de la **seguridad social y los seguros de pensiones**.

No obstante, dado que la mortalidad de la población constituye un fenómeno demográfico sujeto a una evolución continua, resultaba indispensable **actualizar periódicamente las proyecciones** de mejora en la esperanza de vida con base en evidencia más reciente. En este contexto, la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) impulsó diversos estudios sobre los patrones de mortalidad de pensionados. Como resultado de dicho proceso, en noviembre de 2022 se publicaron en el Diario Oficial de la Federación las nuevas tablas de mortalidad **EMSSA 2015**. Estas tablas fueron adoptadas de manera oficial como base de referencia para que las Instituciones de Seguros determinen el valor presente de las obligaciones futuras, considerando explícitamente las mejoras proyectadas en la mortalidad.



4. DESCRIPCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para el desarrollo del presente estudio se construyó una base de datos que recopila información de una **población de jubilados superior a 52,000 registros anuales**, correspondiente al periodo comprendido entre 2017 y 2024. Este volumen de observaciones asegura una cobertura estadística suficiente para llevar a cabo los contrastes planteados en los objetivos y permite identificar tendencias de mortalidad con un alto grado de representatividad.

Cabe destacar que, en la integración de dicha base, se recabó únicamente la información estrictamente necesaria para la consecución de los fines analíticos definidos en la investigación. En este sentido, y con el propósito de resguardar la privacidad de los individuos, **no se incluyeron datos sensibles**, limitándose el alcance a variables demográficas y de registro indispensables para la estimación de indicadores de mortalidad y supervivencia.

5. RESULTADOS

Del análisis de la información obtenida de la base de jubilados para el periodo 2017–2024 se presentan a continuación los datos generales de población y edad promedio. Estos indicadores constituyen la base descriptiva sobre la cual se desarrollan los contrastes de mortalidad en secciones posteriores.

5.1. Población observada

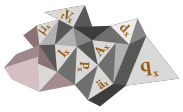
En la Tabla 1 se muestra la evolución anual de la población de estudio, diferenciada por sexo. Se observa un incremento sostenido en el número de registros, pasando de 2,820 individuos en 2017 a 56,741 en 2024. Este aumento se debe fundamentalmente a la disponibilidad de la información en las bases de datos históricas.

5.2. Edad promedio

La Tabla 2 presenta la edad promedio anual de la población, separada por sexo. Se aprecia una estabilización alrededor de los 66–68 años en el periodo 2018–2024, en contraste con el valor atípico de 2017, que refleja la menor representatividad de ese primer año.

5.3. Distribución por industria

La Tabla 3 muestra la composición de la población por sector económico (2017–2024).



Cierre	Hombres	Mujeres	Total
2017	1,877	943	2,820
2018	27,786	18,537	46,323
2019	28,844	19,116	47,960
2020	31,346	20,900	51,646
2021	32,541	20,792	53,333
2022	33,177	21,454	54,631
2023	34,621	21,800	56,421
2024	34,665	22,076	56,741

Tabla 1 Evolución de la población jubilada (2017–2024).

Cierre	Hombres	Mujeres	Total
2017	74.52	72.95	74.00
2018	65.83	63.73	64.99
2019	66.25	64.18	65.42
2020	66.86	64.92	66.11
2021	67.49	65.76	66.72
2022	67.82	66.55	67.33
2023	68.19	67.13	67.71
2024	68.59	67.76	68.27

Tabla 2 Edad promedio de la población jubilada (2017–2024).

Cierre	Comercio	Construcción	Gobierno	Ind. manuf.	Retail	Financiero	Primario	Servicios	Transp.	Total
2017	0	0	3	82	0	1,751	676	308	0	2,820
2018	618	0	2,404	1,596	0	1,804	2,714	36,196	991	46,323
2019	660	0	2,472	1,606	0	1,827	2,603	37,740	1,052	47,960
2020	2,872	20	2,437	1,603	252	1,860	2,589	38,723	1,042	51,146
2021	2,763	18	2,400	1,610	252	2,826	2,451	39,954	1,059	53,333
2022	2,812	18	2,387	1,619	287	3,284	2,335	40,772	1,177	54,631
2023	3,167	17	2,373	1,588	281	3,439	2,248	42,149	1,159	56,421
2024	3,124	17	2,342	1,577	272	3,543	2,229	42,436	1,201	56,741

Tabla 3 Distribución de la población jubilada por industria (2017–2024).

5.4. Cobertura de servicios médicos privados

La Tabla 4 presenta la proporción de jubilados que cuentan con servicios médicos privados proporcionados por parte de la empresa en el periodo 2017–2024. Los resultados evidencian que más del 80 % de la población no dispone de este beneficio,

mientras que solo entre el 15 % y el 17 % accede efectivamente a él.

Cierre	No			Sí		
	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total
2017	4.8 %	0.8 %	5.6 %	61.8 %	32.6 %	94.4 %
2018	48.9 %	35.2 %	84.1 %	11.1 %	4.8 %	15.9 %
2019	49.4 %	35.1 %	84.6 %	10.7 %	4.7 %	15.4 %
2020	49.9 %	33.7 %	83.6 %	11.4 %	5.1 %	16.4 %
2021	50.0 %	33.5 %	83.5 %	11.0 %	5.5 %	16.5 %
2022	49.8 %	33.2 %	83.0 %	10.9 %	6.1 %	17.0 %
2023	50.4 %	32.8 %	83.2 %	11.0 %	5.8 %	16.8 %
2024	50.4 %	32.8 %	83.2 %	10.7 %	6.1 %	16.8 %

Tabla 4 Cobertura de servicios médicos privados en la población jubilada (2017–2024).

5.5. Distribución por entidad federativa

La Tabla 5 muestra el número de jubilados por entidad federativa para el periodo 2017–2024, de acuerdo con la base analizada.

Estado	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Baja California Norte	—	1	1	—	—	—	—	—
Chiapas	—	4	7	6	5	3	3	3
Chihuahua	—	2	2	2	1	2	1	1
Coahuila	—	12	14	76	75	77	79	75
Distrito Federal	531	41,220	42,720	43,559	45,977	47,418	48,779	49,063
Guanajuato	—	—	1	3	2	17	17	17
Jalisco	—	23	21	19	—	—	—	—
México	—	111	119	230	164	165	169	173
Michoacán	—	1	3	3	3	—	—	—
N/D	—	591	589	574	572	562	556	546
Nuevo León	2,289	4,045	4,146	6,330	6,192	6,056	6,483	6,515
Oaxaca	—	3	4	4	4	2	2	2
Puebla	—	4	5	7	9	10	11	12
Querétaro	—	5	5	4	4	4	5	—
Sinaloa	—	—	28	28	27	27	22	22
Tlaxcala	—	—	1	—	—	—	—	—
Veracruz	—	301	294	281	280	270	275	293
Total general	2,820	46,323	47,960	51,126	53,315	54,613	56,402	56,722

Tabla 5 Jubilados por entidad federativa (2017–2024).

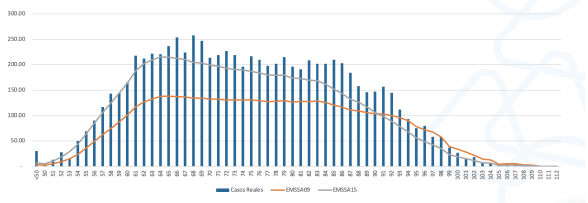


Figura 1 Número de fallecimientos observados vs. estimados con EMSSA09 y EMSSA15. Incluye exceso de mortalidad 2020–2022; ambas tablas consideran ajustes generacionales.

Como se aprecia en la Figura 1, los fallecimientos observados superan de manera consistente a los estimados bajo EMSSA09 y se ajustan mejor a los proyectados por EMSSA15, lo que refuerza la validez de esta última como herramienta actuarial.

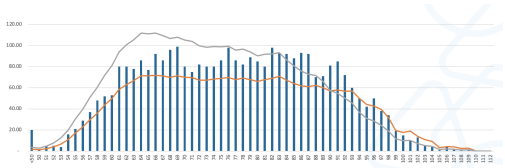


Figura 2 Número de fallecimientos observados vs. estimados con EMSSA09 y EMSSA15, excluyendo observaciones de 2020–2022. Ambas tablas consideran ajustes generacionales.

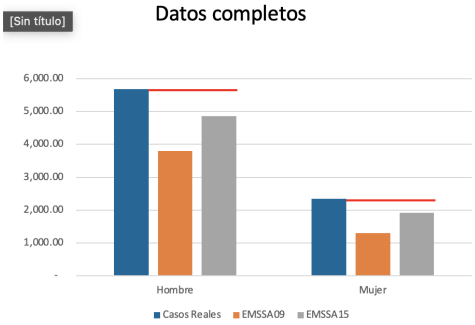
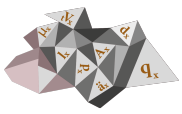


Figura 3 Observaciones acumuladas con datos completos para hombres y mujeres. Comparación entre casos reales, EMSSA09 y EMSSA15.



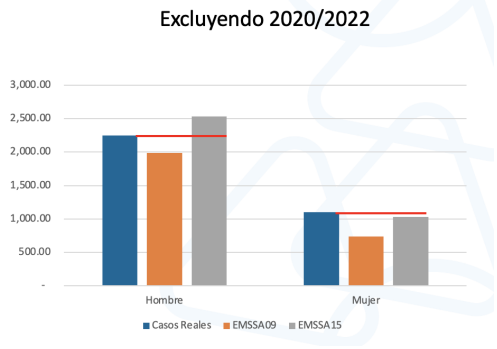


Figura 4 Observaciones acumuladas excluyendo los años 2020–2022, por género. Comparación entre casos reales, EMSSA09 y EMSSA15.

6. PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Para comparar la mortalidad observada con la proyectada según las tablas EMSSA 09 y EMSSA 15, se realizó el análisis del *Standardized Mortality Ratio* (SMR), que consiste en comparar estas dos variables para determinar cuál de ellas describe en mayor medida la experiencia observada en los últimos años.

6.1. Ventajas del Método SMR

Las ventajas de usar este método son:

- Permite una evaluación directa del ajuste entre la experiencia observada y el modelo proyectado.
- Puede expresarse con intervalos de confianza que cuantifican la incertidumbre estadística.
- Es robusto para comparaciones interanuales o entre poblaciones de diferente tamaño.
- Es más estable que pruebas de hipótesis puramente dicotómicas como la χ^2.

6.2. Interpretación del SMR

El SMR es un cociente entre las muertes observadas y las esperadas bajo una hipótesis actuarial, en este caso, bajo las tablas de mortalidad EMSSA09 y EMSSA15. Un valor de SMR igual a 1 implica una coincidencia exacta entre lo observado y lo esperado; un valor mayor que 1 indica exceso de mortalidad, y menor que 1, menor mortalidad que la proyectada.

Para efectos del análisis planteado, se calculó el SMR acumulando los años disponibles, asumiendo independencia entre ellos.

6.3. Resultados del SMR

La Tabla 6 muestra los resultados del SMR para el período 2018-2024. Se observa que el SMR es de 1.18 y 1.57 considerando EMSSA15 y EMSSA09, respectivamente. Esto indica que las muertes observadas superan significativamente las esperadas, con un exceso estimado del 18 % y 57 % respectivamente. De igual manera, se calculó el Intervalo de Confianza para el SMR, obteniendo un menor rango para la tabla EMSSA15.

Año	# Personas Expuestas	# Casos Reales	# Casos Esp. EMSSA 15	# Casos Esp. EMSSA 09	ISRM EMSSA 15	ISRM EMSSA 09
2018	2,820	174	115	104.07	1.52	1.67
2019	46,323	879	924	680.95	0.95	1.29
2020	47,960	1,720	968	708.23	1.78	2.43
2021	51,146	1,514	1,076	798.86	1.41	1.90
2022	53,333	1,440	1,168	879.32	1.23	1.64
2023	54,631	885	1,227	936.96	0.72	0.94
2024	56,421	1,414	1,295	998.46	1.09	1.42
Acumulados	312,634	8,026	6,774	5,106.86	1.18	1.57

Tabla 6 Standardized Mortality Ratio (SMR)

	ISRM EMSSA15	ISRM EMSSA09
IC Inferior	1.15949	1.53793
IC Superior	1.21027	1.60529
Rango	0.05078	0.06736

Tabla 7 Intervalos de Confianza para el SMR

6.4. Comparación de Modelos

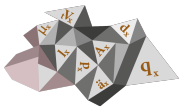
Se evaluaron dos modelos de mortalidad esperada. El modelo 1 – EMSSA15 presentó un valor total de χ^2 de 964.6, mientras que el modelo 2 – EMSSA09 alcanzó un valor de 2723.4, lo que indica un desajuste mucho mayor. Ambos modelos son estadísticamente diferentes de los datos observados, pero el modelo 1 representa una mejor aproximación.

Adicionalmente, los SMR calculados con el modelo 1 muestran desviaciones más consistentes y menos extremas que los obtenidos bajo el modelo 2. Esto sugiere que, aunque ninguna hipótesis es perfecta, el modelo 1 es considerablemente más representativo de la realidad observada.

6.5. SMR Acumulado Total, por Género y por Edad

Se calculó el SMR acumulado para ambos modelos, de tasas esperadas que ofrece cada tabla, considerando el total de muertes observadas y el total de personas expuestas durante el periodo de análisis para el total, por género y por edad.

Las tablas 8 y 9 presentan los resultados con sus respectivos intervalos de confianza.



Género	SMR EMSSA15	SMR EMSSA09	IC EMSSA15	IC EMSSA09
Total	1.1849	1.5716	0.05078	0.06736
Hombres	1.1708	1.4966	0.05929	0.07579
Mujeres	1.2205	1.7891	0.09801	0.14368

Tabla 8 SMR Acumulado por Género

Grupo de edad	SMR EMSSA15	SMR EMSSA09
<50	4.6419	9.6704
50 a 55	1.0455	1.9569
56 a 60	1.0586	1.7629
61 a 65	1.0786	1.7015
66 a 70	1.1625	1.7732
71 a 75	1.1261	1.6454
76 a 80	1.1390	1.5928
81 a 85	1.2285	1.6088
86 a 90	1.3409	1.5339
91 a 95	1.4954	1.2448
96 a 100	1.5363	0.9614
más de 100	1.1102	0.5641

Tabla 9 SMR Acumulado por Grupo de Edad

6.6. SMR Acumulado Total, por Género y Edad excluyendo años 2020-2022 (pandemia)

Según el INEGI, en los años 2020, 2021 y 2022 hubo un exceso de mortalidad arriba del 36 %, derivado de la pandemia por COVID 19.

Por lo anterior, se calculó el SMR acumulando únicamente considerando los años 2018, 2019, 2023 y 2024 con la finalidad de aislar los años en los que se asume, la mortalidad pudo haber tenido un crecimiento significativo.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- El ISRM total bajo la EMSSA15 es cercano a 1, en tanto que el IC considera el 1, lo que representa evidencia de ser mejor estimador que la EMSSA09. Lo anterior sucede también al considerar los datos de hombres.
- En el caso de las mujeres, si bien el IC bajo la EMSSA15 no incluye al 1, el ISRM es mucho más cercano al 1 que EMSSA09.
- Al desglosar ISRM por edades, en 7 de los 12 quinquenios la EMSSA 15 es mejor estimador que EMSSA 09.

Las tablas 10 y 11 muestran el detalle.

Género	SMR EMSSA15	SMR EMSSA09	IC EMSSA15	IC EMSSA09
Total	0.9955	1.3033	0.06527	0.08545
Hombres	0.8889	1.1333	0.07039	0.08974
Mujeres	1.0694	1.4978	0.12570	0.17605

Tabla 10 SMR Acumulado por Género Excluyendo Años 2020-2022 (Pandemia)

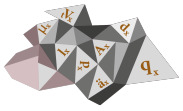
Grupo de edad	SMR EMSSA15	SMR EMSSA09
<50	5.4428	11.4882
50 a 55	0.6630	1.2346
56 a 60	0.7204	1.2023
60 a 65	0.7664	1.2117
66 a 70	0.8375	1.2785
71 a 75	0.8061	1.1811
76 a 80	0.9245	1.2938
81 a 85	1.0157	1.3310
86 a 90	1.1828	1.3455
91 a 95	1.4157	1.1642
96 a 100	1.6668	1.0311
más de 100	1.1658	0.5873

Tabla 11 SMR Acumulado por Grupo de Edad Excluyendo Años 2020-2022 (Pandemia)

6.7. Interpretación de los Intervalos de Confianza

Los intervalos de confianza (IC) permiten cuantificar la incertidumbre estadística en torno al SMR estimado. Un intervalo que no incluye el valor 1 indica que el SMR es significativamente distinto del valor esperado bajo la hipótesis nula de ajuste perfecto.

Los IC al 95 % calculados por el método de Poisson no incluyen el valor 1, lo que indica un exceso de mortalidad respecto a lo proyectado. Sin embargo, el modelo 1 presenta un SMR acumulado más cercano a 1 y con un intervalo más estrecho, lo cual sugiere que se ajusta mejor a la experiencia observada y proporciona una estimación más estable y confiable.



7. IMPACTO EN LA ESPERANZA DE VIDA

Al comparar la esperanza de vida determinada con la tabla EMSSA09 y EMSSA15, existe una disminución con esta última (hombres hasta 87 años y mujeres hasta 77 años), lo que representa una disminución en los pasivos laborales de planes de pensiones, ceteris paribus.

7.1. Esperanza de Vida para Hombres

La Tabla 12 presenta la esperanza de vida para hombres según las tablas EMSSA09 y EMSSA15, junto con la reducción en años.

Edad	EMSSA09	EMSSA15	Reducción en años
55	31.3	28.6	-2.7
60	27.1	24.8	-2.3
65	23.1	21.2	-1.9
70	19.4	17.8	-1.6
75	15.9	14.7	-1.2
80	12.8	12.0	-0.8

Tabla 12 Esperanza de Vida para Hombres

7.2. Esperanza de Vida para Mujeres

La Tabla 13 presenta la esperanza de vida para mujeres según las tablas EMSSA09 y EMSSA15, junto con la reducción en años.

Edad	EMSSA09	EMSSA15	Reducción en años
55	35.2	32.7	-2.5
60	30.3	28.2	-2.1
65	25.4	23.8	-1.6
70	20.7	19.7	-1.0
75	16.1	15.8	-0.3
80	11.8	12.3	0.5

Tabla 13 Esperanza de Vida para Mujeres

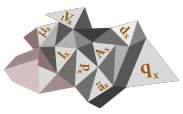
8. CONCLUSIONES

El análisis comparativo entre las tablas de mortalidad **EMSSA09** y **EMSSA15** evidencia que esta última ofrece un **mejor ajuste a la experiencia observada** en la población jubilada analizada entre 2017 y 2024. Los resultados derivados del cálculo del *Standardized Mortality Ratio* (SMR) y de la prueba χ^2 muestran que, aunque ambas tablas difieren significativamente de los datos reales, la EMSSA15 se aproxima de manera más consistente, con valores acumulados cercanos a 1 y con intervalos de confianza más estrechos. Este comportamiento se mantiene al considerar el total de la muestra, los análisis por género y la mayoría de los quinquenios etarios, salvo en el grupo de 91 a 100 años.

Asimismo, al excluir los años 2020–2022 —marcados por el **exceso de mortalidad debido a la pandemia de COVID-19**—, la EMSSA15 confirma su validez como un **estimador robusto**, particularmente en la población masculina. Esta evidencia refuerza su pertinencia como instrumento demográfico más confiable para **proyectar la esperanza de vida de jubilados** y para sustentar los cálculos actuariales en planes de pensiones y seguros de rentas vitalicias. Su aplicación no solo implica una disminución en los **pasivos laborales**, sino que también permite proyecciones más realistas sobre los costos futuros asociados a compensaciones y beneficios.

En conclusión, la evidencia estadística respalda la adopción de la **EMSSA15** como referencia principal en las **estimaciones actuariales de la población jubilada mexicana**, ya que refleja con mayor precisión la dinámica de la mortalidad reciente. Aunque no fue posible determinar la influencia del acceso a servicios médicos privados en la tasa de mortalidad debido a las limitaciones de la muestra, los hallazgos resaltan la importancia de **actualizar periódicamente las tablas de mortalidad** para capturar de forma adecuada los cambios en longevidad y asegurar la **sostenibilidad financiera** de los sistemas de pensiones.

Jorge Emmanuel Alarcón Castillo es actuario por la Universidad Nacional Autónoma de México y dirige actualmente el negocio de Retiro en Willis Towers Watson México. Con más de 32 años de experiencia como consultor en patrimonio y retiro para empleados, es actuario certificado y miembro de la Asociación Mexicana de Actuarios Consultores y del Colegio Nacional de Actuarios. A lo largo de su trayectoria ha participado en el diseño, valuación e implementación de planes de pensiones, programas de ahorro de largo plazo y esquemas de compensación flexible y diferida. Ha asesorado a más de 350 empresas nacionales y multinacionales en la implementación y administración de beneficios de retiro y compensación.



César Adrián Hernández Viveros cuenta con 18 años de experiencia como consultor actuarial, especializado en valuación de pasivos laborales, diseño de planes de retiro y desarrollo de modelos para la administración integral de riesgos en el sector asegurador y en organizaciones públicas y privadas. Actualmente dirige el área de modelos analíticos para riesgos asegurables en Latinoamérica. Fue profesor de Pensiones Privadas en la Facultad de Ciencias de la UNAM (2006–2020). Es actuario por la UNAM, con maestría en Finanzas Bursátiles y Corporativas por la Universidad Marista, y cuenta con diversas certificaciones en gestión y administración cuantitativa de riesgos. Es miembro del Colegio Nacional de Actuarios y de The Risk Management Society.

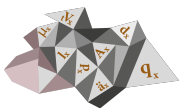
Gloria Jazmín Pérez Mendoza es actuaria con más de 17 años de experiencia en consultoría de pasivos laborales, pensiones y planes de retiro. Desde 2009 trabaja en Bufete Matemático Actuarial, S.C., donde se especializa en valuaciones de pasivos laborales bajo distintos principios contables y en el diseño e implementación de planes de beneficios para empleados. Es actuaria por la Facultad de Ciencias de la UNAM y cuenta con una Maestría en Administración de Negocios con especialidad en Gestión Empresarial y Finanzas. Está certificada en Pasivos Laborales Contingentes por el Colegio Nacional de Actuarios y autorizada por la Comisión Nacional de Sistemas de Ahorro para el Retiro para dictaminar planes de pensiones. Es miembro del Colegio Nacional de Actuarios y de la Asociación Mexicana de Actuarios Consultores.

Mario César Serrano González cuenta con más de 18 años de experiencia en consultoría actuarial en compensaciones y beneficios para empleados, así como en consultoría de inversiones de activos de planes de pensiones para empresas nacionales e internacionales. Tiene amplia experiencia en valuaciones actuariales y de financiamiento bajo normas contables como IFRS, ASC 715/712 y NIF D-3, además de participar en proyectos de diseño y rediseño de planes de pensiones, armonización de beneficios y procesos de fusiones y adquisiciones. También ha desarrollado proyectos de Asset Liability Modeling (ALM) para empresas multinacionales y cuenta con credenciales para fungir como perito en materia de pensiones y pasivos laborales contingentes ante el Centro Federal de Conciliación y Registro Laboral. Es actuario por la UNAM, con estudios de maestría en Economía y diplomados en Finanzas, Administración, Mercadotecnia y Pensiones.

Miguel Angel Gomez Delgado cuenta con 11 años de experiencia como consultor actuarial, integrándose al segmento de beneficios en la práctica de retiro de WTW México en 2014. Ofrece sus habilidades de consultoría a empresas locales y multinacionales. Es actuario egresado de la Universidad Nacional Autónoma de México. Entre los proyectos en los que ha participado se encuentran diseño y valuación de planes de pensiones y otros planes de beneficios posteriores a la jubilación, así como procesos de armonización de compensación y beneficios. Miguel cuenta con dos certificaciones de la Sociedad de Actuarios. Actualmente funge como Consultor Actuarial Senior en WTW México.

Pedro Daniel Trejo Solís es director del área de Retiro en WTW y cuenta con más de 21 años de experiencia en consultoría actuarial. Ha trabajado en México y Estados Unidos, iniciando su carrera en Minneapolis en 2004. Asesora a empresas multinacionales y locales en procesos de fusiones y adquisiciones, armonización de beneficios y compensaciones, gestión de proyectos y alineación con políticas corporativas. También coordina valuaciones actuariales de planes de pensiones y otros beneficios posteriores al retiro, así como su gobernanza, administración, diseño y gestión de riesgos. Participa además en el diseño e implementación de planes flexibles de beneficios. Es actuario por el ITAM, Asociado de la Society of Actuaries de Estados Unidos, con estudios de maestría en negocios en el ITAM. Es miembro del Colegio Nacional de Actuarios y de la Asociación Mexicana de Actuarios Consultores.

Rosa Alicia García Sánchez cuenta con más de 20 años de experiencia en consultoría actuarial en beneficios para empleados y más de 15 años brindando asesoría en servicios actuariales para KPMG México, atendiendo clientes de auditoría y consultoría. Su experiencia incluye valuaciones actuariales de obligaciones laborales para empresas nacionales e internacionales en México y Latinoamérica, relacionadas con beneficios legales, contratos colectivos, planes gubernamentales, planes de pensiones privados y otros beneficios post-empleo, bajo los marcos contables MEX GAAP (NIF D-3), US GAAP (ASC 712 y 715) e IFRS (IAS 19). Ha participado en proyectos de due diligence, selección de supuestos actuariales y cuantificación de pasivos laborales, así como en la revisión de cálculos actuariales para más de 150 clientes. También ha liderado el diseño e implementación de planes de pensiones y ha impartido cursos de capacitación sobre beneficios para empleados bajo distintos marcos contables.



Actuarios trabajando
Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

La cueva de los cuentos

El lenguaje universal

Benjamín de la Cueva Guerra

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030405

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

El lenguaje universal

Benjamín de la Cueva Guerra*
*Colegio Nacional de Actuarios

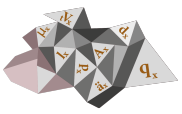
RESUMEN Este cuento nace como una respuesta lúdica y provocadora a la célebre ponencia de Gabriel García Márquez en el Primer Congreso Internacional de la Lengua Española, donde propuso simplificar y humanizar la gramática. Inspirado por esa "botella al mar para el dios de las palabras", decidí imaginar un escenario extremo: ¿qué pasaría si sus ideas fueran tomadas al pie de la letra por las autoridades lingüísticas?

El lenguaje universal es una sátira que juega con los límites de la ortografía, la lógica institucional y el entusiasmo por la modernización. No pretende burlarse del idioma, sino rendirle homenaje desde el humor y la imaginación. En tiempos donde la comunicación se transforma a velocidad vertiginosa, este cuento invita a reflexionar —entre risas— sobre lo que ganamos y lo que perdemos cuando simplificamos demasiado.

A quienes aman las palabras, los acentos, las letras con "pancita" y los signos que nos enseñaron a respetar desde la infancia: lean esto con espíritu travieso y mente abierta. Y si al final les queda una duda, recuerden que hasta los genios han querido jubilar la ortografía.

Benjamín
San Juan Cuautlancingo, Puebla
Octubre de 2025

Palabras clave
Sátira lingüística, Reforma ortográfica, Gabriel García Márquez, Humor



Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 18 de febrero de 2026
Artículo comunicado por Mauricio Gabriel Arredondo Fernández Cano y preparado para el formato de esta revista por Santiago Ezquerra Noriega.
La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.

Vos audita perit; litera escripta manet
La voz hablada perece, la letra escrita permanece
Proverbio latino

En el Primer Congreso Internacional de la Lengua Española, celebrado en la ciudad de Zacatecas, el conocido escritor colombiano y premio Nobel de Literatura, Gabriel García Márquez, presentó una ponencia en la que señalaba: ". . . el destino ineluctable de un lenguaje global, basado en una simplificación del idioma."

El rey de España se encontraba presente en el evento y, de inmediato, decidió presentar una propuesta para considerar nuestro idioma —simplificado— como un medio clave para la unificación del Mercado Común Europeo.

Varios miembros de la Real Academia Española que asistían al congreso reconocieron la importancia de estas modificaciones y, con la diligencia que los caracteriza, comenzaron a redactar los primeros borradores de los cambios propuestos. A falta de un medio más adecuado, utilizaron para sus notas el papel membretado del Hotel Hacienda del Bosque.

La primera gestión del rey, al regresar al Palacio de la Zarzuela, fue establecer un comité encargado de analizar las medidas de abreviación del idioma. Se acordó que la simplificación se implementaría de forma progresiva durante los siguientes cinco años, fecha en la que se definiría el "euro-idioma". Los eruditos seleccionaron como finalistas al castellano y al alemán, dejando bastante atrás al inglés, el francés y el italiano.

El primer cambio propuesto fue la eliminación de la irritante *ñ* que, es bien sabido, no existe en ninguno de los otros idiomas que figuran como finalistas; esta medida permitirá ahorrar una letra en los teclados de las máquinas de escribir y en las computadoras, y evitar, de paso, las molestas adaptaciones que deben hacerse para lograr la transferencia de estos caracteres en la red y los correos electrónicos.

El cambio se efectuará en el primer ano y aunque se sabe que algunas frases sonarán nonas, se evitará el empleo de manosos procedimientos y aunque nos den nanaras en poco tiempo la eliminación de la letra se verá tan sencilla como quitarle la muneca a una nina.

El siguiente paso imprescindible fue el de eliminar, por inútiles, a las *haches* rupestres. Esta letra con su característica de ser muda, ha sido un dolor de cabeza para el aprendizaje de su uso por parte de todos los escolares a lo largo de la historia.

Si al ablar no se pronuncia esta letra es un echo comprobado que cualquier ombre ábil uiría con orror del uso a uevo de esta letra inservible.

Otra modificación lógica es la de unificar la *be* de burro y la *ve* de vaca, ya que no ay diferencia en la pronunciación y por siglos a sido un dilema el elegir una u otra.

Vajo este razonamiento los savios y varvados académicos decidieron elegir esta letra que, entre otras cosas, es más fácil de escrivir pues carece de la molesta pancita de su similar eliminada. Los uranos voemios presentes, con umor dieron vrincos de júvilo ante tan vrillante medi-da.

Aora se pasó a tres letras cuyo sonido, es muy semejante: la *c* suave, la *s* y la *z*. La asamvlea, nuevamente por facilidad de escritura (tampoco tiene pancita), se inclinó por la *z*.

En un prinzipio el uzo de la *z* zeguramente, uelga dezirlo, parezerá umoríztico pero a lo largo de loz zinco anoz nueztroz ijoz, zin duda alguna, ze acoztumvrarán.

Un pazo difízil fue la zuvztituzión de la *c* fuerte con la útil y azta aora poco uzada *k*.

El kaval konvenzimiento de ezte kanvio zerá paulatino e irreverzivle.

A kontinuazión ze ziguió kon la inkomoda dovle *l* que no tiene mayor zentido de zer, ante la exiztenzia de la ziempre útil *y*.

Azí ze aorra una letra en kada kazo; ez un echo ke laz yamadaz kuartiyaz kontendrán máz palavraz y yevarán menor número de letraz.

Y ya que avlamoz del zonidoz fuertez ze penzó en eliminar la inkómoda *q* que requiere valerze de una *u* para kumplir zu funzión. Ze dezidió uzar la adekuada *k*.

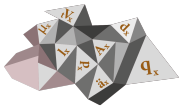
Triunfaron loz kizkiyozoz, kienez ze kejavan de loz moleztoz zignoz de inizio de interrogazión y admirazión ya ke no zon utilizadoz ni en inglez ni en franzez.

Ze firmó un *tratado de límitez entre la ge y la jota*. Ze konzideró ke el zonido fuerte de la *ge* era una inkongruenzia ya ke la *jota* puede kumplir kon zu funzión.

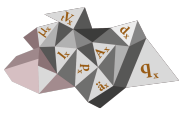
Kalifikaron de jenialez loz avanzez de jeztión y ze dezidió zuprimir laz dovlez letraz komo la *rr* y la *ee*; y de pazo loz inkomodoz azentoz y diériziz, al kavo ke muchaz perzonaz nunka an zavido dónde kolokarloz.

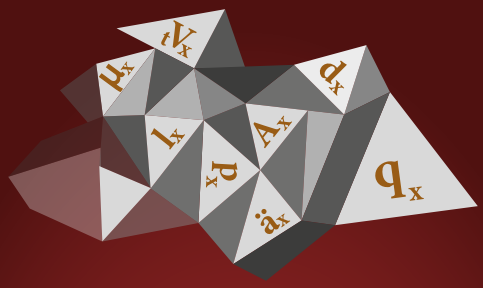
Ura! Fue el jemido jeneral ke zurjio de la azamvlea de loz jenioz ke al fin ovtuvieron kon avilidad una orijinal avla para loz hispano parlantez ke, zi no veya, ez al menoz maz zimple. El Rey al ler el konzenzo y loz akuerdoz de loz akademikoz linguiztaz izo una karta de rekonozimiento a loz miemvroz del komite.

Ezperamoz ke el zenor Gavriel Garzia Markez no ze averguenze por *juvilar la ortografia, teror del zer umano dezde la kuna* y kede zatizfecho kon la kreazion de ezte orivle y orizono aunke zenziyo lenguaje, ezkazo de jerundioz, y de uzo univerzal. Zu lema: "Ke todoz lo avlen zin ezfuerzo y ezkrivan zin provlemaz". Un zueno echo realidad!



Benjamín de la Cueva Guerra es un destacado actuario, académico y escritor mexicano, reconocido principalmente por su trayectoria en el ámbito de las matemáticas financieras y, más recientemente, por su incursión en la literatura de ficción. Es egresado de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), ha sido conferencista en eventos especializados como el Congreso de Actuaría de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Su obra técnica más conocida es el libro Matemáticas financieras, publicado originalmente por la UNAM en 1971 y utilizado como texto universitario de referencia en facultades de Ciencias y Contaduría. También es autor de las Tablas Financieras publicadas por Editorial Porrúa. Ha participado en el sector de energía en México, vinculado a empresas como Golfo Energy, enfocadas en consultoría y capacitación para el sector petrolero y de gas. En años recientes, ha desarrollado una carrera como escritor de cuentos y relatos, participando en talleres de creación literaria. Su primer libro de cuentos se llama *El Hotel Infinito*, y tiene Una obra de ficción que ha tenido varias ediciones, incluyendo una publicada en 2022: *La rebelión de los ceros (o La rerebelión de los ceros).*





Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Invitados trabajando

La solución analítica general de las ecuaciones polinomiales de tercer grado

Mauricio Chávez Pichardo

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030404

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

COLEGIO
NACIONAL DE
ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

La solución analítica general de las ecuaciones polinomiales de tercer grado

Mauricio Chávez Pichardo[*,1]

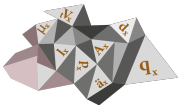
[*]Tecnológico de Estudios Superiores del Oriente del Estado de México, División de Estudios de Posgrado e Investigación y División de Ingeniería en Energías Renovables (TecNM-TESOEM)

RESUMEN Este artículo desarrolla una solución analítica general de las ecuaciones cúbicas con coeficientes reales, demostrando que pueden resolverse eficazmente sin recurrir a la aritmética compleja. A partir del análisis del discriminante y del *casus irreducibilis*, se muestra la complementariedad entre la fórmula de Cardano y la solución trigonométrica. El resultado principal es un teorema que permite obtener siempre una raíz real mediante expresiones puramente reales y, a partir de ella, calcular las restantes. Con ello se refuta la idea de que los métodos analíticos para ecuaciones cúbicas reales son imprácticos, especialmente con apoyo computacional moderno.

Palabras clave

Teorema fundamental del álgebra, soluciones con radicales, desarrollo histórico de la teoría de ecuaciones.

Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 18 de febrero de 2026
Artículo comunicado por José Daniel López Barrientos y puesto en el formato de esta revista por Aldo Flores Mendoza. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.
[1]Correo electrónico: mauricio.chavez@tesoem.edu.mx



1. INTRODUCCIÓN

En prácticamente todos los cursos tradicionales de álgebra básica, uno de los temas más avanzados y comunes que se suele impartir es la ecuación general de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$, cuya solución general está dada por la fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \tag{2}$$

Sin embargo, las ecuaciones de grado superior a dos suelen ser pasadas por alto en dichos cursos, muchas veces porque se supone equivocadamente que los métodos analíticos para su solución general son poco prácticos, debido a su asociación histórica con el surgimiento de los números complejos no reales y la lógica aritmética que los rige, la cual suele ser mucho menos simple y directa que la aritmética básica de los números reales (vea el artículo de Chávez-Pichardo *et al.* (2023) y pp. 93-111 del libro de Uspensky (1998)).

Considerando esto, el objetivo fundamental de este artículo es tratar de ilustrar cómo, contrariamente a lo que se suele creer, las ecuaciones polinomiales de tercer grado con coeficientes reales se pueden resolver analíticamente y de manera general, sin la necesidad de recurrir en modo alguno a la aritmética de los números complejos. Para tal fin, aquí se considerará a la ecuación cúbica general de la siguiente manera:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0, \tag{3}$$

en donde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$. Adicionalmente, consideraremos la ecuación cúbica reducida:

$$y^3 + py + q = 0, \tag{4}$$

con $p, q \in \mathbb{R}$, de modo que la relación entre (3) y (4) está determinada por la siguiente igualdad:

$$x = y - \frac{b}{3a}. \tag{5}$$

Así que, si en ambos miembros de (3) se divide entre el coeficiente a y (5) se sustituye en dicha ecuación, entonces (3) termina convirtiéndose en la siguiente ecuación: $y^3 + (\frac{3ac-b^2}{3a})y + \frac{2b^3-9abc+27a^2d}{27a^3} = 0$. Lo que implica que los coeficientes de (3) y (4) están relacionados de la siguiente manera:

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a} \quad \text{y} \quad q = \frac{2b^3 - 9abc + 27a^2d}{27a^3}. \tag{6}$$

Finalmente, es claro que la relación establecida en (5) implica que, para poder resolver (3), es necesario resolver primero (4). Expondremos esto a continuación.

2. LA FÓRMULA DE DEL FERRO-TARTAGLIA-CARDANO

La solución analítica de (4) fue descubierta a inicios del siglo XVI, por el matemático boloñés Scipione Del Ferro (1465 – 1526). Aunque, por razones desconocidas, él se rehusó a publicarla en vida, se sabe que antes de morir se la dio a conocer a algunos pupilos suyos. Más tarde, otro matemático veneciano de nombre Niccolò Fontana (1499 – 1557), quien pasaría a la historia con el sobrenombre de "Tartaglia", debido a la tartamudez que padecía; la redescubrió tras haber vencido en una disputa pública a un expupilo de Del Ferro y, aunque se supo que Tartaglia había redescubierto este resultado, él nunca lo publicó apropiadamente.

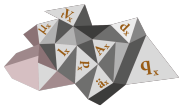
Sin embargo, un polímata renacentista italiano de nombre Gerolamo Cardano (1501 – 1576), quien entre sus diversos intereses intelectuales se encontraban las matemáticas de su tiempo, trató de obtener de Tartaglia este resultado con cierta insistencia y, aunque al principio Tartaglia se rehusó a dárselo a conocer porque tenía planes para publicarlo por él mismo, finalmente terminó cediendo ante la insistencia de Cardano, imponiéndole la condición de que le prometiera jamás publicarlo. En un principio, Cardano fue fiel a su promesa; pero terminó rompiéndola en 1545, cuando publicó su libro "Ars Magna", en donde no sólo le daba a conocer al mundo la solución analítica de (4), sino que también daba a conocer sus propios avances a partir de este resultado trascendente (vea los caps. 2 y 3 del libro de Tignol (2016)).

Además, en este libro también se dio a conocer, por primera vez, la solución analítica general de las ecuaciones de cuarto grado, descubierta por el matemático renacentista boloñés Ludovico Ferrari (1522 – 1565), quien era pupilo de Cardano. Lo que hizo de "Ars Magna" uno de los textos fundacionales de la teoría clásica de ecuaciones, a pesar de que su publicación provocó la enemistad de por vida entre Tartaglia y Cardano, aún y cuando éste les dio crédito a Del Ferro y a Tartaglia. Debido a todo esto, a la solución analítica de (4) se le conoce como la "fórmula de Del Ferro-Tartaglia-Cardano", la cual está dada como:

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}. \tag{7}$$

Según Osler (2001), una manera de decducir esta fórmula es a través de aplicar el siguiente cambio de variable en (4):

$$y = u + v, \tag{8}$$



el cual permite reescribir a (4) como $(u+v)^3 + p(u+v) + q = u^3 + v^3 + (3uv - p)(u+v) + q = 0$. Ahora, nótese que esta igualdad se cumple si $u^3 + v^3 + q = 0$, al mismo tiempo que $3uv + p = 0$, lo que permite establecer el siguiente sistema de dos ecuaciones no-lineales con dos incógnitas:

$$\begin{aligned} u^3 + v^3 &= -q, \\ u^3 v^3 &= -p^3/27. \end{aligned} \tag{9}$$

De este modo, el Teorema de Viète (vea esta cita de la European Mathematical Society (2023)), que establece la relación general entre los coeficientes de un polinomio cualquiera y sus respectivas raíces, implica que este sistema de ecuaciones no lineales es equivalente a la ecuación cuadrática auxiliar $27t^2 + 27qt - p^3 = 0$, en donde las dos raíces de esta ecuación son $t_1 = u^3$ y $t_2 = v^3$. Luego, (2) aplicada a esta ecuación implica:

$$\begin{aligned} t &= \frac{-27q \pm \sqrt{(27q)^2 - 4(27)(-p^3)}}{2(27)} \\ &= -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}. \end{aligned}$$

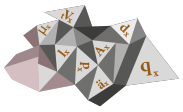
Por lo tanto:

$$u = \sqrt[3]{t_1} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}, \tag{10}$$

$$v = \sqrt[3]{t_2} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}, \tag{11}$$

con lo que finalmente se obtiene (7), por medio de (8).

Ahora bien, en los tiempos de Del Ferro, Tartaglia y Cardano, no se sabía lo que actualmente se conoce como el "teorema fundamental del álgebra" (vea el capítulo 9 del libro de Tignol (2016)). Este resultado establece que, dentro del campo de los números complejos ($\mathbb{C}$), un polinomio de grado n tiene exactamente n raíces complejas, no necesariamente todas distintas entre sí, entendiendo que los números reales son el caso particular de los números complejos cuya parte imaginaria es nula. Así que, para el caso de las ecuaciones cúbicas, este teorema garantiza que tanto (3), como (4), deberán tener exactamente tres raíces complejas, reales o no. Por otro lado, (7) en su forma original parecería dar sólo una de esas tres raíces. No obstante, en términos teóricos modernos, se sabe que (7) sí da las tres raíces de (4), de la siguiente manera:



$$\begin{aligned} y_1 = &\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \\ &+ \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} y_2 = \omega_1 &\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \\ &+ \omega_2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} y_3 = \omega_2 &\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \\ &+ \omega_1 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}, \end{aligned} \tag{14}$$

en donde ω_1 y ω_2 son las dos raíces cúbicas complejas no reales de la unidad. O sea:

$$\omega_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \text{y} \quad \omega_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$

en donde $i \notin \mathbb{R}$ es la 'unidad imaginaria', la cual está definida como $i := \sqrt{-1}$, con lo que se puede verificar que efectivamente $\omega_1^3 = \omega_2^3 = 1$, a pesar de que $\omega_1, \omega_2 \notin \mathbb{R}$.

De este modo, (13) también se obtiene por medio de (8), sólo que tomando a $u = \omega_1\sqrt{t_1}$ y $v = \omega_2\sqrt[3]{t_2}$ en (10)-(11), los cuales es claro que también satisfacen al sistema de ecuaciones (9); mientras que (14) se obtiene análogamente, sólo que tomando a $u = \omega_2\sqrt{t_1}$ y $v = \omega_1\sqrt[3]{t_2}$ en (10)-(11). Finalmente, gracias a lo anterior, también se podrían obtener las tres raíces de (3), por medio de las relaciones (5) y (6).

3. EL *CASUS IRREDUCIBILIS* Y EL ORIGEN HISTÓRICO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

Hasta aquí, a simple vista, podría esperarse que (7) y sus variantes resuelvan (4) con algo menos de eficacia que la que (2) tiene para resolver (1). Sin embargo, obsérvese lo que ocurre en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 3.1. *Considere la ecuación*

$$y^3 - 21y - 20 = 0, \tag{15}$$

cuyas tres raíces previamente conocidas son: $y_1 = 5$, $y_2 = -4$ *y* $y_3 = -1$. *Debido a que* (15) *también puede expresarse como* $(y-5)\,[y-(-4)]\,[y-(-1)] = 0$, *por lo que sería de esperarse que* (7) *diera como resultado alguna de estas raíces, tomando a* $p = -21$ *y* $q = -20$. *Entonces:* $(q/2)^2 + (p/3)^3 = (-20/2)^2 + (-21/3)^3 = -243$. *Así que* (7) *implica que* $y = \sqrt[3]{10+\sqrt{-243}} + \sqrt[3]{10-\sqrt{-243}}$, *lo que pareciera no coincidir con ninguna de las tres raíces conocidas de la ecuación dada. No obstante, si se considera que:*

$$\left(\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3 = 10 \pm 9\sqrt{3}i = 10 \pm \sqrt{-243}. \qquad (16)$$

Entonces (12)-(14) *implican:*

$$\begin{aligned}
y_1 &= \sqrt[3]{10+\sqrt{-243}} + \sqrt[3]{10-\sqrt{-243}} \\
&= \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = 5, \\
y_2 &= \omega_1 \sqrt[3]{10+\sqrt{-243}} + \omega_2 \sqrt[3]{10-\sqrt{-243}} \\
&= \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \\
&\quad \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = -4, \\
y_3 &= \omega_2 \sqrt[3]{10+\sqrt{-243}} + \omega_1 \sqrt[3]{10-\sqrt{-243}} \\
&= \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \\
&\quad \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = -1.
\end{aligned}$$

Ahora bien, en el s. XVI, demostrar identidades numéricas como $\sqrt[3]{10+\sqrt{-243}} + \sqrt[3]{10-\sqrt{-243}} \equiv 5$, o como (16), era un problema casi ininteligible. El motivo es simple: cantidades como $\sqrt{-243}$ se consideraban un completo sinsentido, debido a que en aquellos tiempos todo planteamiento de tipo algebraico debía estar sujeto a interpretaciones geométricas elementales, mientras que la raíz cuadrada de una cantidad real negativa carecía de todo sentido, desde la perspectiva de la geometría Euclidiana.

Así pues, cuando algunos matemáticos, como el mismo Cardano, se dieron cuenta de la existencia de ecuaciones como la del Ejemplo 3.1, con raíces reales conocidas y en las que (7) inevitablemente conducía a raíces cuadradas de números reales negativos, lo que a su vez implicaba tener que calcular las raíces cúbicas de un par de cantidades aún más "extrañas" que eran la suma o resta de un número real y una cantidad sin aparente sentido, fue que por primera vez en la historia se empezó a considerar que quizás las raíces cuadradas de los números reales negativos sí tendrían algún sentido práctico, a través de (7).

Siendo ésta la razón por la que en un inicio a este tipo de ecuaciones cúbicas se les identificó como *Casus Irreducibilis* (CI) o caso (supuestamente) irreducible, pues su solución analítica aparentemente iba más allá de los límites de la lógica de los números reales; mientras que antes de esto, a los casos de (1) en los que $b^2 - 4ac < 0$ se les consideraba simplemente como casos absurdos o irresolubles. Así que, a partir del CI de (4), se definieron los "números complejos", como la suma (o resta) de un número real y un "número imaginario", el cual se interpretó como la raíz cuadrada de alguna cantidad real negativa, con base en la definición de la unidad imaginaria i. Este hecho daba finalmente sentido a igualdades como (16) y, aunque también contribuyó enormemente al desarrollo de las matemáticas modernas, no mejoró la practicidad de (7) y sus variantes para resolver eficazmente al CI. Pues como el mismo Ejemplo (3.1) lo ilustra, su solución se basa más en la validez de la igualdad (16), que en la efectividad que tiene por sí misma (7); mientras que, en la mayoría de las ecuaciones cúbicas que corresponden al CI, deducir igualdades como (16) es muy poco práctico.

A pesar de esto, finalmente se pudo desarrollar un nuevo tipo de aritmética, cuya lógica rige a los números complejos; mientras que, con el posterior descubrimiento del Cálculo Infinitesimal, este nuevo sistema numérico también dio origen a la rama de las matemáticas modernas conocida como la "Teoría de la Variable Compleja", la cual tiene un sinfín de aplicaciones dentro de las distintas disciplinas de la ingeniería moderna. Finalmente, queda claro que el CI se da siempre que los coeficientes de (4) conduzcan a la siguiente desigualdad:

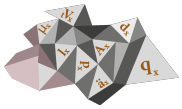
$$\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 < 0. \qquad (17)$$

En caso contrario, (12)-(14) resuelven con una cierta eficacia (4).

4. LA SOLUCIÓN TRIGONOMÉTRICA DEL *CASUS IRREDUCIBILIS*

Como ilustra el Ejemplo 3.1, la mayor dificultad que presenta la aplicación práctica de (7), para resolver el CI de (4), es el tener que calcular las raíces cúbicas de dos cantidades complejas no reales. Sin embargo, a inicios del s. XVIII, el matemático francés Abraham De Moivre (1667 – 1754) aportó el siguiente resultado, que puede consultarse en las páginas 623-625 del libro de Swokowski y Cole (2006):

Teorema 4.1. *Sean* a, $\beta \in \mathbb{R}$ *y* $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, *tales que* $z = a + \beta i$. *Además, defina el "módulo" de* z *como* $|z| :=$



$\sqrt{a^2+\beta^2}$ *y el "argumento" de* z *como el ángulo* $\theta \in \mathbb{R}$*, tal que* $\cos\theta = a/|z|$ *y* $\text{sen}\theta = \beta/|z|$*. Por lo tanto, si* $n \in \mathbb{N}$*, entonces:*

$$\begin{aligned} z^n &= |z|^n \left[\cos(n\theta) + i \cdot \text{sen}(n\theta)\right], \\ \sqrt[n]{z} &= \sqrt[n]{|z|} \cdot \\ &\quad \left[\cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)\right] \end{aligned} \tag{18}$$

para toda $k \in \{0, 1, 2, ..., n-1\}$.

Note que (18) es un caso particular del Teorema Fundamental del Álgebra, pues (18) da las n raíces de la ecuación $x^n - z = 0$, para todo $n \in \mathbb{N}$ y todo $z \in \mathbb{C} - \{0\}$ (el caso trivial con $z = 0$ tiene como soluciones $x_k = 0 \forall k \in \{1, 2, ..., n\}$). Por otro lado, con base en (18), se puede establecer una solución trigonométrica alternativa para el CI de (4), cuando el Teorema 4.1 se aplica para calcular las dos raíces cúbicas de los números complejos no reales que inevitablemente aparecen al aplicar (7) en el CI (vea pp. 104-105 en el libro de Uspensky (1998)). Dicha solución está explícitamente dada como:

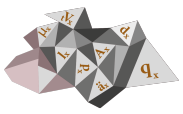
$$y_k = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3}\right) + \frac{2(k-1)}{3}\pi\right], \tag{19}$$

donde $k = 1, 2, 3$. Ahora, note que en el CI la desigualdad (17) garantiza que $p < 0$ y además $-1 < -\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3} < 1$. En consecuencia $\arccos\left(-\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3}\right) \in (0, \pi) \subset \mathbb{R}$.

Esto garantiza que (19) está bien definida dentro del campo de los números reales, lo que a su vez da que esta fórmula resuelva eficazmente al CI de (4); evitándose por completo el uso de la aritmética de los números complejos, a diferencia de (12)-(14). Para ilustrar lo anterior, vea lo que ocurre cuando se aplica (19) en la ecuación del Ejemplo 3.1:

$$\begin{aligned} y_1 &= 2\sqrt{7}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{10}{7\sqrt{7}}\right)\right] = 5, \\ y_2 &= 2\sqrt{7}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{10}{7\sqrt{7}}\right) + \frac{2}{3}\pi\right] = -4, \\ y_3 &= 2\sqrt{7}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{10}{7\sqrt{7}}\right) + \frac{4}{3}\pi\right] = -1. \end{aligned}$$

Esto coincide por completo con los resultados obtenidos en (12)-(14). En contraste, si los coeficientes de (4) implican que $\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 > 0$, entonces, es claro que (19) está indefinida cuando $p = 0$, por lo que es inaplicable para este caso. Esto requeriría el empleo de trigonometría compleja no real, cuando $p \neq 0$, lo que vuelve totalmente impráctica a la fórmula (19) en casi todos los casos de (4) que no correspondan al CI. Para ilustrar esto, considere el ejemplo siguiente.



Ejemplo 4.2. *Suponga que* $y^3 - 15y + 126 = 0$*, entonces:*

$$\begin{aligned} -\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3} &= \frac{126}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{(-15)}\right)^3} \\ &= -\frac{63}{5\sqrt{5}} \\ &\approx -5.6349 < -1. \end{aligned}$$

Esto implica que $\arccos\left(-\frac{63}{5\sqrt{5}}\right) \notin \mathbb{R}$*. En consecuencia, la trigonometría de los números reales es insuficiente para poder calcular los tres posibles valores de la siguiente expresión:*

$$\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{63}{5\sqrt{5}}\right) + \frac{2(k-1)}{3}\pi\right]$$

para $k \in \{1, 2, 3\}$*. Con esto, (19) se vuelve muy poco práctica para la solución de la ecuación dada. En contraste, observe lo que ocurre cuando se aplican (12)-(14), con* $p = -15$ *y* $q = 126$*:*

$$\begin{aligned} y_1 &= \sqrt[3]{-\frac{126}{2} + \sqrt{\left(\frac{126}{2}\right)^2 + \left(\frac{-15}{3}\right)^3}} \\ &\quad + \sqrt[3]{-\frac{126}{2} - \sqrt{\left(\frac{126}{2}\right)^2 + \left(\frac{-15}{3}\right)^3}}, \\ &= -1 + (-5) = -6, \\ y_2 &= \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-1) + \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-5) \\ &= 3 + 2\sqrt{3}i, \\ y_3 &= \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-1) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-5) \\ &= 3 - 2\sqrt{3}i. \end{aligned}$$

A continuación planteamos una observación que será fundamental para lo que expondremos en la Sección 8.

Observación 4.3. *Note que, mientras en el Ejemplo 3.1 (7) fue incapaz de resolver por sí sola la ecuación planteada sin el previo conocimiento de (16) y, en cambio, la fórmula (19) resolvió con eficacia dicha ecuación. En el Ejemplo 4.2, la fórmula (19) fue totalmente impráctica para poder resolver la ecuación planteada, mientras que las fórmulas (12)-(14) resolvieron con suma facilidad la ecuación en cuestión.*

5. EL DISCRIMINANTE DE LAS ECUACIONES POLINOMIALES DE TERCER GRADO

De acuerdo con la p. 101 del libro de van der Waerden (1970), si x_1, x_2 y x_3 son las tres raíces de (3), entonces el discriminante de esta ecuación está definido como:

$$\Delta_G := a^4 \left[(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_2 - x_3) \right]^2 . \tag{20}$$

Luego, si se supone que (4) es el caso particular de (3) cuando $a = 1$, $b = 0$, $c = p$ y $d = q$, entonces (20) implica que el discriminante de (4) en términos de sus raíces está dado por:

$$\Delta_R = \left[(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)(y_2 - y_3) \right]^2 . \tag{21}$$

Luego, (12)-(14) y (21) implican que el discriminante de (4), expresado en términos de sus propios coeficientes, está dado por:

$$\Delta_R = -4p^3 - 27q^2 \tag{22}$$

(vea p. 49 del libro de Stahl (2013)). Por otro lado, considere la definición siguiente.

$$\Delta := \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 . \tag{23}$$

Luego, note que si (5) implica que $x_k = y_k - \frac{b}{3a}$ para todo $k \in \{1, 2, 3\}$, entonces es claro que:

$$\begin{aligned} &(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_2 - x_3) \\ &\equiv (y_1 - y_2)(y_1 - y_3)(y_2 - y_3) . \end{aligned} \tag{24}$$

Por lo tanto, (20)-(24) implican que:

$$\Delta_g = a^4 \Delta_R = -108 a^4 \Delta. \tag{25}$$

Esto garantiza que $\Delta_G \neq \Delta_R$, cuando $a \neq \pm 1$; o bien, los discriminantes de (3) y (4) coinciden cuando el coeficiente de x_3 en (3) es ± 1, lo que incluye a todos los polinomios mónicos de tercer grado. Por otro lado, nótese que $\Delta_G > 0$ siempre que $\Delta_R > 0$, mientras que $\Delta_G < 0$ siempre que $\Delta_R < 0$. También nótese que (25) garantiza que $\Delta_G = \Delta_R = \Delta$ si y sólo si uno de los tres es nulo. O sea,

$$\Delta_G = \Delta_R = \Delta = 0. \tag{26}$$

Adicionalmente, (6), (22) y (25) implican que el discriminante de (3) en términos de sus propios coeficientes está dado por:

$$\Delta_G = b^2 c^2 - 4ac^3 - 4b^3 d + 18abcd - 27a^2 d^2 . \tag{27}$$

Por lo tanto, (25) y (27) implican que el radicando de las raíces cuadradas que aparecen en (7) se puede obtener directamente a partir de los cuatro coeficientes de (3) como:

$$\Delta = \frac{4ac^3 - b^2 c^2 + 4b^3 d - 18abcd + 27a^2 d^2}{108 a^4} . \tag{28}$$

Es importante recalcar que Δ, definido en (23), no es el discriminante de las ecuaciones cúbicas, como se suele creer, aunque sí está relacionado con él. Por otra parte, el discriminante de una ecuación polinomial es importante en tanto que, como se verá a continuación, el previo conocimiento de éste puede arrojar información sumamente importante acerca de las raíces de la ecuación en cuestión, antes de que ésta sea resuelta.

6. ECUACIONES CÚBICAS CON RAÍCES MÚLTIPLES

Según la p. 85 del libro de van der Waerden (1970), decimos que un polinomio de grado n, con $n \geq 2$, tiene "raíces múltiples" si al menos dos de sus n raíces son idénticas entre sí. Para el caso de (1), (2) garantiza que esto ocurre si, y sólo si, $b^2 - 4ac = 0$. Aquí, ambas raíces son reales y además están dadas como $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$. Por su parte, para (3), existen los siguientes dos casos:

(C2RM) Caso con dos raíces múltiples. Ocurre cuando (3) se puede expresar como $a(x - k)(x - l)^2 = 0$, en donde la única raíz no múltiple es $x_1 = k$, mientras que las dos raíces múltiples son $x_2 = x_3 = l$.

(C3RM) Caso con tres raíces múltiples. Ocurre cuando (3) se puede expresar como $a(x - k)^3 = 0$, en donde las tres raíces múltiples son $x_1 = x_2 = x_3 = k$.

Por otro lado, según las páginas 108-109 del libro de Weiss y Dubisch (1949), el Teorema de Viète implica las siguientes relaciones simultáneas entre los cuatro coeficientes de (3) y sus tres raíces:

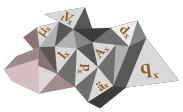
$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, \tag{29}$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = \frac{c}{a}, \tag{30}$$

$$x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}. \tag{31}$$

De este modo, tenemos que, si (3) corresponde al C2RM o al C3RM, entonces sus tres raíces son todas reales. De lo contrario, (29)-(31) implicaría que no todas las cantidades $-b/a$, c/a y $-d/a$ son números reales. Esto se evita con la propiedad de cerradura del campo $\mathbb{R}$ bajo operaciones aritméticas elementales, siempre que $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$.

Por su parte, (20) garantiza que (3) tiene raíces múltiples si y sólo si se cumple (26). La razón es que en tal caso se tiene que, por la definición de raíces múltiples, deberán existir $j, k \in \{1, 2, 3\}$, con $j \neq k$, tales que $x_j - x_k = 0$. Asimismo, (5), (21), (22) y (26) garantizan que (4) tiene tantas raíces múltiples reales como las que tenga (3). Por lo tanto, bastará con verificar que al menos una de las tres cantidades Δ_G, Δ_R



o Δ sea igual a cero, para poder saber si la ecuación cúbica en cuestión tiene o no raíces múltiples. Según la p. 101 de Uspensky (1998), si (3) corresponde a un caso con raíces múltiples, entonces $\Delta = 0$ implica que las ecuaciones (5) y (12)-(14) den las tres raíces de (3) como:

$$x_1 = \sqrt[3]{-4q} - \frac{b}{3a} \quad \text{y} \quad x_2 = x_3 = \sqrt[3]{\frac{q}{2}} - \frac{b}{3a}. \tag{32}$$

Ahora bien, observe que $-4q = q/2$ si y sólo si $q = 0$; lo que a su vez ocurre si y sólo si $p = q = 0$. En este caso, se tendría que (32) se reduce a:

$$x_1 = x_2 = x_3 = -\frac{b}{3a}. \tag{33}$$

Entonces, aunque (32) da la solución general de todas las ecuaciones cúbicas con raíces múltiples, en términos prácticos se tiene que:

- La ecuación (3) corresponde al C2RM si $\Delta_G = \Delta_R = \Delta = 0$ y $p \neq 0 \neq q$, en cuyo caso se aplicará (32) para hallar sus tres raíces.
- La ecuación (3) corresponde al C3RM si $\Delta_G = \Delta_R = \Delta = p = q = 0$, en cuyo caso se aplicará (33) para hallar sus tres raíces.

Adicionalmente, note que (19) está indefinida para el C3RM, debido a que en este caso $p = q = 0$. Por otro lado, para el C2RM, tenemos que (22) y (26) garantizan $p < 0$ y $-\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3} = \pm 1$, lo que dependerá del signo de q. En consecuencia, si $\arccos(-1) = \pi$ con $q > 0$ y $\arccos(1) = 0$ con $q < 0$, entonces (5) y (19) implican las siguientes fórmulas alternativas a (32) para resolver (3), cuando ésta corresponda al C2RM:

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{4p}{3}} - \frac{b}{3a}, x_2 = x_3 = \sqrt{\frac{p}{3}} - \frac{b}{3a} \tag{34}$$

cuando $q > 0$; y

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{4p}{3}} - \frac{b}{3a}, x_2 = x_3 = -\sqrt{\frac{p}{3}} - \frac{b}{3a}, \tag{35}$$

cuando $q < 0$. Note que, si (3) corresponde al C3RM, entonces (34) y (35) también se reducen a (33), a pesar de que (19) no está definida para $p = q = 0$.

Ejemplo 6.1. *Suponga que* $4x^3 + 8x^2 - 115x + 175 = 0$. *Entonces* $a = 4$, $b = 8$, $c = -115$ *y* $d = 175$. *Así que, al aplicar* (27), *se obtiene que* $\Delta_G = 0$. *De aquí se sigue que la ecuación dada tiene raíces múltiples. Ahora bien, para saber cuántas raíces múltiples tiene, basta con aplicar* (6) *para saber que* $q = \frac{6859}{108} \neq 0$. *Esto garantiza que la ecuación es un C2RM, así que* (32) *da sus tres raíces como mostramos a continuación:*

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt[3]{-4\left(\frac{6859}{108}\right)} - \frac{8}{3\,(4)} = -7, \\ x_2 &= x_3 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(\frac{6859}{108}\right)} - \frac{8}{3\,(4)} = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Observe que, como $q > 0$, *también podríamos haber aplicado* (34) *para hallar las tres raíces de la ecuación dada. Entonces,* (6) *implica que* $p = -\frac{361}{12}$, *y:*

$$\begin{aligned} x_1 &= -\sqrt{-\frac{4}{3}\left(-\frac{361}{12}\right)} - \frac{8}{3\,(4)} = -7, \\ x_2 &= x_3 = \sqrt{-\frac{1}{3}\left(\frac{361}{12}\right)} - \frac{8}{3\,(4)} = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Ejemplo 6.2. *Suponga que* $-3x^3 - 29x^2 - 65x + 25 = 0$. *Entonces* $a = -3$, $b = -29$, $c = -65$ *y* $d = 25$. *Así que, al aplicar* (27), *también se obtiene* $\Delta_G = 0$. *De aquí se sigue que la ecuación dada tiene raíces múltiples. Ahora bien, para saber cuántas raíces múltiples tiene, basta con aplicar* (6) *para saber que* $q = -\frac{8192}{729} \neq 0$. *Esto garantiza que la ecuación dada es un C2RM, así que* (32) *da sus tres raíces así:*

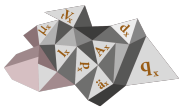
$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt[3]{-4\left(\frac{8192}{729}\right)} - \frac{29}{3\,(3)} = \frac{1}{3}, \\ x_2 &= x_3 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(-\frac{8192}{729}\right)} - \frac{29}{3\,(3)} = -5. \end{aligned}$$

Ahora bien, como $q < 0$, *también podríamos haber aplicado* (35) *para hallar las tres raíces de la ecuación dada. En efecto,* (6) *implica que* $p = -\frac{256}{27}$, *entonces:*

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{-\frac{4}{3}\left(-\frac{256}{27}\right)} - \frac{29}{3\,(3)} = \frac{1}{3}, \\ x_2 &= x_3 = -\sqrt{-\frac{1}{3}\left(\frac{256}{27}\right)} - \frac{29}{3\,(3)} = -5. \end{aligned}$$

Ejemplo 6.3. *Suponga que* $64x^3 - 144x^2 + 108x - 27 = 0$, *entonces* $a = 64$, $b = -144$, $c = 108$ *y* $d = -27$. *Entonces, al aplicar* (27), *se obtiene que* $\Delta_G = 0$. *Así que la ecuación dada también tiene raíces múltiples. Para saber cuántas raíces múltiples tiene, basta con aplicar* (6) *para ver que en este caso* $p = q = 0$. *Esto garantiza que la ecuación en cuestión es un C3RM. Luego,* (33) *da sus tres raíces así:*

$$x_1 = x_2 = x_3 = -\frac{-144}{3\,(64)} = \frac{3}{4}.$$



Note que, aunque (34) y (35) dan exactamente los mismos resultados que (32) en el C2RM, esta última es más eficiente que (34) y (35). En efecto, para funcionar, (32) sólo requiere del conocimiento de q, mientras que (34) y (35) requieren forzosamente del conocimiento de p y q. Finalmente, si (3) corresponde al C3RM, entonces bastará con verificar que únicamente uno de los dos coeficientes p y q de (4) es igual a cero, después de haber verificado que se cumple (26).

7. SOBRE LA NATURALEZA DE LAS RAÍCES DE LAS ECUACIONES CÚBICAS CON COEFICIENTES REALES

El discriminante de una ecuación cúbica, con todos sus coeficientes reales, no sólo sirve para determinar *a priori* si la ecuación en cuestión tiene o no raíces múltiples, sino que además, sirve para conocer desde el principio la naturaleza de las tres raíces de dicha ecuación. En efecto, (29)-(31) garantizan que, si todos los coeficientes de (3) son reales, entonces hay sólo dos posibilidades en general para la naturaleza de sus tres raíces: todas son reales, o sólo una de ellas lo es, y las otras dos son complejas no reales y conjugadas entre sí. Es decir, si una de estas dos raíces es de la forma $\alpha+\beta i$, para algunos $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ con $\beta\neq 0$, entonces la otra es de la forma $\alpha-\beta i$.

En la Sección 6, detallamos que si $\Delta_G=0$, entonces las tres raíces de (3) son todas reales. Ahora veremos lo que pasa cuando $\Delta_G\neq 0$. Para empezar, si $\Delta_G<0$ y $\Delta_R<0$, entonces (25) implica que $\Delta>0$. En consecuencia, $\sqrt{\Delta}\in\mathbb{R}$ y de este modo resulta evidente que (12) y (23) garantizan que $y_1\in\mathbb{R}$. Por su parte, para las ecuaciones (13) y (14), tenemos que (23) implica $u,v\in\mathbb{R}$ en (10)-(11). Luego:

$$\begin{aligned} y_{2,3} &= \omega_{1,2}u+\omega_{2,1}v \\ &= \left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)u+\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)v \\ &= -\frac{1}{2}(u+v)\pm\frac{\sqrt{3}}{2}(u-v)\,i. \end{aligned}$$

Note que lo anterior garantiza que $y_2,y_3\in\mathbb{R}$ si y sólo si $u=v$. De acuerdo con (10)-(11) y (23), esto ocurre si y sólo si $\Delta=0$. Por lo tanto, si $\Delta_G<0$, $\Delta_R<0$ y $\Delta>0$, entonces: $y_1\in\mathbb{R}$ y $y_2,y_3\in\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$ y además estas dos últimas son conjugadas entre sí, dado que (23) garantiza que $u-v\neq 0$, cuando $\Delta>0$.

Por otra parte, si $\Delta_G>0$ y $\Delta_R>0$, entonces (25) implica que $\Delta<0$. En consecuencia, $\sqrt{\Delta}\notin\mathbb{R}$, por lo que (10)-(11) y (23) ahora implican que $u,v\in\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$. Luego, como en este caso, las cantidades $-\frac{q}{2}+\sqrt{\Delta}$ y $-\frac{q}{2}-\sqrt{\Delta}$ corresponden a una pareja de números complejos conjugados entre sí, entonces, (10)-(11) y el Teorema 4.1 garantizan que u y v también deberán ser conjugados entre sí. Por lo que deberán existir $\gamma,\delta\in\mathbb{R}$ con $\delta\neq 0$, tales que $u=\gamma+\delta i$ y $v=\gamma-\delta i$; en consecuencia, (12)-(14) implican que

$$\begin{aligned} y_1 &= u+v=\gamma+\delta i+\gamma-\delta i=2\gamma, \\ y_{2,3} &= \omega_{1,2}u+\omega_{2,1}v \\ &= \left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(\gamma+\delta i) \\ &\quad+\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(\gamma-\delta i) \\ &= -\gamma\pm\sqrt{3}\delta. \end{aligned}$$

Por lo tanto, si $\Delta_G>0$, $\Delta_R>0$ y $\Delta<0$, entonces (4) corresponde al CI. En cuyo caso, $y_1,y_2,y_3\in\mathbb{R}$, siendo estas tres raíces todas distintas entre sí, debido a que $\Delta_R\neq 0$. Asimismo, es claro que (5) garantiza que las tres raíces de (3) y las tres raíces de (4) comparten exactamente la misma naturaleza. De aquí se sigue que, de acuerdo con lo expuesto en esta sección y en la anterior, se tiene el subsecuente criterio general para conocer *a priori* la naturaleza de las tres raíces de cualquier ecuación cúbica con coeficientes reales, con sólo calcular su discriminante.

7.1. El Criterio del Discriminante (CD)

(i) Si $\Delta_G<0$, $\Delta_R<0$ y $\Delta>0$, entonces (3) y (4) tienen sólo una raíz real y dos raíces complejas no reales, las cuales son conjugadas entre sí.

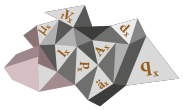
(ii) Si $\Delta_G=\Delta_R=\Delta=0$, entonces (3) y (4) tienen tres raíces reales y al menos dos de ellas son múltiples.

(iii) Si $\Delta_G>0$, $\Delta_R>0$ y $\Delta<0$, entonces (3) y (4) corresponden al CI; en cuyo caso, ambas tienen tres raíces reales, todas distintas entre sí.

Finalmente, note que el CD garantiza que, para todas las ecuaciones cúbicas con coeficientes reales, estas ecuaciones tienen raíces complejas no reales si y sólo si su discriminante es negativo, mientras que sus tres raíces son todas reales si y sólo si su discriminante es no negativo. Lo anterior es válido sólo para las ecuaciones polinomiales con coeficientes reales de segundo y tercer grados, mientras que para las ecuaciones de este tipo con grados superiores a tres, esto no necesariamente se cumple.

8. ¿CÓMO EVADIR LA ARITMÉTICA COMPLEJA AL RESOLVER ANALÍTICAMENTE ECUACIONES CÚBICAS CON COEFICIENTES REALES?

Con todo lo expuesto en las Secciones 3 y 4, parecería nos hemos enfocado a reforzar el arraigado prejuicio de que las



soluciones analíticas para las ecuaciones polinomiales de tercer grado con coeficientes reales son poco prácticas. Sin embargo, ahora expondremos cómo estas ecuaciones se pueden resolver eficazmente de forma analítica y prescindiendo de la aritmética de los números complejos. Para tal fin, considere que si x_r es una de las tres raíces de (3), entonces $d = -ax_r^3 - bx_r^2 - cx_r$. En consecuencia, (3) se puede expresar como:

$$\begin{aligned} & ax^3 + bx^2 + cx + \left(-ax_r^3 - bx_r^2 - cx_r\right) \\ = \; & a\left(x^3 - x_r^3\right) + b\left(x^2 - x_r^2\right) + c\left(x - x_r\right) + d \\ = \; & \left(x - x_r\right)\left[ax^2 + \left(ax_r + b\right)x + \left(ax_r^2 + bx_r + c\right)\right] \\ = \; & 0. \end{aligned}$$

Así pues, si la raíz x_r es conocida, entonces el teorema fundamental del álgebra garantiza que las otras dos raíces de (3) son las raíces de

$$ax^2 + \left(ax_r + b\right)x + \left(ax_r^2 + bx_r + c\right) = 0.$$

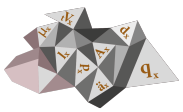
Por lo tanto, (2) aplicada a esta ecuación cuadrática demuestra el teorema de la interdependencia entre las raíces de (3) (vea el artículo de Chávez-Pichardo *et al.* (2023)). A saber:

Teorema 8.1. *Si x_r es una de las tres raíces de (3), entonces las otras dos raíces de (3) están dadas en términos de x_r, como:*

$$x = \frac{-\left(ax_r + b\right) \pm \sqrt{b^2 - 4ac - ax_r\left(3ax_r + 2b\right)}}{2a}.$$

Note que el Teorema 8.1 se reduce a (2), siempre que $x_r = 0$. Esto ocurre si y sólo si $d = 0$; en cuyo caso, (3) es de la forma $ax^3 + bx^2 + cx = x\left(ax^2 + bx + c\right) = 0$, lo cual es perfectamente coherente. Por otro lado, con base en todo lo expuesto en las Secciones 3, 4 y 7, queda claro que tanto (7) como la solución trigonométrica del CI, dada por (19), son complementarias entre sí, con respecto a las raíces x_1 de (3) y y_1 de (4); en el sentido de que, si estas ecuaciones no corresponden al CI, entonces (7) ayuda a encontrar estas dos raíces eficazmente sin recurrir a la aritmética compleja. Pero si corresponden al CI, entonces (7) se vuelve poco práctica, pues requerirá de la aritmética compleja, como consecuencia de que $\Delta < 0$.

En contraste, si estas ecuaciones corresponden al CI, entonces (19) con $k = 1$ puede encontrar a estas dos raíces, también sin la necesidad de tener que recurrir a la aritmética compleja. Pero si no corresponden al CI, entonces (19) se vuelve inviable siempre que $\Delta > 0$, debido a que esto inevitablemente implica que $\arccos\left(-\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3}\right) \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$. Por su parte, cuando $\Delta = 0$, (7) es de lo más eficaz en general, mientras que (19) funciona sólo en el C2RM, quedando indefinida para el C3RM.



Así pues, con base en esta idea de "complementariedad" respecto a las raíces x_1 y y_1, y tomando en consideración el Teorema 8.1, seguimos a Chávez-Pichardo *et al.* (2023) para plantear la siguiente solución analítica general sin aritmética compleja para (3). En términos prácticos, nuestra propuesta evita eficazmente el uso de la aritmética compleja en cualquier caso.

Teorema 8.2. *(i) Si $\Delta \geq 0$, entonces*

$$x_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}} - \frac{b}{3a}.$$

(ii) Si $\Delta < 0$, entonces

$$x_1 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3}\right)\right] - \frac{b}{3a}.$$

(iii) $x_{2,3} = \frac{-(ax_1+b) \pm \sqrt{b^2 - 4ac - ax_1(3ax_1+2b)}}{2a}$, *para todo* $\Delta \in \mathbb{R}$.

Observación 8.3. *Note que (i) del Teorema 8.2 incluye los casos con raíces múltiples, de hecho, para estos casos (i) del Teorema 8.2 se reduce a (33) o a la primera fórmula de (32). Por otro lado, $\Delta \geq 0$ garantiza que (i) del Teorema 8.2 jamás requiera de la aritmética compleja para calcular x_1. A su vez, (ii) del Teorema 8.2 también funciona sólo dentro del campo $\mathbb{R}$; ya que, en el CI, $\Delta < 0$ garantiza que* $\arccos\left(-\frac{q}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{p}\right)^3}\right) \in \mathbb{R}$.

De este modo, (i) y (ii) del Teorema 8.2 también garantizan que $x_1 \in \mathbb{R}$ para todo $\Delta \in \mathbb{R}$, el cual se puede obtener directamente de (3), sustituyendo sus cuatro coeficientes en (28). A su vez, (iii) del Teorema 8.2 encuentra fácilmente las otras dos raíces de (3), por medio de la aplicación de una fórmula similar a (2), por lo que ésta no requiere de aritmética compleja para funcionar; justamente porque la raíz x_1 siempre será real, no importando si (3) corresponde o no al CI.

Por último, aunque (5) y (19) con $k = 2$ y $k = 3$ también pueden obtener a las raíces x_2 y x_3 de (3), cuando $\Delta < 0$ y sin la necesidad de recurrir a la aritmética compleja; tenemos que (iii) del Teorema 8.2 es aún más práctica. El motivo es que el Teorema 8.2(iii) requiere usar solamente operaciones aritméticas reales básicas para su aplicación, a diferencia de (19), que requiere forzosamente del manejo de funciones trigonométricas para su aplicación.

Ejemplo 8.4. *Suponga que $4x^3 + 15x^2 + 30x + 28 = 0$. Entonces $a = 4$, $b = 15$, $c = 30$ y $d = 28$. Al aplicar (27)*

se obtiene $\Delta = \frac{361}{256} > 0$. *Así que, de acuerdo con el CD, la ecuación dada tiene sólo una raíz real y dos raíces complejas no reales. Ahora bien, al aplicar* (6) *se obtiene* $q = \frac{49}{32}$. *Por lo tanto, (i) y (iii) del Teorema* 8.2 *implican que las tres raíces de esta ecuación están dadas por:*

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt[3]{-\frac{(49/32)}{2} + \sqrt{\frac{361}{256}}} \\ &\quad + \sqrt[3]{-\frac{(49/32)}{2} - \sqrt{\frac{361}{256}}} - \frac{15}{3(4)} \\ &= \frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{4}\right) - \frac{5}{4} = -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{2,3} &= -\frac{4(-7/4)+15}{2(4)} \\ &\pm \frac{\sqrt{15^2 - 4(4)(30) - 4(-7/4)[3(4)(-7/4)+2(15)]}}{2(4)} \\ &= \frac{-8 \pm \sqrt{-192}}{8} = -1 \pm 3i. \end{aligned}$$

Ejemplo 8.5. *Suponga que* $14x^3 + 47x^2 + 9x - 18 = 0$, *entonces* $a = 14$, $b = 47$, $c = 9$ *y* $d = -18$. *Al aplicar* (27) *obtenemos* $\Delta = -\frac{9025}{9408} < 0$. *Así que, de acuerdo con el CD, la ecuación dada tiene tres raíces reales distintas entre sí. Ahora bien, al aplicar* (6) *obtenemos* $p = -\frac{1831}{588}$ *y* $q = -\frac{14773}{18522}$. *Por lo tanto, (ii) y (iii) del Teorema* 8.2 *implican que las tres raíces de esta ecuación están dadas por:*

$$\begin{aligned} x_1 &= 2\sqrt{-\frac{-\frac{1831}{588}}{3}} \cdot \\ &\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{\frac{14773}{18522}}{2}\sqrt{\left(3\frac{3}{-\frac{1831}{588}}\right)^3}\right)\right] \\ &- \frac{47}{3(14)} \\ &= \frac{\sqrt{1831}}{21}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{29546}{1831\sqrt{1831}}\right)\right] - \frac{47}{42} \\ &= \frac{34}{21} - \frac{47}{42} = \frac{1}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{2,3} &= -\frac{14(1/2)+47}{2(14)} \\ &\pm \frac{\sqrt{47^2 - 4(14)(9) - 14(1/2)[3(14)(1/2)+2(47)]}}{2(14)} \\ &= \frac{-54 \pm 30}{28}. \end{aligned}$$

Así que $x_2 = \frac{-54+30}{28} = -\frac{6}{7}$ *y* $x_3 = \frac{-54-30}{28} = -3$.

Ejemplo 8.6. *Suponga que* $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$, *entonces* $a = 1, b = 2, c = 3$ *y* $d = 4$. *Al aplicar* (27) *se obtiene* $\Delta = \frac{50}{27} > 0$. *Así que, de acuerdo con el CD, la ecuación dada tiene sólo una raíz real y dos raíces complejas no reales. Ahora bien, al aplicar* (6) *obtenemos* $q = \frac{70}{27}$. *Por lo tanto, (i) y (iii) del Teorema* 8.2 *implican que las tres raíces de esta ecuación están dadas por:*

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt[3]{-\frac{\frac{70}{27}}{2} + \sqrt{\frac{50}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{\frac{70}{27}}{2} - \sqrt{\frac{50}{27}}} - \frac{2}{3(1)} \\ &= \frac{\sqrt[3]{-35+15\sqrt{6}} - \sqrt[3]{35+15\sqrt{6}} - 2}{3} \\ &\approx -1.6506, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{2,3} &\approx -\frac{(1)(-1.6506)+2}{2(1)} \\ &\pm \frac{\sqrt{2^2 - 4(1)(3) - (1)(-1.6506)[3(1)(-1.6506)+2(2)]}}{2(1)} \\ &\approx -0.1747 \pm 1.5469i. \end{aligned}$$

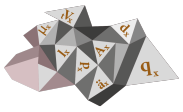
Ejemplo 8.7. *Suponga que* $-19x^3 - 120x^2 - 225x - 125 = 0$. *Entonces* $a = -19, b = -120, c = -225$ *y* $d = -125$. *Al aplicar* (27), *obtenemos* $\Delta = -\frac{46875}{521284} < 0$. *Así que, de acuerdo con el CD, la ecuación dada tiene tres raíces reales distintas entre sí. Ahora bien, al aplicar* (6), *obtenemos* $p = -\frac{525}{361}$ *y* $q = \frac{2125}{6859}$. *Por lo tanto, (ii) y (iii) del Teorema* 8.2 *implican que las tres raíces de esta ecuación están dadas por* $x_1 \approx -1.0247$, $x_2 \approx \frac{100.5303+28.9053}{-38} \approx -3.4062$ *y* $x_3 \approx \frac{100.5303-28.9053}{-38} \approx -1.8849$.

9. CONCLUSIONES

Note que, al igual que como sucedió con la aplicación de (32) para el C2RM, cuando (3) y (4) no corresponden al CI (o sea, $\Delta \geq 0$), el Teorema 8.2 sólo requiere del conocimiento de q para poder resolver la ecuación cúbica en cuestión, siendo el valor de p prescindible en estos casos, mientras que el CI (en donde $\Delta < 0$) es el único caso en el que el Teorema 8.2 sí requiere de los dos valores explícitos de p y q para poder resolver la ecuación cúbica en cuestión.

Por otro lado, si aplicamos el Teorema 8.2 a (4), bastará aplicar (23) para poder obtener Δ, en vez de (27), mientras se toman $a = 1, b = 0, c = p$ y $d = q$. De este modo, (iii) del Teorema 8.2 se reduce a la siguiente fórmula más compacta para las raíces y_2 y y_3, con el previo conocimiento de la raíz y_1:

$$y_{2,3} = \frac{-y_1 \pm \sqrt{-4p - 3y_1^2}}{2}. \tag{36}$$



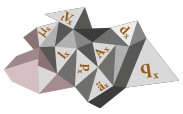
Ahora observe que cuando se aplica (36) en el Ejemplo 3.1, se obtienen exactamente los mismos resultados para y_2 y y_3, que los que se obtuvieron a partir de (13)-(16) y de (19) con $k = 2$ y $k = 3$; mientras que en el Ejemplo 4.2, (36) da también exactamente los mismos resultados que cuando aplicamos (13) y (14), pero sin recurrir a la aritmética compleja, a diferencia de estas dos fórmulas que siempre requieren de ella para poder funcionar. Por lo que (36) contribuye a resolver las ecuaciones de ambos ejemplos, y en general a (4), de un modo mucho más fácil y directo que las fórmulas (13), (14) y (19).

Por otro lado, los métodos numéricos iterativos son actualmente los métodos más usuales para la resolución de todo tipo de ecuaciones implicadas en la solución de problemas prácticos; dado que, en la mayoría de los casos, estos métodos suelen ser de lo más práctico y eficaz, sobre todo en esta época en la que la tecnología actual nos ha permitido alcanzar un poder de cómputo sin precedentes en la historia. Sin embargo, y a pesar de lo que se suele creer, para los casos de las ecuaciones polinomiales de tercer y cuarto grado con coeficientes reales, los métodos analíticos son aún más eficaces.

Simplemente porque éstos van directamente a las raíces de la ecuación, mediante la aplicación de fórmulas generales, a diferencia de los métodos numéricos que se acercan gradualmente a dichas raíces, aproximándolas por medio de iteraciones; lo que en general implica la ejecución de muchas más operaciones aritméticas, que las que se aplican en los métodos analíticos en cuestión, como en los Ejemplos 8.4-8.7. Además de que se deben de implementar algoritmos previos de búsqueda, para establecer los puntos iniciales idóneos para que el proceso iterativo sea exitoso o al menos funcional.

Desafortunadamente, incluso ahora los métodos analíticos para resolver este tipo de ecuaciones siguen siendo desdeñados en favor de los métodos numéricos; lo cual se debe a que, durante medio milenio, se ha creído equivocadamente que la aplicación de estos métodos es de lo más impráctica, dada su relación con el origen histórico de los números complejos no reales. Aunque recientemente se ha demostrado que, en general, estos métodos funcionan perfectamente sin la necesidad de tener que recurrir a la aritmética compleja; aun cuando las ecuaciones con coeficientes reales a las que se les apliquen tengan raíces complejas no reales (Ejemplos 8.4 y 8.6).

Así, el establecimiento del Teorema 8.2 constituye una parte fundamental de dicha demostración. Adicionalmente, presentamos una nueva demostración de la fórmula (19) para el CI, completamente independiente del Teorema 4.1 y sin recurrir en ningún momento a la aritmética compleja. Por otra parte, si se toma en cuenta que la mayoría de las soluciones analíticas clásicas de las ecuaciones cuárticas -—como la propuesta por Ferrari— requieren la resolución de una ecuación de tercer grado, conocida como la ecuación cúbica resolvente, entonces el Teorema 8.2, junto con las propiedades fundamentales recientemente identificadas de la forma estándar de la ecuación cúbica resolvente, asegura que las ecuaciones de cuarto grado con coeficientes reales pueden resolverse, en general, de manera analítica y sin necesidad de emplear aritmética compleja.



En consecuencia, este artículo sigue las ideas de Chávez-Pichardo *et al.* (2023) para desmentir la idea errónea de que las soluciones analíticas de las ecuaciones cúbicas y cuárticas con coeficientes reales requieren necesariamente el uso de la aritmética compleja para su aplicación. De haberse reconocido este hecho hace cinco siglos por Del Ferro, Tartaglia, Cardano y Ferrari, es posible que la definición y el estudio sistemático del campo $\mathbb{C}$ se hubieran pospuesto durante un tiempo considerable y que nunca se hubiera cuestionado la practicidad de estos métodos analíticos, cuya eficacia resulta hoy incuestionable. Esto es particularmente cierto cuando tales métodos se aplican con el apoyo de las potentes herramientas computacionales con las que actualmente se programan e implementan los métodos numéricos modernos.

REFERENCIAS

Chávez-Pichardo, M., M. A. Martínez-Cruz, A. Trejo-Martínez, A. B. Vega-Cruz, y T. Arenas-Resendiz, 2023 On the practicality of the analytical solutions for all third- and fourth-degree algebraic equations with real coefficients. Mathematics **11**, DOI: 10.3390/math11061447.

European Mathematical Society, 2023 *Viète Theorem*. European Mathematical Society, Disponible aquí.

Osler, T. J., 2001 Cardan polynomials and the reduction of radicals. Mathematics Magazine **74**: 26–32, DOI: 10.1080/0025570X.2001.11953029.

Stahl, S., 2013 *Introductory Modern Algebra: A Historical Approach*. John Wiley & Sons, Inc.

Swokowski, E. W. y J. A. Cole, 2006 *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. International Thomson Editores S.A. de C.V.

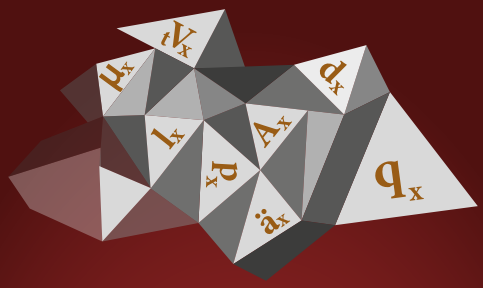
Tignol, J.-P., 2016 *Galois' Theory of Algebraic Equations*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Uspensky, J. V., 1998 *Teoría de Ecuaciones*. Grupo Noriega Editores, Editorial Limusa S.A. de C.V.

van der Waerden, B. L., 1970 *Algebra*, volumen 1. Frederick Ungar Publishing Co., Inc.

Weiss, M. J. y R. Dubisch, 1949 *Higher Algebra for the Undergraduate*. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Mauricio Chávez Pichardo se graduó de la licenciatura en Física y Matemáticas de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional (IPN) en 2002. En 2013 y 2016, respectivamente, obtuvo los grados de Maestría y Doctorado en Ingeniería de Sistemas por la Sección de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del IPN. Actualmente se desempeña como profesor-investigador del TecNM-TESOEM, y previamente fungió como docente-Tutor-Investigador en el Instituto de Educación Media Superior del Gobierno del Distrito Federal (DF). Fue subcampeón del DF en la *XI Olimpiada Mexicana de Matemáticas* y cuenta con varios artículos de investigación en matemáticas e ingeniería publicados a la fecha.



Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Premio Fundadores

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Estimados colegas:

Para la Asociación Mexicana de Actuarios es un gusto compartir con ustedes los trabajos ganadores del **Premio Fundadores**, uno de los reconocimientos más importantes que impulsa la investigación, la innovación y el desarrollo profesional dentro de nuestra comunidad actuarial. Iniciativas como el Premio Fundadores fortalecen el vínculo entre la teoría y la práctica y consolidan a la AMA como un espacio de referencia para la difusión del conocimiento actuarial.

En esta edición recibimos una valiosa participación de profesionistas, investigadores y estudiantes, lo cual refleja el alto nivel técnico y profesional del gremio, así como su compromiso con la generación de conocimiento aplicado a los retos actuales de nuestra disciplina. Agradecemos a todos los participantes por su dedicación y esfuerzo, así como al jurado evaluador por su tiempo y compromiso.

Este año, el premio se otorgó en tres categorías: **Profesionistas, Investigadores y Estudiantes**, reconociendo trabajos que destacan por su rigor metodológico, su relevancia práctica y su contribución al fortalecimiento del quehacer actuarial. La premiación se llevó a cabo durante nuestro **XXXII Congreso Nacional de Actuarios**.

En la categoría **Profesionistas**, el **primer lugar** fue otorgado a **Omar Said López Tronco**, con el trabajo Optimización de la Compensación de Agentes de Seguros: Un enfoque cuantitativo basado en elasticidad precio-demanda, preferencias de marca y estrategias de descuentos, en el que se desarrolla un modelo que permite identificar la combinación óptima de descuentos para maximizar la compensación total del agente. El **segundo lugar** correspondió a **Eric Daniel Hernández Jardon y Adrián Téllez Mora**, con el proyecto Modelado de Inflación Médica Total mediante Cópulas No Paramétricas Trivariadas en el Mercado Mexicano de Seguros, mientras que el **tercer lugar** fue para **Daniela Schaar Bernardi y Bertha María Lozano Tena**, con el trabajo Una Gamificación Inesperada, cuyo objetivo es modelar la pandemia de COVID-19 de manera simplificada.

En la categoría **Investigadores**, el **segundo lugar** fue para **Iván David Vázquez Álvarez**, con el trabajo Framework para la Contención de la Inflación Médica en el Ramo de Gastos Médicos Mayores, que propone un enfoque integral que articula la estrategia empresarial, la política pública y la capacidad técnica actuarial, y el **tercer lugar** para **José Daniel López Barrientos**, con el proyecto Estimación y proyección estocásticas de la mortalidad mexicana empleando indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación, que presenta una alternativa para la estimación y proyección de la mortalidad mediante los métodos de Lee-Carter y de la tabla límite de mortalidad.

Por su parte, en la categoría **Estudiantes**, el **tercer lugar** fue otorgado a **Luis David Rodríguez Padilla**, con el trabajo Identificación del nivel de riesgo en suscripción individual de seguros de daños con modelos basados en árboles de clasificación, destacando el talento de las nuevas generaciones al proponer un proceso de identificación preliminar de riesgo en la etapa de suscripción.

Cabe resaltar que los trabajos presentados por **Omar Said y José Daniel** serán expuestos en el **Congreso Internacional de Actuarios (ICA 2026)**, que se llevará a cabo en Tokio, Japón, en noviembre de 2026. Este logro representa un motivo de orgullo para la comunidad actuarial mexicana y una muestra del alto nivel y competitividad de nuestros profesionistas en el ámbito internacional.

Asimismo, como reconocimiento al primer lugar obtenido por Omar Said en la categoría de profesionistas, y en su calidad de miembro de la AMA, la Asociación Mexicana de Actuarios apoyará y patrocinará su viaje, contribuyendo con ello a impulsar la investigación y a fortalecer el desarrollo académico y profesional promovido por los integrantes de nuestra Asociación.

Los invitamos a leer con detalle los trabajos presentados en esta edición y a enviarnos sus comentarios al correo buzonama@actuariosama.org.mx.

Reciban un cordial saludo.

Asociación Mexicana de Actuarios, A.C.

Consejo Directivo 2024–2026

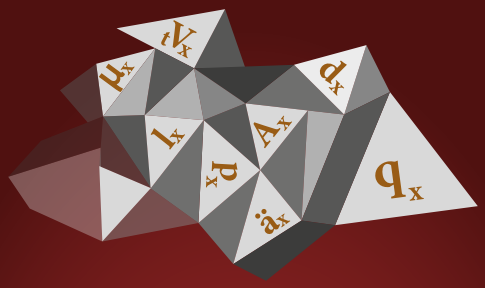
Act. Ricardo Ibarra Lara
Presidente

Act. Juan Antonio Ortiz Pérez
Secretario

AMA SOMOS TODOS 2024 - 2026

Act. Juan Manuel Martínez González
Vicepresidente

Act. Mónica Reyes Villegas
Tesorero



Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Premio Fundadores

Identificación del nivel de riesgo en suscripción individual de seguros de daños con modelos basados en árboles de clasificación

Categoría Estudiantes: Luis David Rodríguez Padilla

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030406

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

COLEGIO
NACIONAL DE
ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

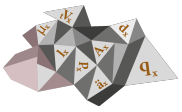
Identificación del nivel de riesgo en suscripción individual de seguros de daños con modelos basados en árboles de clasificación

Luis David Rodríguez Padilla[*,1]
[*]Universidad Autónoma de Zacatecas

RESUMEN El propósito de este trabajo es presentar un proceso para la identificación preliminar de riesgo en la etapa de suscripción para seguros en el ramo de daños empleando modelos de aprendizaje automático como árboles de clasificación. Este estudio permitió establecer un marco breve para la aplicación de árboles de clasificación como auxiliares en el proceso de suscripción de seguros, haciendo uso de las principales ventajas de este tipo de métodos relacionadas principalmente con la interpretabilidad en términos de lenguaje natural, lo que además permite cumplir con las solicitudes de las entidades reguladoras. El proceso que se expone considera únicamente el apoyo a la identificación rápida del nivel de riesgo medido en forma categórica, y la explicación del algoritmo considera datos simulados solamente con fines ilustrativos para comprender los fundamentos de su funcionamiento. Este proyecto está centrado en aspectos concretos del uso de modelos específicos en el proceso de suscripción en el ramo de daños.
La versión en video de este artículo puede verse aquí.

Palabras clave
Medición de riesgo, suscripción individual, seguro de daños, árboles de clasificación.

Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 17 de febrero de 2026
Artículo comunicado por Ricardo Ibarra Lara. Formación: Emilio García González. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.



1. INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas habituales en el ámbito actuarial es el proceso de suscripción, que requiere de una evaluación cuidadosa del cliente para determinar si la compañía puede emitir una póliza con la cobertura del riesgo en cuestión. Se trata de un proceso que puede consumir tiempo y recursos valiosos, sobre todo en los casos en donde el prospecto de cliente presenta un perfil de alto riesgo que no puede tomar la compañía. En este sentido, el uso de modelos de clasificación automática generados con algoritmos de aprendizaje automático e inteligencia artificial puede resultar de gran utilidad como parte del proceso de mejora en la evaluación de riesgos en etapa de suscripción (vea los artículos de Nishan *et al.* (2025); Wang (2021)) y de tarificación (vea el trabajo de Mahohoho *et al.* (2024)), porque presentan mejor efectividad que los modelos tradicionales (vea la obra de Braun (2024)).

Una de las principales objeciones para el uso de estos modelos es que no suelen generar reglas claras e interpretables sobre su funcionamiento, lo cual puede representar un problema importante ante las autoridades reguladoras. Para Xu y Yang (2025), la falta de esta capacidad tiene lugar debido a que numerosos algoritmos trabajan de forma iterativa o de manera heurística, dificultando el conocimiento y convirtiendo los modelos resultantes en una especie de caja negra, incluso con problemas mayores dado que algunos algoritmos ni siquiera generan modelos propiamente dichos. Según Mupa *et al.* (2025), estos nuevos métodos, basados en algoritmos propios de la ciencia de datos, permiten mejorar el desempeño de los procesos que se apoyan en modelos predictivos, aunque sigue siendo el actuario el profesional responsable de verificar que dichos modelos sean interpretables y se apeguen a los requerimientos legales y regulatorios.

El problema para emplear cualquiera de estos métodos en el ámbito actuarial radica en que es frecuente que estos métodos no generen un modelo claro e interpretable, lo que sucede comúnmente. Por ejemplo, los modelos complejos generados con redes neuronales permiten realizar inferencias adecuadas, pero no siempre es posible conocer los pormenores de su funcionamiento interno, dado que se asignan pesos que no necesariamente tienen una interpretación o descripción en términos de lenguaje humano. Adicionalmente, ocurre que estos modelos son tan complejos por requerir un número elevado de neuronas y capas.

Para hacer frente a este problema, una alternativa interesante que proviene del aprendizaje automático es un grupo de algoritmos llamados árboles que generan modelos que sí son interpretables de forma sencilla. En este caso, se hace referencia a los algoritmos llamados árboles de clasificación. Estos se enfocan en obtener una salida categórica a partir de datos numéricos, categóricos o ambos. Para Blockeel *et al.* (2023), los árboles de decisión son una alternativa a los métodos clásicos porque permiten generar modelos basados en reglas interpretables en términos del problema y los datos. Ya sea que lo que se busque sea resolver tareas de clasificación, o tratar con problemas de regresión. Además, según Salman *et al.* (2024), sirven de referencia para otros algoritmos de aprendizaje automático, como los métodos de ensamble estudiados por Ibrahim (2022). En este trabajo, tomamos inspiración del trabajo de Chapman *et al.* (2000) para proponer un proceso para la identificación automática y preliminar de niveles de riesgo para el caso de nuevas solicitudes de suscripción basado en un proceso de minería de datos, y empleando árboles de clasificación en su algoritmo base CART a través de un ejemplo con datos simulados. Los códigos en Python usados por el autor están disponibles aquí.

2. MÉTODO

El método propuesto consta de un flujo de proceso con siete etapas que van desde la captura de datos de siniestralidad, y la generación del modelo, hasta llegar al uso que permite la identificación automática y sus acciones posteriores. Nuestro modelo toma como referencia los principales elementos del proceso estándar para la minería de datos (enunciados por Chapman *et al.* (2000)), con principal enfoque en la aplicación directa del modelo en el contexto acotado del proceso de suscripción individual de seguros de daños y el uso específico del algoritmo de árboles de clasificación para estimar salidas categóricas.

El modelo de referencia es llamado *Cross-Industry Standard Process for Data Mining* (CRISP-DM) es un proceso genérico que comienza con la comprensión del negocio y de los datos, esto es común en el entorno de la ciencia de datos en donde se suele trabajar en una amplia gama de sectores y tipos de negocios, seguido de la preparación de los datos para su posterior modelado, y finalmente la evaluación antes de su despliegue a producción. En el caso del método propuesto se asume que el profesional tiene un conocimiento mayor del negocio y de los datos dado que el sector seguros, si bien tiene múltiples ramos, el tipo de negocio es el mismo, hasta cierto punto se podría considerar de nicho, por lo que los actuarios que trabajan con este tipo de problemas suelen conocer muy bien tanto el negocio como los datos, de forma que el foco del modelo propuesto se encuentra en las etapas posteriores y en una aplicación para pruebas de concepto relativamente rápidas. Vea la figura 1.

[1] Correo electrónico: 42308191@uaz.edu.mx

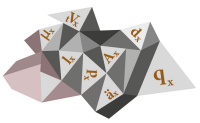


Figura 1 CRISP-DM. Fuente: Tounsi *et al.* (2020).

3. PROCESO

El proceso propuesto es parte de la idea de la compañía de seguros dispone de los datos de los asegurados, suponiendo, por ejemplo, en un seguro de daños, pongamos por caso un seguro de auto, que dispone de la información personal y otras características importantes intrínsecas de los asegurados, como pueden ser su edad, domicilio, ingreso, profesión, tiempo de conducción en horas semanales promedio, tipo de automóvil, u otros datos de interés los cuales pueden resultar muy variados en función de lo que recopile la compañía y lo que permita la legislación. De igual manera, es fundamental que los datos se encuentren actualizados con el objetivo de proveer información precisa para la elaboración de los modelos analíticos. Mire la figura 2.

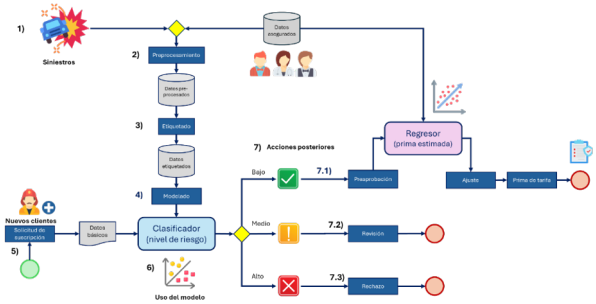


Figura 2 Proceso propuesto para la identificación de riesgo en etapa de suscripción.

Para este ejemplo se han simulado 25 datos para realizar el seguimiento del flujo del proceso y modelado. En este caso solamente consideramos dos variables de entrada, la edad y las horas promedio de conducción, seleccionamos sólo dos características porque esto permitirá mostrar el proceso de generación de reglas del modelo de forma sencilla. La tabla 1 muestra la variabilidad inicial de los asegurados y la base para el análisis del riesgo.

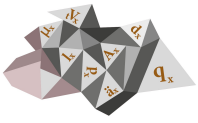


Tabla 1 Variabilidad inicial de los asegurados y la base para el análisis del riesgo.

Asegurado	Edad	Horas promedio de conducción	Prima de tarifa
001	25	35	2625
002	33	20	1340
003	45	5	275
004	32	3	204
005	60	27	1080
006	41	35	2065
007	27	2	146
008	55	1	45
009	40	4	240
010	47	11	583
011	68	2	64
012	21	21	1659
013	70	3	90
014	31	6	414
015	19	26	2106
016	58	7	294
017	66	38	1292
018	68	32	1024
019	70	26	780
020	72	20	560
021	80	35	700
022	51	11	539
023	39	10	610
024	55	21	945
025	31	35	2415

Paso 1. Incorporación de la siniestralidad.

Este es el inicio del flujo del proceso y consiste en recolectar la siniestralidad e incorporarla a los datos de previos de los asegurados. Es necesario realizar los cruces correspondientes con las bases de datos actuales, para disponer de tablas estructuradas con datos adicionales de la siniestralidad por evento. Al tratarse de datos que pueden ser de carácter sensible se recomienda que

solamente se empleen aquellos datos que aportan información para fines analíticos y que se encuentren dentro de los usos que establece el aviso de privacidad. La tabla 2 muestra la dispersión en la siniestralidad, clave para definir los niveles de riesgo

Tabla 2 Dispersión en la siniestralidad.

Asegurado	Siniestralidad
001	950
002	700
003	
004	
005	5133
006	
007	
008	
009	
010	100
011	
012	1000
013	
014	
015	750
016	
017	500
018	5000
019	1200
020	800
021	700
022	
023	
024	
025	1500

Paso 2. Preprocesamiento.

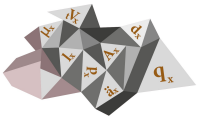
Una vez integrados los datos es importante realizar cualquier ajuste requerido, en esta etapa es necesario identificar datos con errores, realizar transformaciones, aplicar escalamientos, crear nuevas variables que pudieran resultar de interés para el funcionamiento del modelo como ratios o diferencias. En esta fase también se realiza el análisis de datos atípicos, imputación de datos faltantes y creación codificación de algunas variables de entrada, por ejemplo, grupos por edad o grupos por nivel de ingreso en caso de que aporten a la comprensión de los datos. Esta integración permite contar con un conjunto depurado para el modelado. La tabla 3 muestra el resultado.

Tabla 3 Ajuste de los datos.

Asegurado	Edad	Horas promedio de conducción	Prima de tarifa	Siniestralidad
001	25	35	2625	950
002	33	20	1340	700
003	45	5	275	
004	32	3	204	
005	60	27	1080	5133
006	41	35	2065	
007	27	2	146	
008	55	1	45	
009	40	4	240	
010	47	11	583	100
011	68	2	64	
012	21	21	1659	1000
013	70	3	90	
014	31	6	414	
015	19	26	2106	750
016	58	7	294	
017	66	38	1292	500
018	68	32	1024	5000
019	70	26	780	1200
020	72	20	560	800
021	80	35	700	700
022	51	11	539	
023	39	10	610	
024	55	21	945	
025	31	35	2415	1500

Paso 3. Etiquetado.

Este paso consiste en asignar categorías de riesgo a los asegurados en función de la siniestralidad. Esta asignación se puede realizar mediante la segmentación de categorías mediante un umbral de siniestralidad total, que bien pudiera ser considerado un porcentaje de la prima que cubre el asegurado. Por ejemplo, definir tres categorías de riesgo, alto, medio y



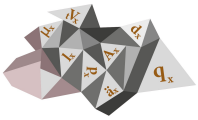
bajo; en donde los individuos con una siniestralidad menor al 33 % de la prima anual obtendrán una etiqueta de riesgo bajo, aquellos con una siniestralidad superior a 33 % pero menor a 66 % tendrán una etiqueta de riesgo medio, y aquellos con una siniestralidad superior al 66 % de la prima tendrán una etiqueta de riesgo alto. Otra forma de asignar etiquetas es mediante la imputación directa a partir de casos específicos que presentan algún detalle de interés, o bien, en los que se haya identificado un riesgo por otros medios además de la propia siniestralidad, por ejemplo, si se descubre que un modelo de auto que ha salido al mercado presenta problemas de fabricación en algún componente por lo que su conocimiento influye en el cálculo de probabilidad de siniestro. La tabla 4 muestra cómo la relación siniestralidad/prima clasifica a los asegurados en categorías de riesgo.

Tabla 4 Clasificación de los asegurados en categorías de riesgo.

Asegurado	Edad	Horas promedio de conducción	Prima de tarifa	Siniestralidad	Porcentaje	Nivel de riesgo
001	25	35	2625	950	36 %	MEDIO
002	33	20	1340	700	52 %	MEDIO
003	45	5	275		0 %	BAJO
004	32	3	204		0 %	BAJO
005	60	27	1080	5133	475 %	ALTO
006	41	35	2065		0 %	BAJO
007	27	2	146		0 %	BAJO
008	55	1	45		0 %	BAJO
009	40	4	240		0 %	BAJO
010	47	11	583	100	17 %	BAJO
011	68	2	64		0 %	BAJO
012	21	21	1659	1000	60 %	MEDIO
013	70	3	90		0 %	BAJO
014	31	6	414		0 %	BAJO
015	19	26	2106	750	36 %	MEDIO
016	58	7	294		0 %	BAJO
017	66	38	1292	500	39 %	MEDIO
018	68	32	1024	5000	488 %	ALTO
019	70	26	780	1200	154 %	ALTO
020	72	20	560	800	143 %	ALTO
021	80	35	700	700	100 %	ALTO
022	51	11	539		0 %	BAJO
023	39	10	610		0 %	BAJO
024	55	21	945		0 %	BAJO
025	31	35	2415	1500	62 %	MEDIO

Paso 4. Modelado.

Con los datos etiquetados es posible entrenar un modelo de clasificación que permita justamente, a partir de los datos ingresados, el modelado se relacionada con el funcionamiento del algoritmo y la generación e interpretación del modelo, además de analizar el desempeño del modelo antes de su despliegue productivo. En esta sección se abordan aspectos generales del algoritmo, el modelo y requerimientos del equipo de cómputo para entrenamiento del modelo. También resulta esencial obtener y conocer las métricas de desempeño del modelo, esto significa que antes de desplegarlo para su uso es preciso tener la certeza de que funciona bien mediante indicadores estándar para los modelos de clasificación como la exactitud, la precisión, la tasa de verdaderos positivos y falsos negativos, etc.



Algoritmo de Árboles de clasificación:

Según Loh (2014); Mienye y Jere (2016), los árboles de decisión son un grupo de algoritmos de aprendizaje automático que permiten resolver problemas de regresión y clasificación y que generan modelos basados en nodos y ramas, a través de las cuales se determinan reglas claras e interpretables para predecir valores a partir de un conjunto de datos de entrada. Un árbol en su forma final se conforma por nodos y por ramas, un nodo simboliza una decisión y las ramas conectan a los nodos representando las distintas alternativas que toma el valor indicado en el nodo del que provienen. Todo árbol tiene un nodo raíz, nodos internos y hojas o nodos terminales que indican los resultados finales, en este caso, de la clasificación según las categorías definidas. El proceso iterativo mediante el cual se determinan estos nodos y ramas y se genera el modelo a partir de los datos de entrada se le conoce como entrenamiento. A este proceso le sigue una etapa de validación de datos para determinar qué tan bien funciona el modelo por lo cual se generan métricas de desempeño que miden los errores que comete el modelo para datos con los que no fue entrenado, por lo que se suele separar una parte de los datos para entrenar al modelo y otra de menor tamaño para validarlo. La figura 3 refiere un ejemplo.

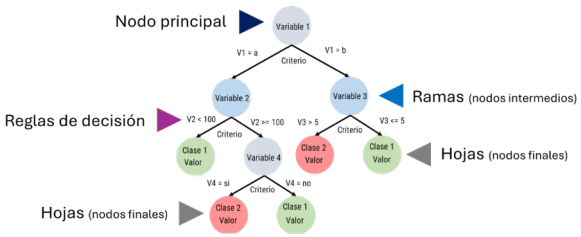


Figura 3 Ejemplo de árbol de clasificación. Adaptado del trabajo de Mienye y Jere (2016).

En nuestro caso, usamos un árbol de clasificación porque permite trabajar con salidas categóricas, las cuales son muy útiles y sencillas de comprender para emitir acciones inmediatas en términos del proceso de valoración de riesgos, especialmente aplicables al problema de la determinación rápida, automática y preliminar del nivel de riesgo.

a) **Selección de atributos.** La selección de atributos es el proceso mediante el cual se determinan cuales serán las

variables utilizadas para entrenar el modelo, en este caso partimos de dos variables de entrada de tipo numéricas las cuales competirán para identificar cuál de ellas presenta la mejor variable para fungir como nodo principal, también es importante identificar cuales datos formarán parte del conjunto de entrenamiento y cuales del conjunto de validación, así como su proporción, sin olvidar que esta selección debe realizarse de manera aleatoria. Los datos seleccionados son graficados con el objetivo de identificar su distribución según la categoría que les fue asignada; esto será importante para comenzar a trabajar con el algoritmo. La figura 4 y la tabla 5 evidencian la separación entre datos de entrenamiento y validación para evaluar el modelo.

Figura 4 Gráfica inicial de asegurados por nivel de riesgo.

Tabla 5 Separación entre datos de entrenamiento y validación.

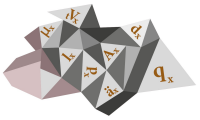
Asegurado	Edad	Horas promedio de conducción	Prima de tarifa	Siniestralidad	Porcentaje	Nivel de riesgo	Datos
001	25	35	2625	950	36 %	MEDIO	Entrenamiento
002	33	20	1340	700	52 %	MEDIO	Entrenamiento
003	45	5	275		0 %	BAJO	Entrenamiento
004	32	3	204		0 %	BAJO	Entrenamiento
005	60	27	1080	5133	475 %	ALTO	Entrenamiento
006	41	35	2065		0 %	BAJO	Entrenamiento
007	27	2	146		0 %	BAJO	Entrenamiento
008	55	1	45		0 %	BAJO	Entrenamiento
009	40	4	240		0 %	BAJO	Entrenamiento
010	47	11	583	100	17 %	BAJO	Entrenamiento
011	68	2	64		0 %	BAJO	Entrenamiento
012	21	21	1659	1000	60 %	MEDIO	Entrenamiento
013	70	3	90		0 %	BAJO	Entrenamiento
014	31	6	414		0 %	BAJO	Entrenamiento
015	19	26	2106	750	36 %	MEDIO	Entrenamiento
016	58	7	294		0 %	BAJO	Entrenamiento
017	66	38	1292	500	39 %	MEDIO	Entrenamiento
018	68	32	1024	5000	488 %	ALTO	Entrenamiento
019	70	26	780	1200	154 %	ALTO	Entrenamiento
020	72	20	560	800	143 %	ALTO	Entrenamiento
021	80	35	700	700	100 %	ALTO	Validación
022	51	11	539		0 %	BAJO	Validación
023	39	10	610		0 %	BAJO	Validación
024	55	21	945		0 %	BAJO	Validación
025	31	35	2415	1500	62 %	MEDIO	Validación

b) **Medidas de impureza o desorden de la información.** Un árbol de decisión es un método que emplea la idea de *pureza de la información*, es decir, permite identificar cuales son las variables que generan la mayor información para colocarlas en los nodos de los primeros niveles. En nuestro caso, seguimos a Mienye y Jere (2016) para especificar un árbol de decisión que considera como criterio de segmentación el índice $Gini(S)$ y la entropía $E(S)$. Ambos indicadores se basan en la cantidad de desorden que presenta una variable con respecto a los datos de salida. Para ambos casos, S_i es el valor de corte que permite crear las ramas que separan los datos, p_i es la proporción de datos que se encuentran en cada clase, y el objetivo es encontrar el valor S_i que minimice el índice de Gini o, en su defecto, la entropía en cada iteración. En efecto, defina:

$$\begin{aligned} Gini(S): &= 1-\sum_{i=1}^{n} p_i^2, \\ E(S) &:= -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2(p_i), \\ Gini(\text{Total}) &:= 1-\left(\frac{11}{20}\right)^2-\left(\frac{5}{20}\right)^2-\left(\frac{4}{20}\right)^2 \\ &= 0.595. \end{aligned}$$

c) **Construcción del nodo principal.** El nodo principal se construye calculando alguna de las medidas de desorden de la información, en este caso emplearemos el índice de Gini, por lo que obtenemos el valor de cada una de las variables de entrada con respecto a la variable de salida. El objetivo es identificar cuál es la que permite segmentar de mejor manera a la clase objetivo, por lo que requerimos obtener el valor $Gini(S_i)$ mínimo de cada variable.

$$\begin{aligned} Gini(\text{Edad} \leq 40) &= 1-\left(\frac{4}{8}\right)^2-\left(\frac{4}{8}\right)^2-\left(\frac{0}{8}\right)^2 \\ &= 0.50, \\ \mathbb{P}(\text{Edad} \leq 40) &= \frac{8}{20} = 0.4. \end{aligned}$$



Por otro lado,

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} > 40) \\ = \; & 1 - \left(\frac{7}{12}\right)^2 - \left(\frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{4}{12}\right)^2 \\ = \; & 0.54 \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} > 40) = \frac{12}{20} = 0.6. \end{aligned}$$

Así,

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} = 40) \\ = \; & Gini(\text{Edad} \leq 40)\, \mathbb{P}(\text{Edad} \leq 40) \\ & + Gini(\text{Edad} > 40) \mathbb{P}(\text{Edad} > 40) \\ = \; & 0.5(0.4) + 0.54(0.6) = 0.524. \end{aligned}$$

La figura 5 muestra la gráfica de asegurados por nivel de riesgo $Gini(Edad = 40)$ en la primera iteración. Note que esta segmentación no genera la mejor separación, debido a que, aunque sí logra separar completamente la clase de riesgo alto para Edades superiores a 40, la ganancia es pequeña debido a que los elementos de dicha clase son relativamente pocos comparado con el número de elementos de la clase de riesgo bajo o incluso de la clase de riesgo medio.

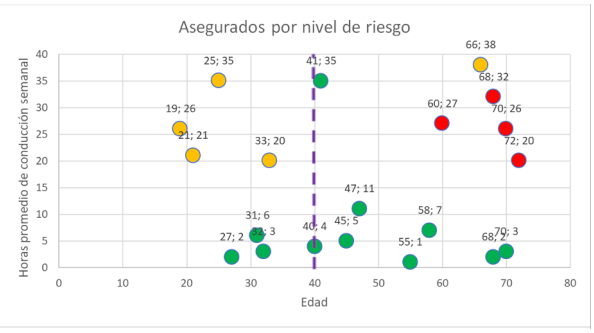
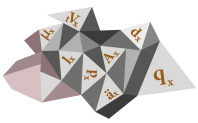


Figura 5 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo $Gini(Edad = 40)$ iteración=1 (exploración del mejor valor).

Ahora hagamos:

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Horas} \leq 15) \\ = \; & 1 - \left(\frac{10}{10}\right)^2 - \left(\frac{0}{10}\right)^2 - \left(\frac{0}{10}\right)^2 = 0, \\ & \mathbb{P}(\text{Horas} \leq 15) = \frac{10}{20} = 0.5. \end{aligned}$$



Asimismo,

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Horas} > 15) \\ = \; & 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^2 - \left(\frac{5}{10}\right)^2 - \left(\frac{4}{10}\right)^2 = 0.58 \\ & \mathbb{P}(\text{Horas} > 15) = \frac{10}{20} = 0.5. \end{aligned}$$

Con esto obtenemos:

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Horas} = 15) \\ = \; & Gini(\text{Horas} \leq 15)\, \mathbb{P}(\text{Horas} \leq 15) \\ & + Gini(\text{Horas} > 15)\, \mathbb{P}(\text{Horas} > 15). \end{aligned}$$

Así, $Gini(\text{Horas} = 15) = 0(0.5) + 0.58(0.5) = 0.29$. La figura 6 muestra la segmentación resultante.

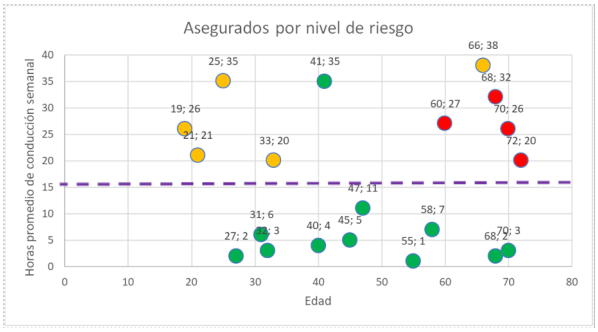


Figura 6 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo Gini(Horas = 15) iteración=1 (partición seleccionada).

Encontramos que la mejor segmentación resulta de usar la variable Horas promedio de conducción semanal. La razón es que el valor es de 15 horas el que minimiza el Gini general del nodo con 0.29, generando la mejor separación de las distintas clases, dado que para valores menores a 15 horas de conducción todos los sujetos caen en riesgo bajo, mientras que solamente un sujeto con más de 15 horas de conducción tiene riesgo bajo, quedando pendiente aún la separación de los sujetos de riesgo medio y alto. Por lo tanto, nos quedamos con las Horas de conducción como el nodo raíz y una rama tomará valores menores o iguales a 15 que predice valores de riesgo bajo, y la otra tomará valores superiores a 15 que aún se ramifica porque tiene valores de dos clases pendientes por separar. La figura 7 muestra la configuración inicial del árbol.

d) **Construcción de nodos intermedios y hojas.** El proceso de generación de nodos es iterativo, por lo que repetimos. En este caso identificamos que intentar una partición

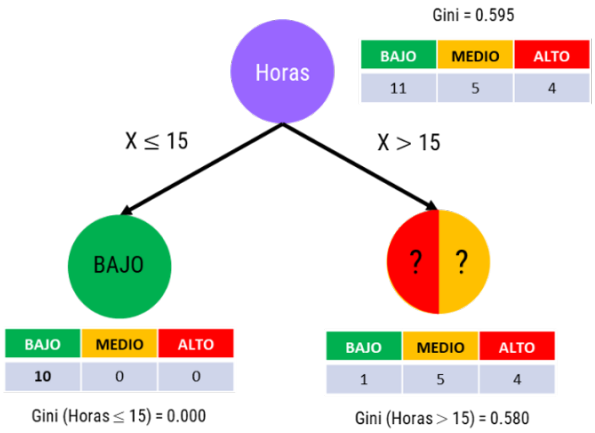


Figura 7 Árbol resultante. Primera iteración

horizontal por la hora ya no genera una buena separación generando índices de Gini muy bajos, por lo que intentamos con diferentes valores de corte de Edad para encontrar el valor que lo minimice.

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} \leq 67 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & 1 - \left(\frac{1}{7}\right)^2 - \left(\frac{5}{7}\right)^2 - \left(\frac{1}{7}\right)^2 \\ = \; & 0.44898, \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} \leq 67 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & \frac{7}{10} = 0.7. \end{aligned}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} & Gini\left(\text{Edad} > 67 \mid \text{Horas} > 15\right) \\ = \; & 1 - \left(\frac{0}{3}\right)^2 - \left(\frac{0}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{3}\right)^2 = 0 \\ & \mathbb{P}\left(\text{Edad} \leq 67 \mid \text{Horas} > 15\right) \\ = \; & \left(\frac{3}{10}\right) = 0.3. \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} & Gini\left(\text{Edad} = 67 | \text{Horas} > 15\right) \\ = \; & Gini\left(\text{Edad} \leq 67 | \text{Horas} > 15\right) \\ & P\left(\text{Edad} \leq 67 | \text{Horas} > 15\right) \\ & + Gini\left(\text{Edad} > 67 | \text{Horas} > 15\right) \\ & P\left(\text{Edad} > 67 | \text{Horas} > 15\right) \\ = \; & 0.44898\,(0.7) + 0\,(0.3) = 0.3143. \end{aligned}$$

La figura 8 muestra la segunda iteración de la segmentación de los asegurados por nivel de riesgo.

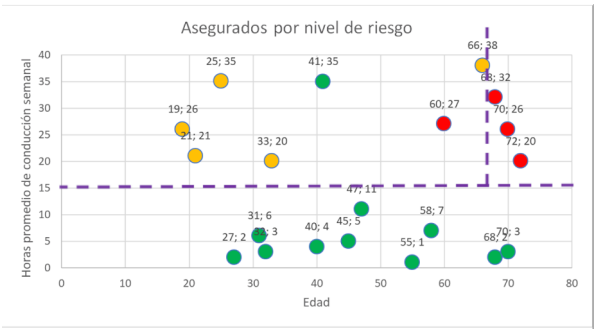


Figura 8 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo $Gini(\text{Edad} = 67|\text{Horas} > 15)$ segunda iteración (exploración del mejor valor).

Ahora intentamos:

$$\begin{aligned} & \text{Gini}(\text{Edad} \leq 50 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{0}{5}\right)^2 = 0.32, \\ & P(\text{Edad} \leq 50 \mid \text{Horas} > 15 = 0.5. \end{aligned}$$

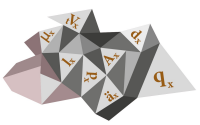
Además,

$$\begin{aligned} & \text{Gini}(\text{Edad} > 50 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & 1 - \left(\frac{0}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 0.32, \\ & P(\text{Edad} \leq 50 \mid \text{Horas} > 15) = \left(\frac{5}{10}\right) = 0.5. \end{aligned}$$

Así,

$$\begin{aligned} & \text{Gini}(\text{Edad} = 50 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & \text{Gini}(\text{Edad} \leq 50 \mid \text{Horas} > 15) \cdot \\ & P(\text{Edad} \leq 50 \mid \text{Horas} > 15) \\ & + \text{Gini}(\text{Edad} > 50 \mid \text{Horas} > 15) \cdot \\ & P(\text{Edad} > 50 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & 0.32 \cdot (0.5) + 0.32 \cdot (0.5) = 0.32. \end{aligned}$$

La figura 9 muestra la segunda iteración de la clasificación de los asegurados por nivel de riesgo $Gini(\text{Edad} = 50|\text{Horas} > 15)$.



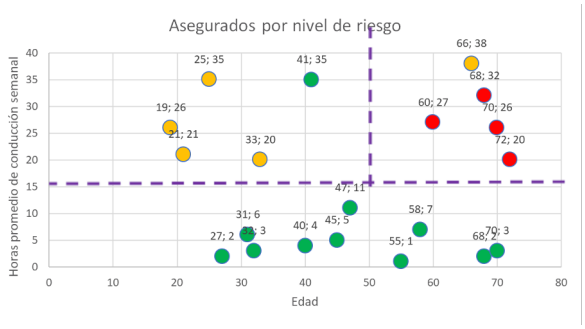


Figura 9 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo Gini(Edad = 50 | Horas>15) iteración=2 (exploración del mejor valor).

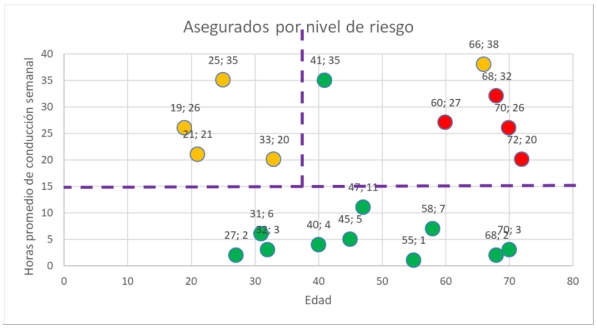


Figura 10 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo $Gini(\text{Edad} = 37|\text{Horas} > 15)$ iteración=2 (partición seleccionada, modelo de árbol final).

Ahora intentamos

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} \leq 37 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & 1 - \left(\frac{0}{4}\right)^2 - \left(\frac{4}{4}\right)^2 - \left(\frac{0}{4}\right)^2 = 0, \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} \leq 37 \mid \text{Horas} > 15) = 0.4. \end{aligned}$$

Asimismo,

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} > 37 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{4}{6}\right)^2 = 0.50, \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} > 37 \mid \text{Horas} > 15) = 0.6. \end{aligned}$$

Con esto, podemos calcular

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} = 37 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & Gini(\text{Edad} \leq 37 \mid \text{Horas} > 15) \cdot \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} \leq 37 \mid \text{Horas} > 15) \\ & + Gini(\text{Edad} > 37 \mid \text{Horas} > 15) \cdot \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} > 37 \mid \text{Horas} > 15) \cdot \\ & Gini(\text{Edad} = 37 \mid \text{Horas} > 15) \\ = \; & 0(0.4) + 0.5(0.6) = 0.30. \end{aligned}$$

La figura 10 muestra la segmentación resultante. En este caso vemos que el índice de Gini de los nodos que resulta menor se tiene para Edad = 37, por lo que seleccionaremos este umbral, así tenemos una nueva hoja terminal hacia la izquierda y una nueva rama a la derecha. La tabla 6 resume los resultados recién presentados, y la figura 11 presenta el árbol después de dos iteraciones.

Para simplificar y obtener un modelo que permita realizar inferencias, vamos a suponer que en el segundo nodo para

Tabla 6 Comparativo de criterios y valores de Gini.

Criterio	Gini del nodo
$Edad = 67 \mid Horas > 15$	0.3143
$Edad = 50 \mid Horas > 15$	0.3200
$Edad = 37 \mid Horas > 15$	0.3000

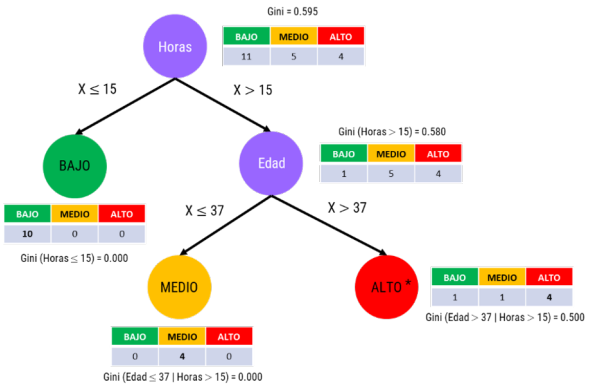
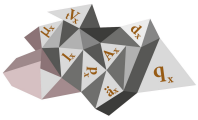


Figura 11 Árbol resultante (modelo final sin sobreajuste), iteración = 2.

edades superiores a 37 años el resultado estimado será riesgo alto. Está claro que todavía quedan impurezas pues existe una observación con riesgo bajo y una con riesgo medio. Sin embargo, en la realidad construir modelos tan complejos con un número elevado de niveles de nodos tendrá problemas para realizar inferencias debido al pro-



blema conocido como sobreajuste. Es decir, el modelo funcionaría perfectamente para los datos de entrenamiento, pero el ajuste es tan alto que no puede generalizar correctamente, en este sentido es válido aceptar cierto error en favor de mejorar el desempeño de los modelos al momento de clasificar nuevos datos.

e) **Muestra del funcionamiento del sobreajuste.**Es posible identificar que con una iteración más se podría caer en un sobreajuste, sólo se realiza con el fin de que se pueda mostrar cómo funcionan las iteraciones hasta los nodos finales o ramas, haciendo mención del concepto de sobreajuste como una condición en donde los modelos tienen a representar muy bien los datos de entrenamiento, pero no funcionan bien con datos de validación o con nuevos datos. En este caso, al continuar con la partición estaríamos condicionando mucho los resultados de valores grandes de Edad y de Horas de conducción. Primero hacemos:

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Horas} \leq 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \\ = \ & 1 - \left(\frac{0}{4}\right)^2 - \left(\frac{0}{4}\right)^2 - \left(\frac{4}{4}\right)^2 = 0, \\ & \mathbb{P}(\text{Horas} \leq 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \\ = \ & 0.6667, \\ & Gini(\text{Horas} > 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \\ = \ & 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{0}{2}\right)^2 = 0.5. \end{aligned}$$

Y ahora:

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}(\text{Horas} > 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \\ = \ & \frac{2}{6} = 0.3333. \end{aligned}$$

Con esto podemos hacer:

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Horas} = 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \\ = \ & Gini(\text{Horas} \leq 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \cdot \\ & \mathbb{P}(\text{Horas} \leq 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \\ & + Gini(\text{Horas} > 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \cdot \\ & \mathbb{P}(\text{Horas} > 34 \mid \text{Edad} > 37,\ \text{Horas} > 15) \cdot \\ = \ & 0(0.6667) + 0.5(0.3333) = 0.1667. \end{aligned}$$

La figura 12 muestra la tercera iteración del método.

Con una última iteración se puede lograr que los nodos terminales tengan un desorden de información de cero, lo que indica que se tiene un modelado sin errores para los datos de entrenamiento, pero que en la práctica puede resultar poco útil para clasificar correctamente nuevos

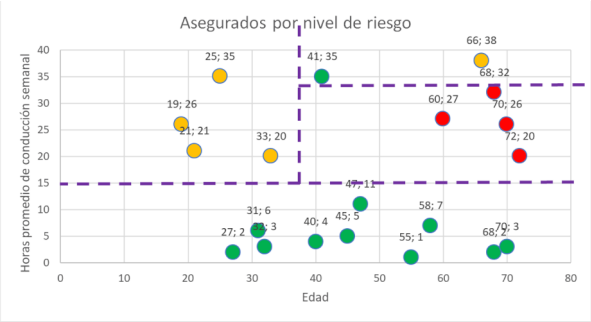


Figura 12 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo $Gini(\text{Horas} = 34|\text{Edad} > 37, \text{Horas} > 15)$ iteración=3 (partición seleccionada, modelo con sobreajuste).

casos por tener un el máximo sobreajuste. Mostramos los cálculos a continuación.

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} \leq 55 \mid \text{Horas} > 34, \text{Edad} > 37, \text{Horas} > 15) \\ = \ & 1 - \left(\frac{1}{1}\right)^2 - \left(\frac{0}{1}\right)^2 - \left(\frac{0}{1}\right)^2 = 0, \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} \leq 55 \mid \text{Horas} > 34, \text{Edad} > 37, \text{Horas} > 15) \\ = \ & 1. \end{aligned}$$

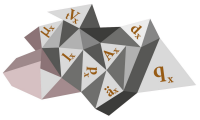
Asimismo,

$$\begin{aligned} & Gini(\text{Edad} > 55 \mid \text{Horas} > 34, \text{Edad} > 37, \text{Horas} > 15) \\ & = 1 - \left(\frac{0}{1}\right)^2 - \left(\frac{1}{1}\right)^2 - \left(\frac{0}{1}\right)^2 = 0, \\ & \mathbb{P}(\text{Edad} > 55 \mid \text{Horas} > 34, \text{Edad} > 37, \text{Horas} > 15) = 1, \\ & Gini(\text{Edad} = 55 \mid \text{Horas} > 34, \text{Edad} > 37, \text{Horas} > 15) \\ & = 0(1) + 0(1) = 0. \end{aligned}$$

La figura 13 muestra la segmentación resultante, y el árbol después de cuatro iteraciones aparece en la figura 14.

f) **Verificación del decremento del índice de Gini.** A continuación, es posible identificar que durante el proceso de construcción del árbol las ramas van disminuyendo el valor de desorden de la información. De esta manera el índice de Gini disminuye desde el nodo principal hasta las ramas de los niveles subsecuentes. Por otro lado, es importante observar que los nodos terminales o también llamados hojas, en este caso presentan índice de Gini de cero, lo que indica que contienen al 100 % de los elementos de la categoría de riesgo indicada. Vea la tabla 7 y la figura 15.

g) **Interpretación.** El árbol obtenido presenta las siguientes reglas, lo primero es que para aquellas personas que



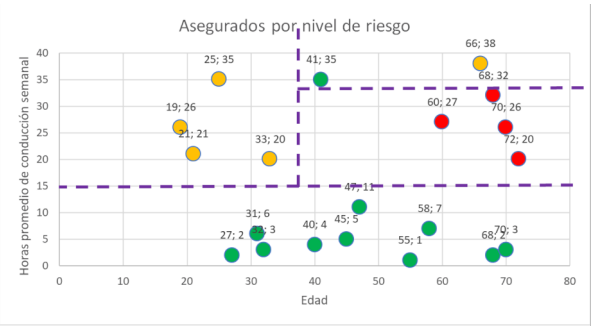


Figura 13 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo $Gini(\text{Edad} = 55|\text{Horas} > 34, \text{Edad} > 37, \text{Horas} > 15)$ iteración=4 (partición seleccionada, modelo con el máximo sobreajuste).

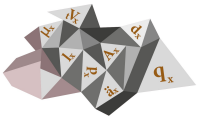
Tabla 7 Verificación del decremento del índice de Gini.

Nodo	Tipo	Criterio	Gini
Nodo principal	Raíz	–	0.595
Nivel 1 Rama izquierda	Hoja (terminal)	$Horas \leq 15$	0.000
Nivel 1 Rama derecha	Rama	$Horas > 15$	0.580
Nivel 2 Rama izquierda	Hoja (terminal)	$Edad \leq 37 \mid Horas > 15$	0.000
Nivel 2 Rama derecha	Rama	$Edad > 37 \mid Horas > 15$	0.500

suelen conducir en promedio a lo sumo 15 horas semanales presentan un riesgo bajo sin importar su edad, en otro caso, las personas con más de 15 horas semanas de conducción cuya edad es menor a 37 años presentan un riesgo medio, mientras que aquellas personas con más de 15 horas de conducción semanal y con edad superior a 37 años presentan riesgo alto. La explicación es que las personas que conducen menos horas presentan menor riesgo porque tienen menor exposición al riesgo al usar menos sus automóviles, mientras que los que conducen más de 15 horas ya presentan mayor riesgo, sin embargo, las personas de mayor edad presentan riesgo más alto de acuerdo con los datos de este ejemplo con los datos simulados.

Antes generamos un modelo de árbol que nos permitió clasificar a sujetos según su nivel de riesgo, esto con los datos de entrenamiento, con los que se construyó el modelo. Sin embargo, requiere ser validado con una proporción del mismo conjunto de datos que no se haya empleado para el entrenamiento, para lo que tenemos cinco observaciones de validación, las cuales se muestran con círculos de mayor tamaño. Vea la figura 16.

El modelo es una función cuya variable respuesta es el nivel



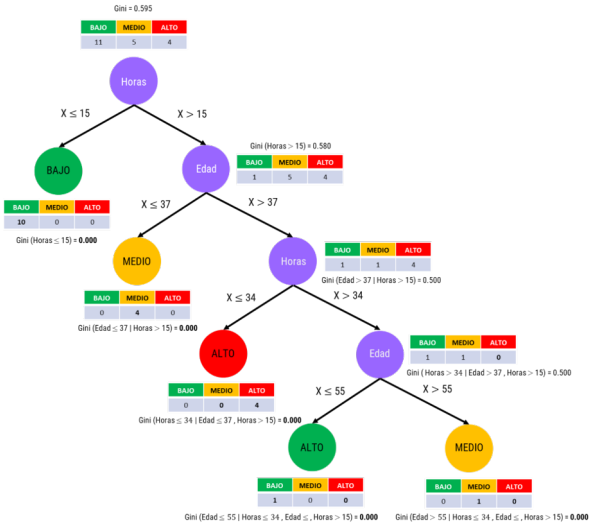


Figura 14 Árbol con el máximo sobreajuste (no recomendado), iteración=4.

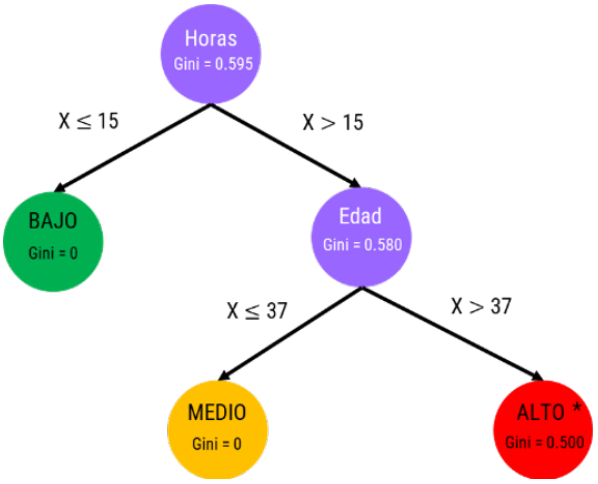


Figura 15 Árbol resultante para el modelo final, con índices de Gini, iteración=2.

de riesgo, mientras que las variables de entrada son la Edad y las Horas promedio de conducción semanal, generando cuatro aciertos y un error con los datos de validación. Así, definimos: $f(\text{Edad}, \text{Horas}) = Nivel_Riesgo$. Vea la tabla 8.

La tabla 9 contiene los aciertos y errores del modelo para

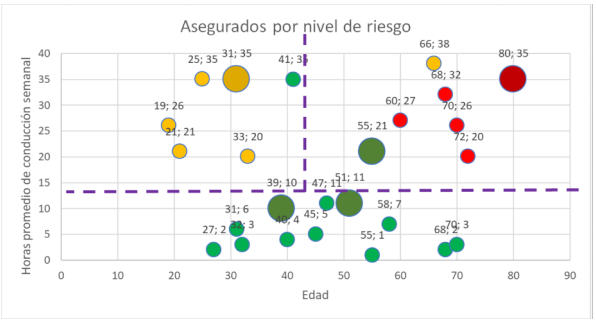


Figura 16 Gráfica de asegurados por nivel de riesgo (con datos de validación).

Tabla 8 Desempeño del modelo al comparar predicciones contra valores reales.

Asegurado	Edad	Horas promedio de conducción	Nivel de riesgo (Real)	Nivel de riesgo (Predicho)	Acierto / Error
021	80	35	ALTO	ALTO	ACIERTO
022	51	11	BAJO	BAJO	ACIERTO
023	39	10	BAJO	BAJO	ACIERTO
024	55	21	BAJO	ALTO	ERROR
025	31	35	MEDIO	MEDIO	ACIERTO

las diferentes clases (vea el trabajo de Bosch *et al.* (2019)). Es decir, sus valores reales y sus valores predichos por el modelo, esta tabla es importante porque permite calcular las métricas más relevantes de desempeño del modelo. La tabla 10 muestra los resultados reales del modelo,

Tabla 9 Estructura conceptual de la matriz de confusión.

	Predicción Clase 1	**Predicción Clase 2**	**Predicción Clase 3**
Valor real Clase 1	Aciertos (TP)	Errores (FP)	Errores (FP)
Valor real Clase 2	Errores (FP)	Aciertos (TP)	Errores (FP)
Valor real Clase 3	Errores (FP)	Errores (FP)	Aciertos (TP)

permitiendo evaluar su desempeño por clase.

Tabla 10 Resultados reales del modelo.

	Predicción Clase 1 (BAJO)	**Predicción Clase 2 (MEDIO)**	**Predicción Clase 3 (ALTO)**
Valor real Clase 1 (BAJO)	2	0	1
Valor real Clase 2 (MEDIO)	0	1	0
Valor real Clase 3 (ALTO)	0	0	1

La exactitud es una de las principales métricas que se consideran al momento de evaluar y validar un modelo de aprendizaje automático, pues permite relacionar la cantidad de predicciones correctas entre el total. En este sentido, se trata de una métrica de desempeño global, para este ejercicio se obtuvo un valor de 80 %, que en términos generales es un buen resultado. En un ambiente real es importante contar con un mayor número de observaciones para evitar la hipersensibilidad del modelo.

$$Exactitud \quad = \quad \frac{\text{Predicciones correctas}}{\text{Total de observaciones}} = 0.8.$$

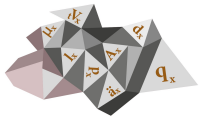
La precisión es otra de las métricas relevantes porque mide la cantidad de clasificaciones correctas entre todas las observaciones de la clase que se está midiendo, es decir, la suma de verdaderos positivos y falsos positivos de cada clase. Para estos datos se tiene un desempeño de 100 % en para riesgo bajo y medio, y 50 % para riesgo alto, lo que significa que, de las predicciones realizadas para la clase de riesgo alto, sólo clasificó la mitad correctamente.

$$\begin{aligned} Precisión_i &= \frac{TP_i}{TP_i + FP_i}, \\ Precisión(\text{Riesgo} = \text{BAJO}) &= 1, \\ Precisión(\text{Riesgo} = \text{MEDIO}) &= 1, \\ Precisión(\text{Riesgo} = \text{ALTO}) &= 0.5. \end{aligned}$$

La recuperación es una métrica de gran importancia porque considera como penalización la aparición de falsos negativos. Es decir, aquellas observaciones que el modelo no identificó su pertenencia a una clase determinada, a pesar de que en realidad pertenecen a dicha clase. En este caso podemos notar que para el caso de riesgo alto y medio se tiene un desempeño del 100 %, pero para el riesgo bajo se tiene un 66.66 %, lo que indica que una tercera parte de los casos el modelo no identificó las observaciones de riesgo bajo dentro de esta clase, es decir presenta un 33.33 % de falsos positivos en observaciones de riesgo bajo. Así,

$$\begin{aligned} Recuperación_i &= \frac{TP_i}{TP_i + FN_i}, \\ Recuperación(\text{Riesgo} = \text{BAJO}) &= 0.6667, \\ Recuperación(\text{Riesgo} = \text{MEDIO}) &= 1, \\ Recuperación(\text{Riesgo} = \text{ALTO}) &= 1. \end{aligned}$$

La métrica F1 es importante para mostrar el equilibrio entre la precisión y la recuperación, por lo que proporciona una medida robusta que es mejor mientras se tengan menos falsos positivos y negativos. Al momento de clasificar casos nuevos, el modelo funciona mejor para riesgo medio con cero falsos positivos y cero falsos negativos con un desempeño del 100 %, y proporciona un desempeño del 80 % para los casos de riesgo bajo, finalmente tiene



66.67 % de desempeño en esta métrica para casos de riesgo alto. Así,

$$F1_i = \frac{2(Precision_i \times Recuperación_i)}{Precision_i + Recuperación_i},$$

$$F1(\text{Riesgo} = \text{BAJO}) = \frac{2(1 \times 0.6667)}{1 + 0.6667} = 0.8,$$

$$F1(\text{Riesgo} = \text{MEDIO}) = \frac{2(1 \times 1)}{1 + 1} = 1,$$

$$F1(\text{Riesgo} = \text{ALTO}) \frac{2(0.5 \times 1)}{0.5 + 1} = 0.6667.$$

Paso 5. Solicitud de suscripción (nuevos clientes).

Una vez generado, entrenado y validado el modelo, es posible emplearlo para nuevos prospectos, cuyos datos deberán ser recolectados, preferentemente de forma automática mediante una interfaz de usuario, típicamente el mismo formulario de solicitud de suscripción que completa el asegurado en línea, sin embargo, es posible también que un colaborador de la compañía capture directamente los datos del cliente en formato digital para su valoración de riesgo. Los datos que se recopilen deberán coincidir con las variables que se están considerando para el funcionamiento del modelo. Mire la tabla 11.

Prospecto	Edad	Horas promedio de conducción
096	27	35
097	58	23
098	59	4
099	65	17
100	34	10
101	42	21
102	31	18
103	56	40
104	39	16
105	71	29

Tabla 11 Solicitud de suscripción.

Paso 6. Uso del modelo.

Los datos recolectados deben pasar por el clasificador, que bien podría estar dispuesto de manera productiva en el mismo aplicativo que conecta la interfaz de usuario y que captura directamente los datos del cliente, o bien, podría emplearse en cualquier dispositivo de cómputo, incluso local, que cuente con los requerimientos mínimos para su ejecución. El uso del modelo implica que se ha generado un archivo con las especificaciones del modelo, el cual recibe los datos de entrada, realiza los cálculos internos correspondientes y entrega un resultado en ese mismo momento. En efecto,

$$f(\text{Edad}, \text{Horas}) = \text{Nivel_Riesgo},$$

$$f(\text{Edad}, \text{Horas}) = \begin{cases} \text{BAJO}, & \text{si Horas} \leq 15 \\ \text{MEDIO}, & \text{si Horas} > 15 \text{ y Edad} \leq 37 \\ \text{ALTO}, & \text{si Horas} > 15 \text{ y Edad} > 37 \end{cases}$$

La figura 17 muestra el modelo de árbol final con índices de Gini y número de datos de cada categoría por nodo. Mire también la tabla 12.

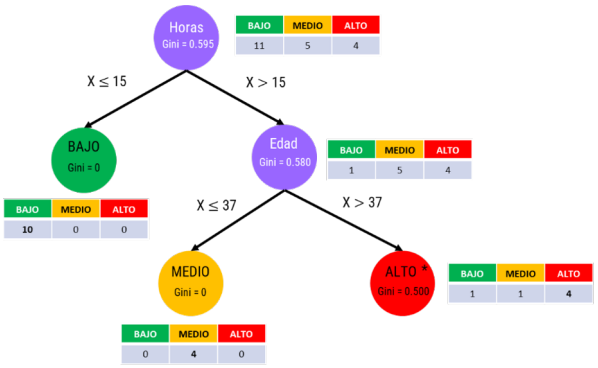
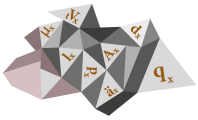


Figura 17 Modelo de árbol final con índices de Gini y número de datos de cada categoría por nodo.

Prospecto	Edad	Horas promedio de conducción	Nivel de riesgo (Predicho)
096	27	35	MEDIO
097	58	23	ALTO
098	59	4	BAJO
099	65	17	ALTO
100	34	10	BAJO
101	42	21	ALTO
102	31	18	MEDIO
103	56	40	ALTO
104	39	16	ALTO
105	71	29	ALTO

Tabla 12 Clasificación semifinal.



Paso 7. Acciones posteriores.

Cuando se emplea el modelo se tiene una respuesta inmediata, no es necesario esperar horas o días para obtener una respuesta como pudiera suceder con el caso de una valoración de riesgo realizada directamente por una persona, por el contrario, el tiempo de ejecución suele ser inmediato o realizarse en tiempos muy cortos, lo que permitirá tomar acciones inmediatas, por ejemplo, si el nivel de riesgo es alto, simplemente se rechaza la solicitud de suscripción automáticamente que bien podría ser mediante un mensaje automatizado, si el nivel es medio podría valorarse de forma específica por algún analista o colaborador de la compañía, mientras que si el riesgo es bajo pasaría automáticamente como preaprobado a la etapa siguiente para determinar una prima de tarifa mediante un modelo de regresión con los ajustes finales a la tarifa, y finalmente establecer un contrato de seguro. La tabla 13 muestra los resultados finales.

Prospecto	Edad	Horas promedio de conducción	Nivel de riesgo (Predicho)	Acción
096	27	35	MEDIO	Revisión
097	58	23	ALTO	Rechazo
098	59	4	BAJO	Preaprobación
099	65	17	ALTO	Rechazo
100	34	10	BAJO	Preaprobación
101	42	21	ALTO	Rechazo
102	31	18	MEDIO	Revisión
103	56	40	ALTO	Rechazo
104	39	16	ALTO	Rechazo
105	71	29	ALTO	Rechazo

Tabla 13 Resultados finales.

4. RESULTADOS

Después de analizar el algoritmo de árboles de clasificación bajo el entorno de medición de niveles de riesgo categóricos se obtuvo una clasificación suficiente de los datos simulados, el proceso iterativo fue sencillo puesto que únicamente se introdujeron dos variables de entrada con la finalidad de observar en el plano el proceso de selección de los umbrales para la segmentación de los datos y la generación de los nodos y ramas mediante la medición de valores del índice de Gini.

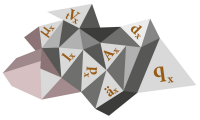
Al tratarse de un algoritmo basado en iteraciones para encontrar el valor que minimiza el valor de la métrica de pureza de la información es posible que el valor que optimice pueda cambiar debido que la optimización quede atrapada en un mínimo local; además existe un número importante de parámetros que pueden cambiar el resultado del modelo, por ejemplo, usar determinada métrica como Entropía en lugar de Gini, establecer un nivel máximo de niveles de nodos, fijar reglas de división determinando el número mínimo de elementos que deben existe en un nodo para que se pueda subdividir nuevamente, o el número de elementos mínimos permitidos en cada hoja o nodos finales. Por supuesto, este caso fue un ejemplo ilustrativo que no cuenta con el número suficiente de observaciones para generar un modelo robusto, no obstante, su sencillez permite observar la esencia de su funcionamiento.

5. CONCLUSIONES

El proceso propuesto basado en la intervención a través de minería de datos para generar ideas e intervenir procesos de suscripción de seguros sirvió como apoyo para la determinación rápida del nivel de riesgos, ahorrando suficiente tiempo potencial del proceso total y generando una alternativa viable para emplear modelos basados en árboles como métodos complementarios, auxiliares e incluso principales. Los árboles de decisión son un conjunto de métodos que generan modelos basados en reglas y pueden representarse justamente como un árbol. Los árboles de clasificación trabajan con datos categóricos como variables de salida y pueden tener tanto variables numéricas como variables categóricas para su entrada, en este caso se utilizaron datos numéricos de entrada y variables categóricas como salidas. Se trata de un método que trabaja bien en $\mathbb{R}^n$, por lo que los nodos y ramas estarán correctamente representados, incluso aunque no sea posible visualizarlos más allá de $\mathbb{R}^3$. Otra ventaja importante es que tienen reglas claras e interpretables y además cuenta con un mecanismo de visualización que permite mejorar la comprensión de las reglas, lo que resulta de suma utilidad para la profesión actuarial, sobre todo en un entorno en donde las entidades reguladoras suelen requerir transparencia e interpretabilidad en los modelos empleados.

Este algoritmo es muy robusto en cierto sentido porque no es necesario normalizar los datos para que genere modelos válidos, el algoritmo trabaja bien con diferentes escalas y funciona bien incluso con cantidades pequeñas de datos. Los árboles son flexibles porque permiten ajustarse mediante un conjunto distinto de parámetros como los niveles máximos de profundidad del árbol o el número de elementos mínimos por rama. Existen algunos métodos de mayor complejidad como los llamados métodos de ensamble que permiten emplear diferentes árboles con el objetivo de realizar mejores inferencias como Random Forest, Bagging y Boosting.

Entre las principales desventajas que tiene este algoritmo es que presenta cierta sensibilidad ante cambios en los datos, es decir, su inestabilidad para siempre converger, sobre todo con datos numerosos y complejos, y finalmente tener una predisposición natural al sobreajuste debido a que se pueden generar modelos con una cantidad elevada de nodos y hojas si no



se establecen criterios como el nivel máximo de profundidad o la cantidad de elementos en cada hoja, por lo que en estos casos el modelo tendría dificultades para funcionar correctamente con nuevos datos.

En suma, los árboles de clasificación comprenden una opción viable para modelar riesgos en contextos actuariales que permitan obtener modelos interpretables y transparentes, en este sentido, son una alternativa o complemento a los métodos clásicos. Los árboles son uno de los pocos algoritmos de aprendizaje automático que permiten generar reglas claras y útiles intrínsecamente para la definición del modelo, en esta ocasión se mostró la construcción de un árbol sencillo en $\mathbb{R}^2$ para ejemplificar el proceso iterativo del cálculo de la ganancia o impureza de información y su minimización de forma heurística.

REFERENCIAS

Blockeel, H., L. Devons, B. Frénay, G. Nanfack, y S. Nijssen, 2023 Decision trees: from efficient prediction to responsible ai. Frontiers in Artificial Intelligence **6**, DOI: 10.3389/frai.2023.1124553.

Bosch, A., J. Casas, y T. Bagén, 2019 *Deep Learning.*. Editorial UOC, Barcelona, España, Disponible en: https://www.editorialuoc.com/deep-learning.

Braun, M., 2024 The effectiveness of actuarial models in predicting insurance claims in Germany. Journal of Statistics and Actuarial Research **8**: 4–52, DOI: 10.47604/jsar.2763.

Chapman, P., J. Clinton, R. Kerber, T. Khabaza, T. Reinartz, *et al.*, 2000 *CRISP-DM 1.0: Step-by-step Data Mining Guide*. SPSS, Chicago, IL, Disponible en: https://www.the-modeling-agency.com/crisp-dm.pdf.

Ibrahim, M., 2022 Evolution of random forest from decision tree and bagging: A bias-variance perspective. Dhaka University Journal of Applied Science and Engineering **7**: 66–71, DOI: 10.3329/dujase.v7i1.62888.

Loh, W., 2014 Fifty years of classification and regression trees. International Statistical Review **82**: 329–348, DOI: 10.1111/insr.12016.

Mahohoho, B., C. Chimedza, F. Matarise, y S. Munyiria, 2024 Artificial intelligence-based automated actuarial pricing and underwriting model for the general insurance sector. Open Journal of Statistics **14**: 294–340, DOI: 10.4236/ojs.2024.143014.

Mienye, I. y N. Jere, 2016 A survey of decision trees: Concepts, algorithms, and applications. Mesopotamian journal of Computer Science **4**: 1–15, Disponible en: https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2024IEEEA..1286716M/abstract.

Mupa, M., S. Tafirenyika, M. Nyajeka, T. Moyo, y E. Zhuwankinyu, 2025 Machine learning in actuarial science: Enhancing predictive models for insurance risk management. IRE Journals **8**: 493–504, https://www.irejournals.com/formatedpaper/1707214.pdf.

Nishan, A., R. Ankhi, M. Haque, M. Hossain, y S. Raham, 2025 Data-driven risk assessment in insurance underwriting: Evaluating the ethical and economic trade-offs of AI-powered actuarial models. Frontline Marketing, Management and Economics Journal **5**: 7–30, DOI: 10.37547/marketing-fmmej-05-03-02.

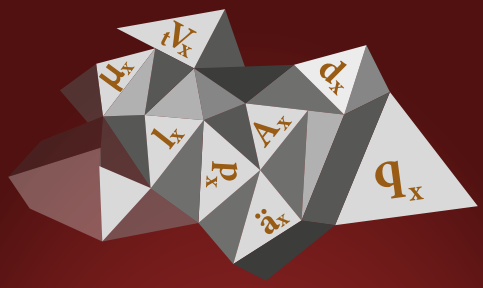
Salman, H., A. Kalakech, y A. Steiti, 2024 Random forest algorithm overview. Babylonian Journal of Machine Learning pp. 69–79, DOI: 10.58496/BJML/2024/007.

Tounsi, Y., H. Anoun, y L. Hassou, 2020 Csmas: Improving multi-agent credit scoring system by integrating big data and the new generation of gradient boosting algorithms. NISS 2020 **32**: 1–32, DOI: 10.1145/3386723.3387851.

Wang, Y., 2021 *Predictive machine learning for underwriting life and health insurance*. Actuarial Society 2021 virtual convention, 19–22 october 2021, South Africa, Disponible en: https://www.actuarialsociety.org.za/convention/wp-content/uploads/2021/10/2021-ASSA-Wang-FIN-reduced.pdf.

Xu, B. y G. Yang, 2025 Interpretability research of deep learning: A literature survey. Information Fusion **115**, DOI: 10.1016/j.inffus.2024.102721.

Luis David Rodríguez Padilla es ingeniero en computación por la Universidad Nacional Autónoma de México y estudiante de la Licenciatura en Actuaría en la Universidad Autónoma de Zacatecas. Cuenta con amplia experiencia en el sector financiero, particularmente en BBVA México, donde ha participado y liderado proyectos estratégicos de tecnología, analítica avanzada, datos y transformación organizacional en áreas comerciales y financieras. Su trayectoria incluye el diseño de estrategias de datos, automatización de procesos, minería de datos y aplicación de modelos de aprendizaje automático, así como el desarrollo de soluciones tecnológicas y tableros de control. Ha colaborado también en instituciones públicas como el Instituto Nacional Electoral y el Sistema de Administración Tributaria, combinando sólidas capacidades técnicas con visión estratégica y experiencia en gestión de proyectos



Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Premio Fundadores

Estimación y proyección estocásticas de la mortalidad Mexicana empleando indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación

Categoría Investigadores: José Daniel López Barrientos

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030407

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

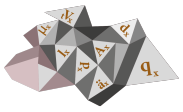
COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Estimación y proyección estocásticas de la mortalidad Mexicana empleando indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación

José Daniel López Barrientos[*,1]
[*]Facultad de Ciencias Actuariales de la Universidad Anáhuac México

RESUMEN Este artículo propone una nueva metodología para estimar y proyectar la mortalidad, como alternativa a los métodos de Lee-Carter y de la tabla límite de mortalidad. Dado que el modelo de Lee-Carter fue diseñado para una sola población y ofrece resultados poco confiables tras eventos disruptivos como la pandemia de COVID-19, se plantea un enfoque más flexible y transparente. Este combina el principio de Bellman con herramientas actuariales tradicionales, utilizando variables macroeconómicas –migración, PIB e índice de precios al consumidor— de países desarrollados para proyectar la mortalidad en naciones en desarrollo. Este trabajo será presentado en el XXXIII Congreso Internacional de Actuarios de la Asociación Actuarial Internacional en Tokio, Japón, en noviembre de 2026 y su versión en video puede verse aquí.

Palabras clave
Migración e indicadores económicos, Pronóstico de mortalidad coherente con la edad, Modelo modificado de Li-Lee y Ma-Boonen para proyectar varias poblaciones, Algoritmo de Howard de iteración de políticas.



Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 24 de febrero de 2026
Artículo comunicado por Ricardo Ibarra Lara. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.

1. INTRODUCCIÓN

Desde antaño, diversos estudios sobre la convergencia de la esperanza de vida a nivel mundial –entre ellos, los de White (2002), Wilmoth (1998) y Vaupel y Schnabel (2004)- han documentado la tendencia de la mortalidad en los países en vías de desarrollo hacia la esperanza de vida en los países desarrollados. En este contexto, realizar proyecciones de las tasas de mortalidad entre distintas poblaciones pertenecientes a un mismo grupo de países se considera poco realista. En respuesta a esta limitación, Li y Lee (2005) propusieron una extensión coherente del método clásico de Lee y Carter (1992) para proyectar la mortalidad en múltiples poblaciones. Esta metodología permite incorporar explícitamente la nociones de coherencia entre poblaciones relacionadas, y de estructura de rotación dependiente del tiempo, mejorando así la plausibilidad y consistencia de las proyecciones demográficas a largo plazo (vea el trabajo de Li y Lu (2017); Li *et al.* (2021)).

Este artículo propone un modelo multifactorial de control estocástico para proyectar la mortalidad en países en vías de desarrollo a partir de su esperanza de vida al nacimiento, y su correspondencia en algunos países desarrollados seleccionados por nosotros como grupo de referencia. Nuestra contribución teórica principal radica en la propuesta de un método analítico de estimación y pronóstico que produce un algoritmo transparente y efectivo que calcula las tasas centrales de mortalidad para países en vías de desarrollo considerando variables asociadas con su gentrificación. Desde un punto de vista práctico, nuestro aporte es la incorporación de variables econométricas y demográficas cada vez más relevantes en los últimos tiempos. Estas dos alas permitirán, entre otras cosas, construir tablas de mortalidad dinámicas útiles en la implementación de políticas de planeación poblacional, y en las industrias del seguro y las pensiones.

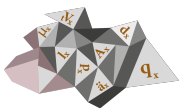
Es bien sabido que los países desarrollados generalmente tienen una mayor esperanza de vida al nacimiento, mientras que los países en vías de desarrollo a menudo enfrentan una menor expectativa de vida (vea el artículo de Garrido *et al.* (2024)). La gentrificación es el proceso de renovación de una zona urbana, generalmente popular o deteriorada, que implica el desplazamiento (social, y a veces físico) de su población original por parte de otra de un mayor poder adquisitivo. En ese sentido, Boonen y Li (2017) y Ma y Boonen (2024) documentan y modelan la dependencia de la calidad (y la duración) de la vida de factores como el índice de precios al consumidor, pues mientras más caros sean los servicios de salud, los alimentos y el costo de la vivienda en una demarcación geográfica, menor calidad de vida tendrán los pobladores originales. Naturalmente esto está ligado de manera íntima con el fenómeno de la migración y en especial, con el de la gentrificación. García-Guerrero (2015) estudió la migración en México y propuso un método basado en el original de Lee y Carter para pronosticarla. Por su parte, varios autores han conducido estudios sistemáticos sobre las afectaciones del fenómeno de la gentrificación sobre la mortalidad humana en Europa y los Estados Unidos de Norteamérica (vea los trabajos de Anguelovski *et al.* (2021); Smith *et al.* (2020) y sus fuentes bibliográficas).

En este orden de ideas, el modelo que empleamos para comparar los países en vías de desarrollo con los del bloque de referencia es una implementación de un problema de control estocástico cuyo sistema dinámico es lineal y con un índice de rendimiento transparente para los profesionales en ciencia actuarial. Una de las bondades de los pronósticos que mostraremos es que son coherentes con la edad y tienen estructura de rotación dependiente del tiempo. Asimismo, nuestra aproximación es una alternativa viable para el llamado *método de la tabla límite de mortalidad* originado por Bourgeois-Pichat (1952), y actualizado por Bravo (2010); y para otros métodos de suavizamiento polinomial, como el propuesto por Morales Bonilla y Gómez Hernández (2025). Otra de las razones por las que priorizamos el uso de una técnica propia del control estocástico por encima de otras metodologías es que, a diferencia de, por ejemplo los métodos propuestos por Bourgeois-Pichat (1952); Bravo (2010); Li *et al.* (2021), nuestro algoritmo no requiere aplicar un *criterio experto* para ajustar diferentes funciones de brecha entre los estadísticos de los grupos objetivo y de referencia con diferentes umbrales de brecha. Por otro lado, utilizaremos la técnica del factor común aumentado, propuesta por French y O'Hare (2014); Li y Lee (2005) para incorporar choques de mortalidad debidos a la disminución de la calidad de vida y la migración.

El resto del artículo está distribuido como describimos a continuación. La Sección siguiente está dedicada a presentar los pormenores de los modelos de mortalidad que emplearemos en nuestros desarrollos. En la Sección 3 mostramos el método de control estocástico que implementaremos. Ilustramos nuestros resultados empíricos en la Sección 4 usando datos económicos y de la mortalidad masculina en México, Dinamarca, Francia y los Estados Unidos de Norteamérica. La Sección 5 contiene comentarios sobre nuestros hallazgos, las limitaciones de nuestro modelo y algunas propuestas para continuar nuestro trabajo.

2. DOS VARIANTES DEL MODELO MULTIPOBLACIONAL DE LI Y LEE PARA CONSIDERAR FACTORES LIGADOS A LA GENTRIFICACIÓN

La presente es una propuesta para pronosticar, en un horizonte finito, la tasa central de mortalidad de un país en vías de desarrollo, mientras se reduce la brecha entre su esperanza de



[1]Correo electrónico: daniel.lopez@anahuac.mx

vida al nacimiento y la de un bloque de países desarrollados. Para alcanzar esta meta, definimos la *tasa central de mortalidad* como:

$$m_{x,t} := \frac{d(x,t)}{\ell_{x,t}}, \tag{1}$$

donde $d(x,t)$ corresponde al número de decesos de personas de edad x en el t-ésimo año de proyección, y $\ell_{x,t}$ es la cantidad de personas de edad x expuestas al riesgo de fallecimiento en el t-ésimo año de la proyección.

Existen diversos métodos para estimar el cociente (1). De acuerdo con Li y Lu (2017); Li *et al.* (2021), el pronóstico de mortalidad debe ser *coherente con la edad* y tener una *estructura de rotación dependiente del tiempo*. Lo primero quiere decir que las proyecciones de mortalidad para poblaciones relacionadas no deberían diverger arbitrariamente a lo largo del tiempo, especialmente si comparten características sociodemográficas, económicas o epidemiológicas comunes. Las Figuras 1 y 2 ilustran esta idea: mientras que el manejo que dieron los países Europeos a la crisis sanitaria por COVID-19 dio como resultado las curvas que aparecen en la Figura 1, los países Americanos experimentaron mortalidades más elevadas en el mismo período (vea la Figura 2). Es en este sentido que decimos que las curvas de mortalidad de cada gráfica son coherentes entre ellas.

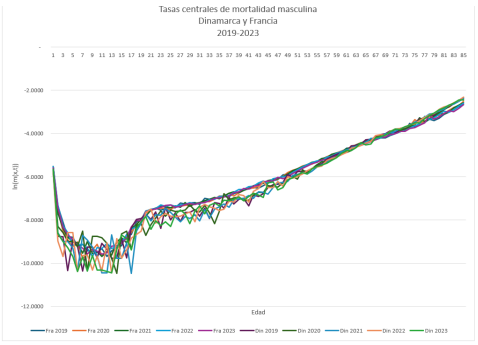
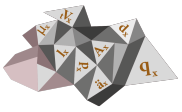


Figura 1 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para los años 2019-2023 en Francia y Dinamarca. Elaboración propia con datos de Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025b,c); StatBank Denmark (2025c,b).

Por otro lado, decimos que una proyección tiene una estructura de rotación dependiente del tiempo si la evolución del patrón de mortalidad es suave a través del tiempo (vea la Figura 3). El modelo de Li y Lee (2005) es conocido por reunir las características de coherencia y rotación.

Para estimar las mortalidades, tomamos inspiración del enfoque de Ma y Boonen (2024) para modificar ligeramente los



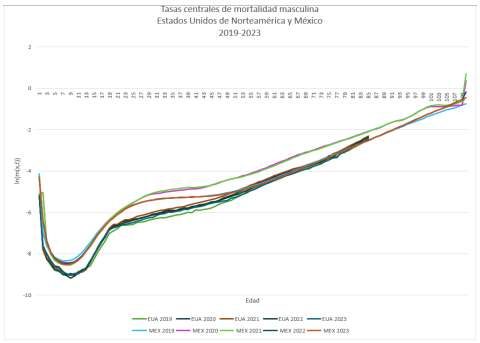


Figura 2 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para los años 2019-2023 en los Estados Unidos de Norteamérica y México. Elaboración propia con datos de Consejo Nacional de Población (2023); United States Census Bureau (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

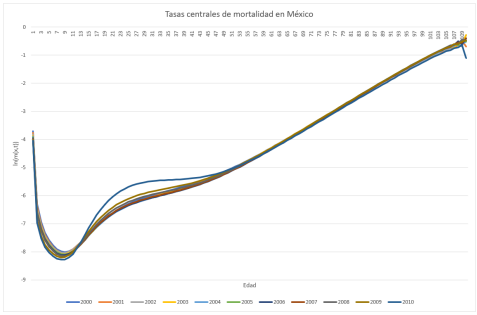


Figura 3 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para los años 2000-2010 en México. Note cómo la transición entre una curva y la siguiente es suave, a excepción de la curva de 2010: en el año previo, el mundo enfrentó una crisis sanitaria por influenza tipo A(H1N1). Esto ilustra el concepto de estructura de rotación dependiente del tiempo. Elaboración propia con datos del Consejo Nacional de Población (2023).

modelos propuestos por Garrido *et al.* (2024). Posteriormente implementaremos un esquema de control estocástico, como el ilustrado en el primer capítulo del libro de Bertsekas (2005) y el cuarto capítulo del de Howard (1960), y así pronosticaremos la mortalidad en horizonte finito. Todos los modelos que usamos consideran los choques en la mortalidad debidos a la migración, el producto interno bruto y el índice de precios al consumidor.

2.1. El grupo de países desarrollados

Sea I el conjunto de índices de países desarrollados que emplearemos como grupo de referencia. Suponemos que la tasa central de mortalidad del i-ésimo miembro del grupo, en el t-ésimo año de proyección, y para la cohorte de edad x está dada por la siguiente extensión del modelo propuesto por Ma y Boonen (2024), que considera el número de inmigrantes internacionales habitando en el i-ésimo país del grupo de referencia, y del modelo exhibido en el artículo de Garrido *et al.* (2024), que propone incluir una tendencia común de mortalidad para todos los países del bloque de referencia:

$$\begin{aligned}\ln\left(m_{i,x,t}\right) =& a_{i,x} + B_x K_t + b_{i,x} k_{i,t} + \gamma_{i,x} G_{i,t} \\ &+ \tau_{i,x} c_{i,t} + \rho_{i,x} M_{i,t} + \xi_{i,x,t},\end{aligned} \tag{2}$$

con $\mathbb{E}\left(\xi_{i,x,t}\right) = 0$, $\mathbf{var}\left(\xi_{i,x,t}\right) < \infty$, y

$$\begin{aligned}
(K_0, ..., K_T) &\neq \mathbf{0}, && (3)\\
(k_{i,0}, ..., k_{i,T}) &\neq \mathbf{0}, && (4)\\
\mathbf{cov}(K_t, G_{i,t}) &= 0, && (5)\\
\mathbf{cov}(k_{i,t}, G_{i,t}) &= 0, && (6)\\
\mathbf{cov}(K_t, c_{i,t}) &= 0, && (7)\\
\mathbf{cov}(k_{i,t}, c_{i,t}) &= 0, && (8)\\
\mathbf{cov}(K_t, M_{i,t}) &= 0, && (9)\\
\mathbf{cov}(k_{i,t}, M_{i,t}) &= 0 && (10)
\end{aligned}$$

para $i \in I$, $t = 0, 1, ..., T$ y $x = 0, 1, ..., \omega$, donde T es el horizonte de la proyección para calibrar el modelo, ω es la última edad en la tabla usada, $a_{i,x}$ sintetiza el nivel promedio de la mortalidad a edad x en el i-ésimo país cuando todas las variables predictoras son nulas, B_x mide el efecto de la edad en la mortalidad de todo el grupo; a la vez que $b_{i,x}$ los hace para la población del i-ésimo país. En (2), K_t y $k_{i,t}$ miden el nivel general de mortalidad en el t-ésimo período en el bloque de referencia y en el i-ésimo país, respectivamente. Estos procesos siguen sendas caminatas aleatorias:

$$\begin{aligned}
K_t &= d_0 + k_{t-1} + \epsilon_{t-1}, && (11)\\
k_{i,t} &= \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i} k_{i,t-1} + \epsilon_{i,t-1}, && (12)
\end{aligned}$$

donde ϵ_{t-1} y $\epsilon_{i,t-1}$ son ruidos con media nula y varianza finita; y los coeficientes $G_{i,t}$, $c_{i,t}$ y $M_{i,t}$ están definidos de la manera siguiente:

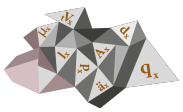
$$\begin{aligned}
G_{i,t} &:= \ln PIB_{i,t} - \frac{1}{T+1}\sum_{\ell=0}^{T} \ln PIB_{i,\ell}, && (13)\\
c_{i,t} &:= \ln IPC_{i,t} - \frac{1}{T+1}\sum_{\ell=0}^{T} \ln IPC_{i,\ell}, && (14)\\
M_{i,t} &:= \ln MI_{i,t} - \frac{1}{T+1}\sum_{\ell=0}^{T} \ln MI_{i,\ell}, && (15)
\end{aligned}$$

para $i \in I$. En (13), el símbolo $PIB_{i,t}$ se refiere al producto interno bruto en el i-ésimo país al tiempo t, mientras que el símbolo $IPC_{i,t}$ en (14) denota el índice de precios al consumidor en el i-ésimo país al tiempo t. Finalmente, el símbolo $MI_{i,t}$ en (15) se refiere al número de inmigrantes internacionales viviendo en el i-ésimo país al tiempo t. Los valores de $\gamma_{i,x}$, $\tau_{i,x}$ y $\rho_{i,x}$ deben interpretarse como la sensibilidad de $\ln\left(m_{i,x,t}\right)$ a las variaciones en $G_{i,t}$, $c_{i,t}$ y $M_{i,t}$, respectivamente.

Completamos el modelo (2) con las condiciones de identificabilidad expresadas a continuación:

$$\begin{aligned}
\sum_{x=0}^{\omega} B_x &= 1, && (16)\\
\sum_{x=0}^{\omega} b_{i,x} &= 1 \text{ para } i \in I, && (17)\\
\sum_{x=0}^{\omega} a_{i,x} &= 0 \text{ para } i \in I. && (18)
\end{aligned}$$

Observación 2.1. **(i)** *La condición de identificabilidad* (18) *marca una diferencia fundamental entre el modelo original de Li y Lee (2005) (como una extensión del método original de Lee y Carter (1992)) para considerar varias poblaciones, y nuestro enfoque. En efecto, en el modelo clásico, en vez de tener* (18)*, los autores proponen* $\sum_{t=0}^{T} k_{i,t} = 0$ *para* $i \in I$*, y aproximan* $k_{i,t}$ *para cada valor de* $t = 0, ..., T$ *usando un método de descomposición en valores singulares. Sin embargo, esta especificación ha conducido a algunas malas interpretaciones del modelo (recomendamos la lectura del trabajo de Liu* et al. *(2019) para ver cuáles son éstas). En este artículo, seguimos la propuesta de implementación de Liu* et al. *(2019) y ajustamos los coeficientes* $a_{i,x}$ *y* $b_{i,x}$ *usando la técnica de mínimos cuadrados. Para los demás coeficientes, tomamos prestada la técnica descrita por Ma y Boonen (2024). Por otro lado, las restricciones de normalización* (3)-(10) *están basadas en el primer Teorema de Niu y Melenberg*



(2014). Sin estas restricciones, los parámetros del modelo no quedan plenamente identificados.

(ii) *Las definiciones* (11)-(12) *no corresponden exactamente a las usadas en las investigaciones demográficas tradicionales. En esas referencias, los ruidos blancos que afectan a las caminatas K_t y $k_{i,t}$ corresponden al t-ésimo período, y no al anterior (vea, por ejemplo los trabajos de Garrido et al. (2024); Li y Lee (2005)). El motivo por el que preferimos estas especificaciones es ajustarnos a la metodología usual empleada en la literatura correspondiente al control estocástico, más concretamente, a la resolución de problemas de control estocástico con sistemas lineales (vea, por ejemplo, la Sección 3.5 del libro de Hernández-Lerma y Lasserre (1996)).*

(iii) *En* (2)*, el principal contraste con el modelo de Lee y Carter (vea los artículos de Lee y Carter (1992); Liu et al. (2019)) y con el modelo aumentado de Li y Lee (2005), es que nosotros seguimos el enfoque de Ma y Boonen (2024) y consideramos a $G_{i,t}$, $c_{i,t}$ y $M_{i,t}$ como factores de riesgo que impulsan la tendencia a largo plazo en la dinámica de la mortalidad en lugar de los factores latentes K_t y $k_{i,t}$.*

(iv) *A diferencia del modelo propuesto por García-Guerrero (2015) para pronosticar migración, el coeficiente $M_{i,t}$* no *tiene por objetivo estimar el número de migrantes que recibirá el i-ésimo país en el bloque de referencia, sino medir el impacto de la migración en la mortalidad de ese país. En la fase de proyección, incorporamos el pronóstico correspondiente usando un modelo similar al presentado por Garrido et al. (2024). La observación 4.3 abunda en este tema.*

2.2. El grupo de países en vías de desarrollo

Sea J el conjunto de índices de los países en vías de desarrollo[3]. El sistema que usamos para medir la mortalidad en el j-ésimo país en vías de desarrollo es una modificación del modelo de Garrido, Shang y Xu (vea Garrido *et al.* (2024)) para reflejar los choques en la mortalidad debidos al producto interno bruto, el índice de precios al consumidor y la migración:

$$\begin{aligned}\ln\left(m^j_{x,t}\right) =& a^j_x + b^j_x k^j_t + \gamma^j_x G^j_t \\ &+ \tau^j_x c^j_t + \rho^j_x M^j_t + \varepsilon^j_{x,t},\end{aligned} \tag{19}$$

con $\mathbb{E}\left(\varepsilon^j_{x,t}\right) = 0$, $\mathbf{var}\left(\varepsilon^j_{x,t}\right) < \infty$, donde, al igual que en (2), tenemos las restricciones siguientes

$$(k^j_0, ..., k^j_T) \neq \mathbf{0}, \tag{20}$$

$$\mathbf{cov}(k^j_t, G^t_t) = 0, \tag{21}$$

$$\mathbf{cov}(k^j_t, c^j_t) = 0, \tag{22}$$

$$\mathbf{cov}(k^j_t, M^j_t) = 0. \tag{23}$$

Asimismo, a^j_x es el nivel promedio de la mortalidad en el j-ésimo país a edad x cuando todas las variables predictoras son nulas, b^j_x mide el efecto de la edad sobre la mortalidad para el j-ésimo país, k^j_t es el nivel general de mortalidad en el t-ésimo período para el j-ésimo país, y, siguiendo los desarrollos en Liu *et al.* (2019), es modelada a través de la caminata aleatoria

$$k^j_t = d^j_0 + \phi^j k^j_{t-1} + \delta^j_{t-1}, \tag{24}$$

para $t = 1, 2, ..., T$, donde d^j_0 y ϕ^j son, respectivamente, un coeficiente de deriva y una pendiente *constantes* para el j-ésimo país en vías de desarrollo, y δ^j_{t-1} es un ruido con media nula y varianza finita para $j \in J$. Finalmente, así como en (13)-(15), los coeficientes G^t_t, c^j_t y M^j_t están definidos de la manera siguiente:

$$G^j_t := \ln PIB^j_t - \frac{1}{T+1}\sum_{\ell=0}^{T} \ln PIB^j_\ell, \tag{25}$$

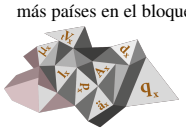
$$c^j_t := \ln IPC^j_t - \frac{1}{T+1}\sum_{\ell=0}^{T} \ln IPC^j_\ell, \tag{26}$$

$$M^j_t := \ln MI^j_t - \frac{1}{T+1}\sum_{\ell=0}^{T} \ln MI^j_\ell, \tag{27}$$

para $j \in J$. En (25), el símbolo PIB^j_t se refiere al producto interno bruto en el j-ésimo país al tiempo t, mientras que el símbolo IPC^j_t en (26) denota el índice de precios al consumidor en el j-ésimo país al tiempo t. Finalmente, el símbolo MI^j_t en (27) se refiere al número de inmigrantes internacionales en el j-ésimo país al tiempo t. Los valores de γ^j_x, τ^j_x y ρ^j_x deben interpretarse como la sensibilidad de $\ln\left(m^j_{x,t}\right)$ a las variaciones en G^j_t, c^j_t y M^j_t, respectivamente.

Observación 2.2. **(i)** *Además de las evidentes incorporaciones de los índices relacionados con el producto interno bruto, el índice de precios al consumidor y la migración, la diferencia más importante entre el modelo* (19)-(27)*, y el original propuesto por Li y Lee (2005) es que en*

[3] Pese a que en la ilustración que proponemos en la Sección 4, el conjunto J tiene sólo un elemento, esto no limita la aplicabilidad del modelo a un caso con más países en el bloque de países en vías de desarrollo.



aquel trabajo, el parámetro b_x^j depende del tiempo. En nuestro caso, este coeficiente es estacionario. Sin embargo, alcanzamos la rotación a través de los demás términos de la regresión, durante los años del ajuste de las tasas centrales de mortalidad; y gracias al algoritmo de iteración de políticas que explicaremos en breve, durante los años de la proyección (vea la observación 4.3).

(ii) *Al igual que en la observación 2.1(ii), hacemos notar que otra diferencia importante entre la expresión (24) y el modelo presentado en los artículos de Garrido et al. (2024); Li y Lee (2005) es que el coeficiente de deriva d_0^j exhibe una dependencia explícita de un ruido blanco que se genera en el período inmediatamente anterior al actual. Más aún, en nuestro estudio, este coeficiente de deriva* no *depende del tiempo, sino que nos ajustamos a la descripción de Liu et al. (2019); Ma y Boonen (2024). Estas distinciones serán cruciales para implementar el esquema de control estocástico referido en la Sección 3.*

(iii) *Otra diferencia más es que aquí, como en los artículos de Liu et al. (2019); Ma y Boonen (2024), requerimos condiciones de identificabilidad análogas a (17)-(18). Esto es, para $j \in J$:*

$$\sum_{x=0}^{\omega} b_x^j = 1, \tag{28}$$

$$\sum_{x=0}^{\omega} a_x^j = 0. \tag{29}$$

3. UN ESQUEMA DE CONTROL ÓPTIMO

Las expresiones (11)-(12) y (24) nos sugieren que los modelos de mortalidad para los países desarrollados (2) y en vías de desarrollo (19) tienen una dependencia de sus valores de un paso hacia atrás en el tiempo. Esto implica que el problema de pronosticar mortalidades para los miembros del bloque de países en vías de desarrollo que converjan a las de los países del bloque de referencia en un horizonte finito *posterior* al de calibración de las tasas centrales de mortalidad (2) y (19) es equivalente a implementar un esquema de control estocástico.

3.1. El sistema estocástico

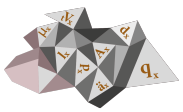
Grosso modo, la técnica que implementaremos para pronosticar la mortalidad después de la fase de estimación establece un índice de rendimiento con el fin de encontrar sendas sucesiones óptimas de tasas centrales de mortalidad para cada uno de los miembros del bloque de países en vías de desarrollo que converjan eventualmente al patrón de mortalidad del grupo de países desarrollados. Para este efecto, recurrimos a (24) y definimos el sistema dinámico lineal de $\omega + 2$ dimensiones:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \mathbf{b}_{t+1}^j \\ k_{t+1}^j \end{pmatrix} &:= \begin{pmatrix} b_{0,t+1}^j \\ b_{1,t+1} \\ \vdots \\ b_{\omega,t+1}^j \\ k_{t+1}^j \end{pmatrix} \\
&= (1-u_t^j) \begin{pmatrix} b_{0,t}^j \\ b_{1,t+1} \\ \vdots \\ b_{\omega,t}^j \\ d_0^j \end{pmatrix} + u_t^j \begin{pmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_\omega \\ d_0 \end{pmatrix} \\
&\quad + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \phi^j k_t^j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \delta_t^j \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} b_{0,t}^j \\ b_{1,t}^j \\ \vdots \\ b_{\omega,t}^j \\ \phi^j k_t^j \end{pmatrix} + u_t^j \begin{pmatrix} B_0 - b_{0,t}^j \\ B_1 - b_{1,t}^j \\ \vdots \\ B_\omega - b_{\omega,t}^j \\ d_0 - d_0^j \end{pmatrix} \\
&\quad + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ d_0^j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \delta_t^j \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{31}$$

$$=: \begin{pmatrix} \mathbf{b}_t^j \\ \phi^j k_t^j \end{pmatrix} + u_t \begin{pmatrix} \mathbf{B} - \mathbf{b}_t^j \\ d_0 - d_0^j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ d_0^j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \delta_t^j \end{pmatrix},$$

donde $u_t^j \in [0,1]$ es un *control* escalar que mide el aporte de la proyección de la mortalidad para el bloque de los países



desarrollados a la de los países en vías de desarrollo para $j \in J$, $t = T, T+1, ..., \Theta$, y para $x = 0, 1, ...\omega$, el coeficiente $b^j_{x,t+1}$ es como en (19); y los valores k^j_{t+1}, d^j_0, ϕ^j y δ^j_t son como en (24).

3.2. El índice de rendimiento

Las tasas centrales de mortalidad (2) y (19) están íntimamente ligadas al resto de las funciones biométricas comunes en el cálculo actuarial. En efecto, si $m_{x,t}$ es una tasa central de mortalidad, y las defunciones se distribuyen uniformemente en el año, la expresión (A1.15) en el libro de Iyer (1999) nos da que la probabilidad de que una persona de edad x fallezca en el t-ésimo año de la proyección es:

$$q_{x,t} := \frac{2\hat{m}_{x,t}}{2 + \hat{m}_{x,t}} \text{ para } x = 0, 1, ..., \omega, \text{ y } t = 0, 1, ..., \quad (32)$$

donde $\hat{m}_{x,t}$ corresponde a la estimación resultante de calcular la esperanza de (2) y (19)[4]. Esto es, al calcular:

$$\begin{aligned} \ln\left(\hat{m}_{x,i,t}\right) &:= \mathbb{E}\left[\ln\left(m_{x,i,t}\right)\right], \text{ y} \\ \ln\left(\hat{m}^j_{x,t}\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ \phi^j k^j_t\end{pmatrix}\right) &:= \mathbb{E}\left[\ln\left(m^j_{x,t}\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ \phi^j k^j_t\end{pmatrix}\right)\right], \end{aligned}$$

y resolver para $\hat{m}_{x,i,t}$ y $\hat{m}^j_{x,t}\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ \phi^j k^j_t\end{pmatrix}$, obtenemos expresiones que no dependen de los ruidos blancos $\xi_{i,x,t}, \epsilon_t, \epsilon_{i,t}, \varepsilon^j_{x,t}$ y δ^j_t para $i \in I, j \in J, x = 0, 1, ..., \omega$ y $t = 0, 1, ...$, pues (por definición) sus valores esperados son nulos, y las condiciones (5)-(10) y (21)-(23) rigen. Asimismo, definimos la probabilidad de que una persona que cuenta con x años de edad en el t-ésimo período sobreviva por un año más como

$$p_{x,t} := \frac{2 - \hat{m}_{x,t}}{2 + \hat{m}_{x,t}} \text{ para } x = 0, 1, ..., \omega, \text{ y } t = 0, 1, ... \quad (33)$$

Utilizando esta relación, aprovechamos la tabla 3.5.1 en el libro de Bowers *et al.* (1997), y definimos recursivamente la esperanza del tiempo futuro de vida de una persona que cuenta con una edad de x en el t-ésimo período como

$$\begin{aligned} \mathrm{e}_{x,t} &:= p_{x,t} + p_{x,t}\mathrm{e}_{x+1,t} \\ &= \frac{2 + \hat{m}_{x,t}}{2 + \hat{m}_{x,t}} + \frac{2 + \hat{m}_{x,t}}{2 + \hat{m}_{x,t}}\mathrm{e}_{x+1,t}, \end{aligned} \quad (34)$$

con $\mathrm{e}_{\omega,t} = 0$ para $t = 0, 1, ...$ Finalmente estamos en condiciones de establecer nuestro índice de rendimiento. Considere (34) y para $j \in J$, y cada $t = 0, 1, ...$, defina $\mathrm{e}^\beta_t := \mathrm{e}^\beta_{0,t}$, y $\mathrm{e}^j_t\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ \phi^j k^j_t\end{pmatrix} := \mathrm{e}^j_{0,t}\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ \phi^j k^j_t\end{pmatrix}$ como la esperanza de vida al nacimiento en el bloque de referencia, y la esperanza de vida al nacimiento en el j-ésimo miembro del bloque de países en vías de desarrollo, respectivamente. Nuestro índice de rendimiento queda dado por:

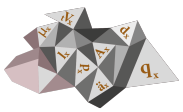
$$\begin{aligned} V_{j,T}\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ k^j\end{pmatrix} := \min_{u\in[0,1]}\Bigg[&\left(\mathrm{e}^\beta_T - \mathrm{e}^j_T\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ k^j\end{pmatrix}\right)^2 \\ &+ V_{j,T+1}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j \\ k^j\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}\mathbf{B} - \mathbf{b}^j \\ d_0 - d^j\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\mathbf{0} \\ d^j\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\mathbf{0} \\ \delta^j\end{pmatrix}\right)\Bigg], \end{aligned} \quad (35)$$

con $V_{j,\Theta} = \eta$, donde η es una constante definida por el usuario del modelo. Naturalmente, estamos interesados en aislar un algoritmo que encuentre, para cada $j \in J$, una sucesión de pesos $(u^{j*}_t : t = T, T+1, ..., \Theta)$ que haga cierta la igualdad (35), sujeta al sistema dinámico (31), y, sobre todo, la correspondiente sucesión de tasas centrales de mortalidad. Si tal sucesión de pesos existe, la llamaremos *política óptima de pesos*, pues efectivamente, el teorema 3.2.1 en el libro de Hernández-Lerma y Lasserre (1996) garantiza que éste es el caso. La subsección siguiente presenta el algoritmo que emplearemos para cumplir el primer cometido.

Observación 3.1. **(i)** *A pesar de que todas las funciones que hemos presentado en esta Sección son típicas en el cálculo actuarial elemental, hemos optado por recargar la notación en algunos casos para enfatizar la dependencia de esas funciones del sistema (31), así como la naturaleza recursiva del índice de rendimiento (35).*

(ii) *El sistema lineal (30) es análogo a las compuertas que controlan los pesos en la implementación de algunas redes neuronales recurrentes (vea, por ejemplo, el artículo de Garrido et al. (2024)). Mas en nuestros desarrollos, la obtención de la sucesión de pesos óptimos $(u^{j*}_t : t = T, T+1, ..., \Theta)$ a través del tiempo resulta del algoritmo de iteración de políticas descrito en la subsección siguiente. Por otro lado, las condiciones de identificación (16) y (28) y el hecho de que $u_t \in [0, 1]$ para cada $t = T, T+1, ..., \Theta$ garantizan que el sistema (30) sigue siendo válido para pronosticar las tasas centrales de mortalidad. En efecto, como (30) define una combinación convexa de $\mathbf{b}$ y $\mathbf{B}$, que son vectores unitarios, es inmediato ver que la resultante hereda esta propiedad.*

[4] Note que (32) es válida para los dos modelos presentados en la Sección 2. Lo mismo ocurre con las funciones biométricas definidas en (33) y (34).



(iii) *De acuerdo a Vaupel y Schnabel (2004), un estadístico más robusto que la esperanza de vida al nacimiento es la* desigualdad en la duración de la vida*, que puede interpretarse como el promedio del número de años perdidos al nacimiento y tiene la característica de detectar variaciones distribucionales invisibles para la esperanza del tiempo futuro de vida al nacimiento* (34) *(vea el artículo de Aburto* et al. *(2020)). Sin embargo, optamos por la esperanza de vida al nacimiento para simplificar los cálculos.*

3.3. El algoritmo de iteración de políticas

Para dar con la política óptima de pesos $(u_t^{j*} : t = T, T+1, ..., \Theta)$ que minimice (35) sujeto a (31), recurrimos al algoritmo clásico de Howard (vea (Howard 1960, Chapter 4) y, por ejemplo, p.110 en Hernández-Lerma *et al.* (2023)), que es una implementación del principio de programación dinámica, propio de la investigación de operaciones (vea p.18 en Bertsekas (2005)). Es conveniente hacer $\mathbf{u} := (u_1, ..., u_\Theta) \in [0,1]^\Theta$, y definir recursivamente

$$V_{j,T}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}, \mathbf{u}\right) := \left(\mathrm{e}_T^\beta \begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix} - \mathrm{e}_T^j \begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}\right)^2$$

$$+V_{j,T+1}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix} + u_1 \begin{pmatrix}\mathbf{B}-\mathbf{b}^j\\ d_0 - d^j\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ d^j\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \delta^j\end{pmatrix}\right)$$

con $V_{j,\Theta} = \eta$. A continuación presentamos la técnica adaptada al contexto de nuestro interés.

El algoritmo de iteración de políticas.

Paso 1. (Paso inicial.) Hacer $n = 1$ y seleccionar una política arbitraria $\mathbf{u}_n := (u_{1,n}, ..., u_{\Theta,n}) \in [0,1]^\Theta$ de tal suerte que $V_{j,T}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}, \mathbf{u}_n\right)$ tenga valor finito.

Paso 2. (Mejoramiento de la política.) Dada la política $\mathbf{u}_n \in [0,1]^\Theta$, calcular el valor del índice de rendimiento $V_{j,T}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}, \mathbf{u}_n\right)$ y encontrar una política $\mathbf{u}_{n+1} \in [0,1]^\Theta$ tal que

$$V_{j,T}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}, \mathbf{u}_{n+1}\right) \leq V_{j,T}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}, \mathbf{u}_n\right)$$

para toda $\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{\omega+2}$.

Paso 3. (Revisión de optimalidad.) ¿Resultó que $V_{j,T}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}, \mathbf{u}_{n+1}\right) = V_{j,T}\left(\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix}, \mathbf{u}_n\right)$ para toda $\begin{pmatrix}\mathbf{b}^j\\ k^j\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{\omega+2}$? Si la respuesta es "sí", entonces detener el algoritmo de iteración de políticas y regresar la política $\mathbf{u}^* := \mathbf{u}_{n+1}$. Si la respuesta es "no", entonces regresar al Paso 2 y reemplazar n con $n+1$.

4. MÉXICO Y EL MUNDO

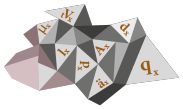
Dedicamos esta Sección a dos propósitos. Nuestra primera meta es estimar la mortalidad con el modelo demográfico modificado de Li y Lee para el bloque de referencia de países desarrollados (Estados Unidos de Norteamérica, Francia y Dinamarca) a través de (2), y para un bloque de países objetivo en vías de desarrollo: México, usando (19). Nuestro segundo cometido es utilizar el algoritmo de iteración de políticas para generar una proyección de la tasa central de mortalidad Mexicana en un horizonte de cuarenta años.

Observación 4.1. *Es importante comentar que, aunque el horizonte de la proyección de la mortalidad es arbitrario, es posible cambiarlo para establecer escenarios convenientes a los intereses de quien modela. Por ejemplo, horizontes de recuperación del evento disruptivo que la crisis sanitaria por COVID-19 representó para el planeta. Efectivamente, a pesar de que las cifras oficiales del Gobierno de México establecen que la curva de tasas centrales de mortalidad previa a la pandemia ya se ha recuperado (vea de nuevo la figura 2, y observe las curvas de las tasas Mexicanas), los especialistas en demografía argumentan que, en un escenario optimista, la curva de tasas mortalidad recuperará su forma previa a una catástrofe de la maginitud que vivimos sólo tras diez años de finalizado el evento catastrófico.*

De hecho, Ghosh et al. *(2022) y Lledó* et al. *(2023) coinciden en que un escenario conservador es que la curva de tasas centrales de mortalidad se recupere veinte años después de finalizado un evento catastrófico. Más aún, estos mismos especialistas refieren que un escenario pesimista es que la curva de mortalidad previa a la catástrofe tarde treinta años o más para regresar a los niveles que mostraba antes de la tragedia.*

4.1. Estimación estocástica de la mortalidad Mexicana empleando indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación

El objetivo de esta subsección es calibrar los modelos multipoblacionales que hemos propuesto para, en la siguiente,



implementar la técnica de control estocástico referida en la Sección 3, y así reflejar la reducción de la brecha de la que hablan los estudios Vaupel y Schnabel (2004); White (2002); Wilmoth (1998). Las Figuras 1 y 2 muestran comparativas entre las mortalidades de los países de nuestro interés en el período crítico 2019-2023, mientras que la Figura 4 presenta la brecha que existía entre la mortalidad Mexicana, y la agregada del grupo de referencia conformado por Dinamarca, Estados Unidos de Norteamérica y Francia en el período 2014-2018.

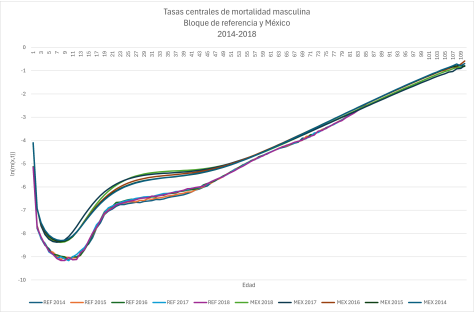


Figura 4 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para el período 2014-2019 en México y en el bloque de referencia. Elaboración propia con datos de Consejo Nacional de Población (2023); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025b,c); StatBank Denmark (2025b,c); United States Census Bureau (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

Hemos usado datos de Consejo Nacional de Población (2023), Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025b,c), StatBank Denmark (2025b,c) y United States Census Bureau (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025) para calcular las tasas centrales de mortalidad en México, Francia, Dinamarca, y los Estados Unidos de Norteamérica, respectivamente. En específico, la exposición al riesgo y el número de decesos entre 1999 y 2024. Obtuvimos los índices de precios de consumo en México, Francia, Dinamarca y los Estados Unidos de Norteamérica de Banco de México (2025), Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025a), StatBank Denmark (2025a), y U.S. Bureau of Labor Statistics (2025), respectivamente. Los datos de inmigrantes internacionales habitando en los países de nuestro interés, y las cifras de los productos interiores brutos en dólares a precios constantes de 2015 para todos los países fueron obtenidos de Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024) y The World Bank Group (2025), respectivamente.

Para calibrar (2) y así estimar la mortalidad de los países del bloque de referencia, empleamos una combinación entre los métodos mostrados en Garrido *et al.* (2024); Li y Lee (2005) y Ma y Boonen (2024) para incorporar varias poblaciones y distintos factores de choque en el estudio. Asimismo, contemplamos las condiciones de identificabilidad (16)-(18) propuestas en Liu *et al.* (2019). A continuación mostramos el algoritmo que ajusta la mortalidad del i-ésimo país en el t-ésimo período, para $i \in I$.

El algoritmo de ajuste de (2).

Paso 1. Sumando, por un lado, las defunciones por año en cada país del bloque de referencia; y por otro, el número de personas expuestas en cada país del bloque de referencia en el t-ésimo año, construir una tabla consolidada de defunciones contra exposición al riesgo para todos los países del bloque de referencia.

Paso 2. Calcular las tasas centrales de mortalidad según (1) para cada año en la proyección y cada edad en el conjunto de datos del bloque de referencia, y evaluar sus logaritmos.

Paso 3. Obtener los logaritmos del producto interno bruto combinado, del índice consolidado de precios de consumo y del número agregado de inmigrantes internacionales habitando en el bloque de referencia.

Paso 4. Para cada $t = 0, 1, ..., T$, hallar G_t, c_t, y M_t de acuerdo con (25), (26) y (27), respectivamente.

Paso 5. Para cada $x = 0, 1, ..., \omega$, utilizar G_t, c_t y M_t como regresores de $\ln(m_{x,t})$ y así obtener γ_x, τ_x y ρ_x mediante el proceso de mínimos cuadrados ordinarios (vea, por ejemplo (Ramachandran y Tsokos 2009, Chapter 8.6)).

Paso 6. Para cada $t = 0, 1, ..., T$, hacer

$$K_t = \sum_{x=0}^{\omega} \left[\ln(m_{x,t}) - \gamma_x G_t - \tau_x c_t - \rho_x M_t\right]. \quad (36)$$

Paso 7. Para cada $x = 0, 1, ..., \omega$, utilizar K_t como regresor de $\ln(m_{x,t}) - \gamma_x G_t - \tau_x c_t - \rho_x M_t$ y así obtener B_x y la ordenada al origen a_x mediante el proceso de mínimos cuadrados ordinarios (vea, por ejemplo (Ramachandran y Tsokos 2009, Chapter 8.2)).

Paso 8. Para cada $i \in I$, Para cada $t = 0, 1, ..., T$, hallar $G_{i,t}$, $c_{i,t}$, y $M_{i,t}$ de acuerdo con (13), (14) y (15), respectivamente.

Paso 9. Para cada $x = 0, 1, ..., \omega$, utilizar $G_{i,t}$, $c_{i,t}$, y $M_{i,t}$ como regresores de $\ln(m_{x,t}) - BxK_t$ y así obtener $\gamma_{i,x}$, $\tau_{i,x}$ y $\rho_{i,x}$ mediante el proceso de mínimos cuadrados ordinarios. Aquí, K_t está dada por (36), y B_x fue hallada en el paso 7.

Paso 10. Para cada $t = 0, 1, ..., T$, hacer

$$k_{i,t} = \sum_{x=0}^{\omega} \Big[\ln(m_{x,t}) - \gamma_x G_t - \tau_x c_t - \rho_x M_t - BxK_t\Big]. \quad (37)$$

Paso 11. Para cada $x = 0, 1, ..., \omega$, utilizar $k_{i,t}$ como regresor de $\ln(m_{x,t}) - \gamma_x G_t - \tau_x c_t - \rho_x M_t - B_x K_t$ y así obtener $b_{i,x}$ y la ordenada al origen $a_{i,x}$ mediante el proceso de mínimos cuadrados ordinarios.

La figura 5 muestra el ajuste de (19) al logaritmo de las tasas centrales de mortalidad (1) en México para el período comprendido entre los años 2018 y 2024. Observe que hubo un alza muy importante de 2018 a 2019, y que, para 2024 los niveles mostrados por la curva de 2018 aún no se han alcanzado de nuevo. Esto se debe, innegablemente al efecto de la crisis sanitaria por COVID-19.

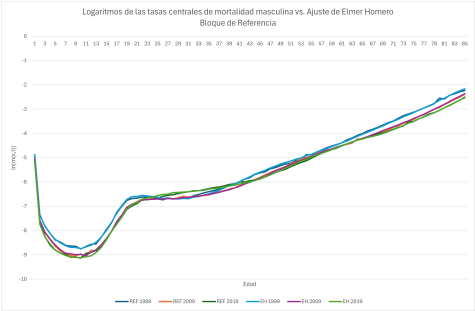


Figura 5 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para los años 1999, 2009 y 2019 en el bloque de referencia *vs.* Ajuste del método modificado de Li-Lee para considerar indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación (pasos 1-7 del algoritmo para ajustar (2)). Elaboración propia con datos de Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025a,b,c); StatBank Denmark (2025a,b,c); The World Bank Group (2025); United States Census Bureau (2025); U.S. Bureau of Labor Statistics (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

La figura 6 (resp., 7) ilustra el ajuste de las tasas centrales de mortalidad de Francia (resp., Estados Unidos de Norteamérica) por el método modificado de Li y Lee para considerar varias poblaciones para tres años representativos.

Para calibrar (19), seguimos el enfoque de Ma y Boonen (2024) con las condiciones de identificabilidad (28)-(29) propuestas en Liu *et al.* (2019), incluyendo la variable del número de inmigrantes internacionales en el j-ésimo país en el t-ésimo período. Con el afán de lograr la plenitud de nuestro trabajo en sí mismo, presentamos aquí el algoritmo para el j-ésimo país (con $j \in J$).

El algoritmo de ajuste de (19).

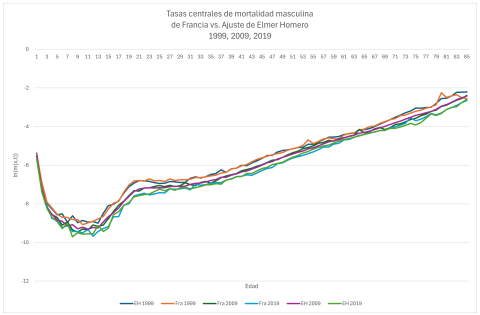


Figura 6 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para los años 1999, 2009 y 2019 en Francia *vs.* Ajuste del método modificado de Li-Lee para considerar indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación. Elaboración propia con datos de Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025a,b,c); StatBank Denmark (2025a,b,c); The World Bank Group (2025); United States Census Bureau (2025); U.S. Bureau of Labor Statistics (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

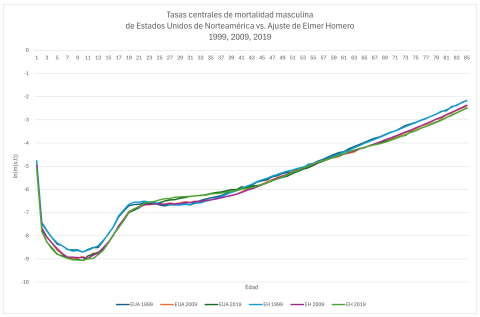
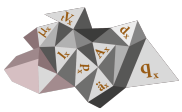


Figura 7 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para los años 1999, 2009 y 2019 en Estados Unidos *vs.* Ajuste del método modificado de Li-Lee para considerar indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación. Elaboración propia con datos de Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025a,b,c); StatBank Denmark (2025a,b,c); The World Bank Group (2025); United States Census Bureau (2025); U.S. Bureau of Labor Statistics (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

Paso 1. Calcular las tasas centrales de mortalidad según (1) para cada año en la proyección y cada edad en el conjunto de



datos del j-ésimo país, y evaluar sus logaritmos.

Paso 2. Obtener los logaritmos del producto interno bruto, del índice de precios de consumo y del número de inmigrantes internacionales habitando en el j-ésimo país.

Paso 3. Para cada $t = 0, 1, ..., T$, hallar G_t^j, c_t^j, y M_t^j de acuerdo con (25), (26) y (27), respectivamente.

Paso 4. Para cada $x = 0, 1, ..., \omega$, utilizar G_t^j, c_t^j y M_t^j como regresores de $\ln\left(m_{x,t}^j\right)$ y así obtener γ_x, τ_x y ρ_x mediante el proceso de mínimos cuadrados ordinarios.

Paso 5. Para cada $t = 0, 1, ..., T$, hacer

$$k_t^j = \sum_{x=0}^{\omega} \Big[\ln\left(m_{x,t}^j\right) - \gamma_x^j G_t^j - \tau_x^j c_t^j - \rho_x^j M_t^j\Big]. \tag{38}$$

Paso 6. Para cada $x = 0, 1, ..., \omega$, utilizar k_t^j como regresor de $\ln\left(m_{x,t}^j\right) - \gamma_x^j G_t^j - \tau_x^j c_t^j - \rho_x^j M_t^j$ y así obtener b_x^j y la ordenada al origen a_x^j mediante el proceso de mínimos cuadrados ordinarios.

La Figura 8 muestra el ajuste de (19) al logaritmo de las tasas centrales de mortalidad (1) en México para el período comprendido entre los años 2018 y 2024. Observe que hubo un alza muy importante de 2018 a 2019, y que, para 2024, los niveles mostrados por la curva de 2018 aún no se han alcanzado de nuevo. Esto se debe, innegablemente, al efecto de la crisis sanitaria por la COVID-19.

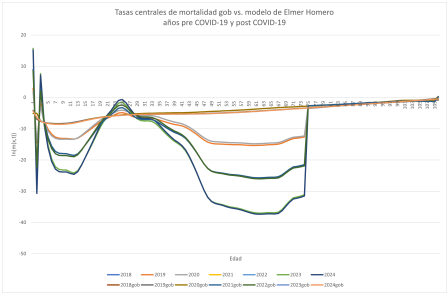
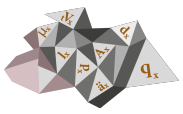


Figura 8 Logaritmos de las tasas centrales de mortalidad masculina para los años 2018-2024 en México *vs.* Ajuste del método modificado de Li-Lee para considerar indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación. Elaboración propia con datos de Banco de México (2025); Consejo Nacional de Población (2023); Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024); The World Bank Group (2025).



Observación 4.2. **(i)** *Note que el paso 7 del algoritmo de ajuste de (2), así como el paso 6 del algoritmo de ajuste de (19) nos entregan coeficientes que sasitacen (16)-(18) y (28)-(29), respectivamente.*

(ii) *Observe que el algoritmo de ajuste de (19) es una versión reducida del algoritmo de ajuste de (2). O sea que los pasos del método para estimar (19) son los pasos 2-7 de la técnica que usamos para ajustar (2). Esto se debe a que (19) tiene un parámetro menos que (2).*

(iii) *Existe una aparente discrepancia entre la definición de las caminatas aleatorias (11)-(12) y (24), y los cálculos mostrados en (36)-(37) y (38), respectivamente. Sin embargo, los cálculos (36)-(37) (resp., (38)) son consecuencia de la ortogonalidad de K_t y $k_{i,t}$ (resp., k_t^j) con los coeficientes $G_{i,t}$, $c_{i,t}$ y $M_{i,t}$ (resp., G_t^j, c_t^j y M_t^j), referida en (6)-(10) (resp., (21)-(23)), y a las condiciones de identificabilidad (16)-(18) (resp., (28)-(29)). Más aún, la verificación de estas condiciones es una manera de comprobar la correcta implementación del modelo. Invitamos al lector interesado a revisar los textos de Li y Lee (2005), y Ma y Boonen (2024) para ver más detalles.*

4.2. Proyección estocástica de la mortalidad Mexicana empleando indicadores demográficos y económicos incidentes en la gentrificación

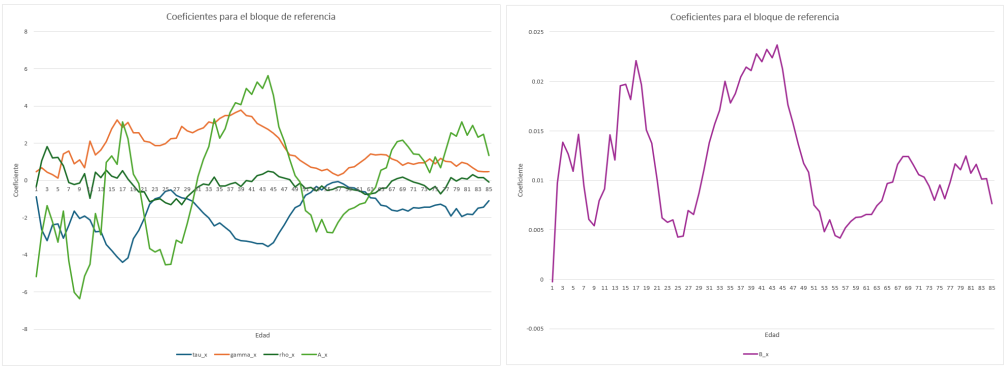
El cometido de esta subsección es implementar el algoritmo de iteración de políticas para que la curva de mortalidad de México sea tal que su esperanza de vida al nacimiento se acerque a la del bloque de referencia en un horizonte determinado. Con esto en mente, exhibimos las expresiones resultantes de los algoritmos para ajustar (2) y (19) en el año 2023[5] para estimar las tasas centrales de mortalidad en el bloque de referencia y en México:

$$\ln\left(m_x^{\beta}\right) = a_x^{\beta} - 474.811 B_x + 0.2454\gamma^{\beta} + 0.2701\tau_x^{\beta} + 0.1718\rho_x^{\beta} + \xi_x^{\beta}, \tag{39}$$

$$\ln\left(m_x^{mex}\right) = a_x^{mex} - 465.3994 b_x^{mex} + 0.6116\gamma^{mex} + 0.8570\tau_x^{mex} + 0.5571\rho_x^{mex} + \varepsilon_x^{mex}, \tag{40}$$

donde ξ_x^{β} es una suma de ruidos blancos, ε^{mex} es un ruido blanco, y las funciones $a_x^{\beta}, B_x, \gamma_x^{\beta}, \tau_x^{\beta}$ y ρ_x^{β}; y $a_x^{mex}, b_x^{mex}, \gamma_x^{mex}, \tau_x^{mex}$ y ρ_x^{mex} están graficadas en las Figuras 9 y 10.

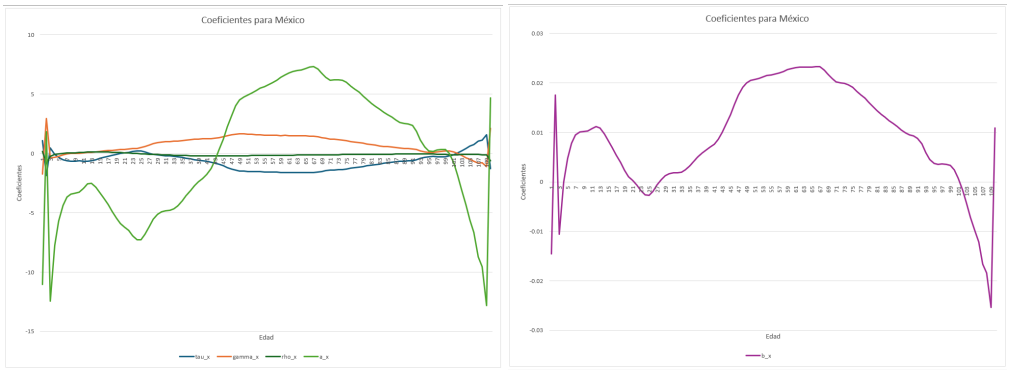
[5] Hacemos la proyección a partir de 2023, en vez de 2024 debido a que no encontramos estadísticos biométricos de Francia para este último año en Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025b,c).



(a) Nivel promedio de la mortalidad en el bloque de referencia a edad x cuando todas las variables predictoras son nulas y coeficientes de la regresión (39) correspondientes a los indicadores incidentes en la gentrificación.

(b) Efecto común de la edad en la mortalidad en el bloque de referencia.

Figura 9 Coeficientes de (39). Elaboración propia con información de Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025a,b,c); StatBank Denmark (2025a,b,c); The World Bank Group (2025); United States Census Bureau (2025); U.S. Bureau of Labor Statistics (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).



(a) Nivel promedio de la mortalidad en México a edad x cuando todas las variables predictoras son nulas y coeficientes de la regresión (40) correspondientes a los indicadores incidentes en la gentrificación.

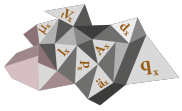
(b) Efecto común de la edad en la mortalidad en México.

Figura 10 Coeficientes de (40). Elaboración propia con información de Consejo Nacional de Población (2023); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025b,c); StatBank Denmark (2025c,b); United States Census Bureau (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

El sistema estocástico lineal (31) en nuestro caso es

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_{t+1}^{mex} \\ k_{t+1}^{mex} \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} \mathbf{b}_t^{mex} \\ \phi^{mex} k_t^{mex} \end{pmatrix} + u_t \begin{pmatrix} \mathbf{B}^{\beta} - \mathbf{b}^{mex} \\ d_0 - d_0^{mex} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ d_0^{mex} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \delta_t^{mex} \end{pmatrix},$$

donde, de acuerdo a (11) y (24), $d_0 := 0.606983386$ y $d_0^{mex} := -110$, respectivamente (esto es, la primera diferencia hacia adelante en (11) y (24) para el año 2022), $\phi^{mex} = 0.7833$ y $\mathbf{B}^{\beta}$ y $\mathbf{b}^{mex}$ son las funciones en las figuras 9b y 10b, respec-



tivamente[6].

Observación 4.3. **(i)** *Gracias al orden que tienen los cálculos de* $\mathbf{b}$ *y* $\mathbf{B}$ *en los algoritmos para ajustar* (2) *y* (19)*, es evidente que ambos dependen de los factores que inciden en la gentrificación. Esto también es verdad para la función* k_t^{mex}*. Por esta razón, consideramos que la evolución de* (40) *está dada por:*

$$\ln\left(m_{x,t}^{mex}\right) = a_x^{mex} + k_t b_{x,t}^{mex} + \varepsilon_{x,t}^{mex} \qquad (41)$$

para $t = T+1, ..., \Theta$.

(ii) *Note asimismo que una consecuencia de considerar los factores ligados a la gentrificación dentro de la función* $b_{x,t}^{mex}$ *en* (41) *para el período de proyección es que esta función depende, tanto de la edad, como del año de proyección, como en la propuesta desarrollada en Garrido et al. (2024). Esta característica no estaba presente en el modelo modificado de Li y Lee que utilizamos para el período de ajuste (vea* (2) *y* (39) *para el bloque de referencia; y* (19) *y* (40) *para los países en vías de desarrollo).*

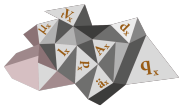
Una selección de las curvas de tasas centrales de mortalidad generadas por la proyección de (41) a través del algoritmo de iteración de políticas de la Sección 3 para México puede verse en la Figura 11.

Las esperanzas de vida al nacimiento correspondientes a curvas mostradas en la Figura 11 pueden verse en la Tabla 1. Note que nuestro país se encuentra en un caso pesimista similar al referido en la Observación 4.1.

5. NOTAS FINALES

Este artículo presenta nuestra versión de un método estocástico para, primeramente calibrar un modelo modificado de Li y Lee (2005) de pronóstico de mortalidad en varias poblaciones, y posteriormente implementar un esquema de programación dinámica (vea p.18 en el libro de Bertsekas (2005)) para proyectar las tasas centrales de mortalidad de un bloque de países en vías de desarrollo tomando en cuenta variables demográficas (el número de inmigrantes internacionales) y económicas (el índice de precios al consumidor y el producto interno bruto) incidentes en el fenómeno de la gentrificación, al tiempo que se minimiza la brecha en las esperanzas de vida al nacer entre los países objetivo y el grupo de referencia (como en el trabajo de Garrido *et al.* (2024)). Dos de las ventajas que tiene la metodología propuesta son que nuestras proyecciones son coherentes con la edad, y tienen una estructura dependiente del tiempo

[6] Las tablas correspondientes a los coeficientes en (39) y (40) están disponibles bajo demanda razonable dirigida por correo electrónico al autor de correspondencia.



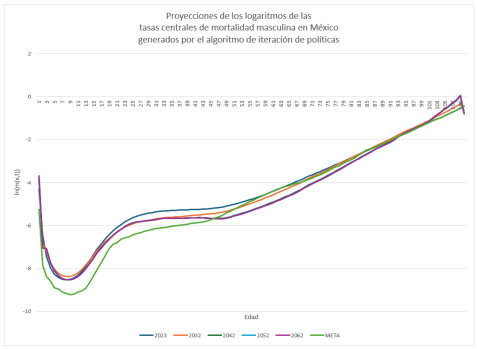


Figura 11 Proyección de los logaritmos de las curvas de tasas centrales de mortalidad (40) generadas por el algoritmo de iteración de políticas. También incluimos la estimación de partida obtenida por el algoritmo para ajustar (19) para el año 2023, y la curva meta, correspondiente a la estimación de la mortalidad en el grupo de referencia para el año 2023. Produjimos esta estimación mediante el algoritmo para ajustar (2). Elaboración propia con datos de Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025a,b,c); StatBank Denmark (2025a,b,c); The World Bank Group (2025); United States Census Bureau (2025); U.S. Bureau of Labor Statistics (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

(vea los de Li y Lu (2017); Li *et al.* (2021)). Más aún, hemos provisto tres algoritmos efectivos para comprobar los cálculos: uno en la Sección 3; y los dos restantes, en la Sección 4. Ilustramos nuestros resultados proyectando la mortalidad Mexicana masculina en comparación con las mortalidades masculinas de Dinamarca, los Estados Unidos de Norteamérica y Francia. La Tabla 1 muestra algunas de las esperanzas de vida al nacimiento resultantes de nuestros análisis para la población Mexicana a lo largo de los próximos cuarenta años. Estamos a la disposición del lector interesado para compartir nuestras implementaciones computacionales.

A pesar de que otros autores han llevado a cabo esfuerzos importantes en las direcciones que nosotros hemos tomado, hasta donde sabemos, ésta es la primera vez que herramientas tradicionales del control estocástico y del cálculo actuarial son empleadas conjuntamente para considerar el efecto de factores ligados a la gentrificación en el contexto del pronóstico de la mortalidad humana. Nuestros métodos tienen el potencial de ser aplicados en la elaboración de tablas dinámicas de mortalidad. Esto dotará a los análisis propios de las industrias del seguro y las pensiones de una nueva dimensión.

Año	e_{2023}^{mex}
2023	71.8150
2032	73.3381
2042	75.5077
2052	75.6798
2062	75.6946
Meta	76.0753

■ **Tabla 1** Proyección de esperanzas de vida al nacimiento en México empleando el algoritmo de iteración de políticas y (32)-(34). Elaboración propia con datos de Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2024); Institut National de la Statistique et des Études Économiques (2025a,b,c); StatBank Denmark (2025a,b,c); The World Bank Group (2025); United States Census Bureau (2025); U.S. Bureau of Labor Statistics (2025); Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research (2025).

Un trabajo a futuro es incluir en (2) y (19) los pronósticos de García-Guerrero (2015) para pronosticar migraciones futuras, y los de Guibert *et al.* (2025) para estimar tasas centrales de mortalidad a partir del cambio de temperaturas. Asimismo, una nueva iteración de esta pieza verá proyecciones del producto interno bruto y del índice de precios al consumidor más allá de la fase de ajuste estadístico para reflejar una dinámica más vívida. Una manera de lograr esto es emplear el mismo argumento que conecta (2) con (11)-(12), y (19) con (24). Una limitante importante para incluir variables climáticas es que, pese a que hay organismos especializados en medir el número de muertes atribuibles a las altas o bajas temperaturas, los datos de algunos de los países cuya numeralia empleamos en nuestras ilustraciones no necesariamente son de libre acceso.

Una crítica importante al enfoque empleado en este artículo es que, después de que el período de calibración ha concluido, la dinámica de las tasas centrales de mortalidad del bloque de referencia cambia sólo a partir de los ruidos blancos $\xi_{i,x,t}$, ϵ_t y $\epsilon_{i,t}$. Sin embargo, este es el mismo caso de las proyecciones elaboradas, tanto con sofisticados métodos de redes neuronales recurrentes (vea el artículo de Garrido *et al.* (2024)), como con el elemental método de la tabla límite de mortalidad (consulte el trabajo de Bravo (2010)). Más aún, creemos que las modificaciones propuestas en el párrafo anterior complementarían adecuadamente el enfoque que dimos al problema en esta investigación.

REFERENCIAS

Aburto, J. M., F. Villavicencio, U. Basellini, S. Kjærgaard, y J. W. Vaupel, 2020 Dynamics of life expectancy and life span equality. Proceedings of the National Academy of Sciences **117**: 5250–5259, DOI: 10.1073/pnas.1915884117.

Anguelovski, I., H. V. Cole, E. O'Neill, F. Baró, P. Kotsila, *et al.*, 2021 Gentrification pathways and their health impacts on historically marginalized residents in Europe and North America: Global qualitative evidence from 14 cities. Health and Place **72**: 102698, DOI: 10.1016/j.healthplace.2021.102698.

Banco de México, 2025 *Indice de Precios y Cotizaciones*. Sistema de Información Económica, México, Recuperado de aquí el 27 de julio de 2025.

Bertsekas, D. P., 2005 *Dynamic Programming and Optimal Control*. Athena Scientific, Belmont, MA.

Boonen, T. J. y H. Li, 2017 Modeling and forecasting mortality with economic growth: A multipopulation approach. Demography **54**: 1921–1946, DOI: 10.1007/s13524-017-0610-2.

Bourgeois-Pichat, J., 1952 Essai sur la mortalité "biologique" de l'homme. Population pp. 381–394.

Bowers, N., H. Gerber, J. Hickman, D. Jones, y C. Nesbitt, 1997 *Actuarial mathematics*. The Society of Actuaries, Schaumburg, IL.

Bravo, J. M., 2010 Lee-Carter mortality projection with "limit life table". Conference of European Statisticians pp. 1–8.

Consejo Nacional de Población, 2023 *Bases de datos de la Conciliación Demográfica 1950 a 2019 y Proyecciones de la población de México 2020 a 2070*. Gobierno de México, México, Recuperado de aquí el 27 de julio de 2025.

Department of Economic and Social Affairs, Population Division, 2024 *International Migrant Stock 2024*. The United Nations, NY, Recuperado de aquí el 27 de julio de 2025.

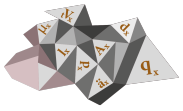
French, D. y C. O'Hare, 2014 Forecasting death rates using exogenous determinants. Journal of Forecasting **33**: 640–650, DOI: https://doi.org/10.1002/for.2309.

García-Guerrero, V. M., 2015 A probabilistic method to forecast the international migration of Mexico by age and sex. Papeles de Población **88**: 113–140.

Garrido, J., Y. Shang, y R. Xu, 2024 LSTM-based coherent mortality forecasting for developing countries. Risks **12**: 27, DOI: 10.3390/risks12020027.

Ghosh, S., V. Volpert, y M. Banerjee, 2022 An epidemic model with time-distributed recovery and death rates. Bulletin of mathematical biology **84**: 78, DOI: 10.1007/s11538-022-01028-0.

Guibert, Q., G. Pincemin, y F. Planchet, 2025 Impacts of climate change on mortality: an extrapolation of temperature effects based on time series data in France. arXiv **1**: 1–54, DOI: 10.48550/arXiv.2406.02054.



Hernández-Lerma, O. y J. B. Lasserre, 1996 *Discrete-time Markov control processes: Basic optimality criteria*, volumen 30. Springer Science and Business Media.

Hernández-Lerma, O., L. R. Laura-Guarachi, S. Mendoza-Palacios, y D. González-Sánchez, 2023 *An Introduction to Optimal Control Theory: The dynamic programming approach*. Springer Cham.

Howard, R. A., 1960 *Dynamic Programming and Markov Processes*. Wiley, NY.

Institut National de la Statistique et des Études Économiques, 2025a *Indice des prix à la consommation-Base 2015-Ensemble des ménages-France-Ensemble hors tabac*. Ministère de l'Économie et des Finances, Recuperado de aquí el 28 de julio de 2025.

Institut National de la Statistique et des Études Économiques, 2025b *Les décès en 2023 et en séries longues*. Ministère de l'Économie et des Finances, Recuperado de aquí el 27 de julio de 2025.

Institut National de la Statistique et des Études Économiques, 2025c *Pyramide des âges au 1er janvier 2025*. Ministère de l'Économie et des Finances, Recuperado de aquí el 28 de julio de 2025.

Iyer, S., 1999 *Actuarial Mathematics of Social Security Pensions*. International Labour Organization, Geneva, Switzerland.

Lee, R. D. y L. R. Carter, 1992 Modeling and forecasting US mortality. Journal of the American Statistical Association **87**: 659–671.

Li, H. y Y. Lu, 2017 Coherent forecasting of mortality rates: A sparse vector-autoregression approach. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA **47**: 563–600, DOI: 10.1017/asb.2016.37.

Li, H., Y. Lu, y P. Lyu, 2021 Coherent mortality forecasting for less developed countries. Risks **9**: 151, DOI: 10.3390/risks9090151.

Li, N. y R. D. Lee, 2005 Coherent mortality forecasts for a group of populations: An extension of the Lee-Carter method. Demography **42**: 575–594, DOI: 10.1353/dem.2005.0021.

Liu, Q., C. Ling, y L. Peng, 2019 Statistical inference for Lee-Carter mortality model and corresponding forecasts. North American Actuarial Journal **23**: 335–363, DOI: 10.1080/10920277.2018.1556702.

Lledó, J., J. M. Pavía, y J. Sánchez Salas, 2023 An alternative approach to manage mortality catastrophe risks under Solvency II. Risk Management **25**: 16, DOI: 10.1057/s41283-023-00120-6.

Ma, Q. y T. J. Boonen, 2024 Longevity risk modeling with the consumer price index. North American Actuarial Journal **28**: 593–610, DOI: 10.1080/10920277.2023.2242910.

Morales Bonilla, E. y D. Gómez Hernández, 2025 Modelación empírica de la mortalidad en México mediante el método de suavizamiento polinómico por nodos. Actuarios Trabajando **18**: 21–37, DOI: 10.64806/cnmx.actstrab.18/20250908203.

Niu, G. y B. Melenberg, 2014 Trends in mortality decrease and economic growth. Demography **51**: 1755–1773, DOI: 10.1007/s13524-014-0328-3.

Ramachandran, K. M. y C. P. Tsokos, 2009 *Mathematical Statistics with Applications*. Academic Press, MA.

Smith, G. S., H. Breakstone, L. T. Dean, y R. J. T. Jr., 2020 Impacts of gentrification on health in the US: a systematic review of the literature. Journal of urban health: bulletin of the New York Academy of Medicine **97**: 845–856, DOI: 10.1007/s11524-020-00448-4.

StatBank Denmark, 2025a *Consumer price index (2015=100) by main figures (1980–2024) [Data set]*. Danmarks Statistik, København, Recuperado de aquí el 29 de julio de 2025.

StatBank Denmark, 2025b *Deaths by age and sex (DOD) [Data set]*. Danmarks Statistik, København, Recuperado de aquí el 29 de julio de 2025.

StatBank Denmark, 2025c *Population at the first day of the quarter by sex, age, ancestry, country of origin and citizenship (FOLK1AM) [Data set]*. Danmarks Statistik, København, Recuperado de aquí el 29 de julio de 2025.

The World Bank Group, 2025 *PIB (US$ a precios constantes de 2015)*. Data360, WA, Recuperado de aquí el 27 de julio de 2025.

United States Census Bureau, 2025 *International Database (IDB) Population estimates and projections for 227 countries and equivalent areas, plus 16,919 subnational areas*. United States government, WA, Recuperado de aquí el 29 de julio de 2025.

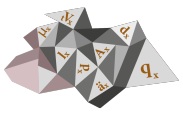
U.S. Bureau of Labor Statistics, 2025 *Consumer Price Index for All Urban Consumers (CPI-U)*. Survey Output Servlet, WA, Recuperado de aquí el 29 de julio de 2025.

Vaupel, J. W. y S. Schnabel, 2004 *Forecasting best-practice life expectancy to forecast national life expectancy*. 2004 Annual Meeting of the Population Association of America, MA.

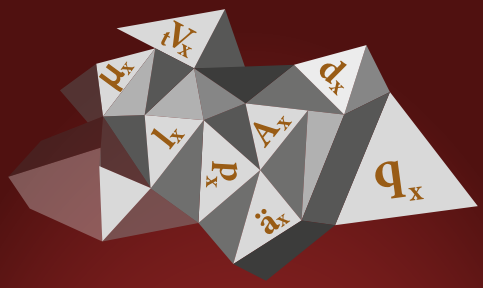
White, K. M., 2002 Longevity advances in high-income countries, 1955–96. Population and Development Review **28**: 59–76, DOI: https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2002.00059.x.

Wide-ranging ONline Data for Epidemiologic Research, 2025 *National Center for Health Statistics Mortality Data on CDC WONDER*. Centers for Disease Control and Prevention, GA, Recuperado de aquí el 29 de julio de 2025.

Wilmoth, J. R., 1998 Is the pace of Japanese mortality decline converging toward international trends? Population and Development Review **24**: 593–600.



José Daniel López-Barrientos obtuvo la Licenciatura en Actuaría en la Universidad Anáhuac México en diciembre de 2003. Es Maestro y Doctor en Ciencias, ambos grados en Matemáticas, por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Realizó dos estancias posdoctorales: una en la HEC de Montreal y otra en la Facultad de Matemáticas Aplicadas de la Universidad Estatal de San Petersburgo. Ha impartido clases en diversas universidades Mexicanas e internacionales, en los niveles de licenciatura, maestría y doctorado, y ha sido ponente en múltiples foros nacionales e internacionales de investigación en Matemáticas y Ciencias Actuariales. Actualmente se desempeña como Profesor-Investigador en la Facultad de Ciencias Actuariales de la Universidad Anáhuac México. Es Investigador Nacional nivel II, preside desde 2014 el Comité Permanente de Investigación y Desarrollo Actuarial del Colegio Nacional de Actuarios y, desde 2020, funge como Editor en Jefe de la revista de investigación actuarial aplicada *Actuarios Trabajando* de la misma institución. Daniel ha sido galardonado tres veces con el Premio "Fundadores" de la Asociación Mexicana de Actuarios, la más reciente, con el presente trabajo.



Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Premio Fundadores

Marco de trabajo para la contención de la inflación médica en el ramo de gastos médicos mayores

Categoría Investigadores: Iván David Vázquez Álvarez

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030408

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

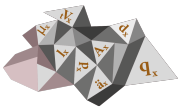
COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Marco de trabajo para la contención de la inflación médica en el ramo de gastos médicos mayores

Iván David Vázquez Álvarez[*,1]
[*]La Central de Seguros

RESUMEN Este artículo analiza la inflación médica en México, especialmente en el seguro de Gastos Médicos Mayores, cuya viabilidad está comprometida por incrementos de costos que superan ampliamente la inflación general. Se identifica como causa principal un problema estructural del lado de la oferta: la saturación y baja calidad del sistema público generan un "efecto derrame" que presiona al sector privado, dominado por grandes grupos hospitalarios con fuerte poder de negociación. A esto se suman altos costos de medicamentos, tecnología y prácticas de sobreutilización. Asimismo, proponemos un marco de solución basado en tres pilares: (1) rediseño del producto de gastos médicos mayores (GMM) mediante redes por niveles y alianzas con proveedores de bajo costo; (2) fortalecimiento selectivo del sistema público para equilibrar el mercado; y (3) adopción de metodologías actuariales avanzadas de inteligencia artificial para gestión, prevención del riesgo y eficiencia operativa. El objetivo final es lograr un ecosistema de salud más sostenible y accesible.
La versión en video de este artículo puede verse aquí.

Palabras clave
Inflación médica, Gastos Médicos Mayores, Sostenibilidad del sistema de salud



Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 5 de marzo de 2026
Artículo comunicado por Ricardo Ibarra Lara. Formación: Dafne Anette León León, Rodrigo Portillo Escalera y Alfonso Hernández Galindo. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.

1. MÉXICO Y SU SEGURO DE GASTOS MÉDICOS MAYORES

Los seguros, incluyendo GMM, surgen de la necesidad de los individuos y las organizaciones de contar con una protección contra pérdidas financieras impredecibles, permitiendo una eficiente transferencia y agregación del riesgo. En México, el sector asegurador es regulado por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (2023). Los seguros de GMM se han ofrecido en el mercado mexicano por más de cuatro décadas, con una lenta penetración inicial, pero con una recientemente acelerada adopción.

La pandemia de COVID-19 marcó un punto de inflexión para el ramo, impulsando la penetración del seguro, tanto en número de asegurados como en la cultura del seguro. A lo largo de la pandemia, las instituciones de seguros hicieron frente a los gastos de más de 23,306 asegurados con COVID-19, mismos que tuvieron un costo promedio por caso de $410,800 pesos. La pandemia exacerbó la inflación médica de los servicios privados en el país, misma que se ha traducido en ajustes en el costo del seguro, muy por encima de la inflación general. Internamente, la pandemia del COVID-19 generó índices de siniestralidad (por encima del 70 %) superiores a los niveles que pueden ser considerados sostenibles para este ramo (menores al 65 %). Las desviaciones en siniestralidad provocadas por la pandemia, aunado a la inflación médica en los servicios privados, se han traducido en un constante encarecimiento del costo del seguro (vea el trabajo de Díaz Mora (2025)). Dicho encarecimiento ha sido tal que han surgido propuestas legislativas que, carentes de sustento técnico, pretenden congelar las primas de GMM para adultos mayores (60/65 años con 20 años de antigüedad), evidenciando la tensión entre los asegurados y la sostenibilidad actuarial del seguro (vea el trabajo de Moya Clemente (2021)).

1.1. Dimensiones, crecimiento y concentración.

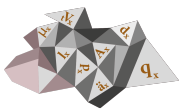
Al cierre de 2024, la prima directa emitida por la industria aseguradora mexicana se ubicó en alrededor de 941 mil millones de pesos. Dentro del total, la operación de Accidentes y Enfermedades, que se compone predominantemente del ramo de GMM, alcanzó los 170.3 mil millones de pesos. Gastos Médicos, por sí solo, representó el 93 % de la prima emitida en la operación de Accidentes y Enfermedades, con una prima de aproximadamente 158.4 mil millones de pesos. Adicionalmente, en los últimos cinco años, las primas de los seguros de salud, correspondientes a las Instituciones de Seguros Especializadas en Salud, han crecido un 57 % (vea el trabajo de Gobierno de México (2024)).

En 2024, las aseguradoras pagaron 122,278 millones de pesos por siniestros médicos. Pese a haber indicadores de crecimiento en primas y monto de siniestros pagados, la penetración del mercado sigue siendo notablemente baja. Se estima que, en 2024, sólo el 10 % de la población total mexicana contaba con un seguro de GMM, lo que representa alrededor de 13 millones de personas (ver el trabajo de Bautista-Arredondo *et al.* (2023)). El mercado mexicano de GMM se caracteriza por un alto grado de concentración. El estudio de Comisión Federal de Competencia Económica (2022) indicó que las cuatro aseguradoras de mayor volumen para el ramo concentran colectivamente el 75 % de las primas de GMM (GNP, AXA, MetLife, Seguros Monterrey e Inbursa). En donde tan sólo GNP Seguros concentra una cuarta parte de las primas de la operación.

El sector de hospitales privados también presenta una alta concentración, especialmente en lo que respecta a la atención de alta complejidad. El 79 % de los hospitales con más de 100 camas se ubican en sólo cuatro entidades federativas (Ciudad de México, Jalisco, Nuevo León y Estado de México), y es en estas entidades donde los precios de los servicios son significativamente más altos. Dicha concentración geográfica y de capacidad otorga a los grandes grupos hospitalarios un poder de negociación considerable frente a las aseguradoras. El análisis de la COFECE revela una dinámica de mercado perversa: la concentración hospitalaria está directamente correlacionada con mayores costos de hospitalización. Un estudio econométrico incluido en el informe encontró que la presencia de grandes hospitales (más de 100 camas) aumenta los costos de la atención hospitalaria en un 34 %. Lo más revelador es que las aseguradoras parecen tener un poder de negociación imitado para contrarrestar esta tendencia. Contrario a poder negociar tarifas más bajas, se ven obligadas a aceptar los precios impuestos por los proveedores dominantes y, consecuentemente, trasladan estos costos a los consumidores a través de primas más elevadas. Esto desmitifica la noción de que la inflación es impulsada por los márgenes de las aseguradoras y apunta directamente a la estructura de costos del lado de la provisión de servicios.

A esta dinámica se suma el modelo de relación entre médicos y hospitales en México. A diferencia de otros sistemas, donde los médicos son empleados de los hospitales, en México operan en gran medida como empresas independientes que utilizan las instalaciones hospitalarias. Este arreglo crea lo que se ha descrito como incentivos poco claros, donde la relación comercial entre médico y hospital puede no estar alineada con la contención de costos y la eficiencia, contribuyendo potencialmente a la inflación de honorarios y a la sobreutilización de servicios (vea el trabajo de Saldívar (2022)).

El sector ha enfrentado recientemente pérdidas operativas, registrando un resultado del -1 % en 2024. Esta situación se agrava por las presiones legislativas que buscan limitar los



[1]Correo electrónico: ivan.david.vazquez@outlook.com

aumentos de las primas de GMM a la inflación anual, lo que podría tensar severamente la viabilidad financiera de los productos de GMM de tomarse acciones legislativas contra el seguro (vea el trabajo de Insunza Morado (2025)).

1.2. Oferta y distribución.

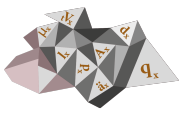
Las aseguradoras en el mercado mexicano de GMM suelen ofrecer una amplia gama de productos, ofertando más de media docena de planes individuales distintos en promedio por aseguradora. En México la distribución de las pólizas de GMM depende en gran medida de los agentes, quienes son responsables de la intermediación de aproximadamente ocho de cada diez pólizas (tanto planes individuales como colectivos) (ver el trabajo de Saucedo (2025)).

1.3. Protección financiera y acceso a la salud.

México enfrenta un desafío significativo con una de las tasas más altas de gastos de bolsillo en salud a nivel mundial, representando un 41 % del gasto total en salud. Esta cifra contrasta fuertemente con el promedio de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que osciló entre el 8 % y el 10 % de 2003 a 2010. Estos gastos de bolsillo abarcan una amplia gama de pagos directos realizados por los hogares, incluyendo copagos, coaseguros, automedicación y otros costos directos incurridos durante la utilización de la atención médica (ver el trabajo de Ramírez Coronel (2023)).

Las pólizas de GMM son de importancia crítica para proteger a las familias de gastos catastróficos de salud, definidos como costos que superan el 40 % de la capacidad de pago de un hogar. En ausencia de un plan de GMM o de una cobertura de salud pública adecuada, las familias asumen directamente estos costos sustanciales, lo que a menudo conduce a graves dificultades económicas. Según SUN (2024), el elevado costo de la atención médica privada en México y las carencias del sistema público, se traducen en la posibilidad de serios desbalances financieros en las económicas familiares al presentarse una enfermedad grave.

El seguro de GMM tiene la capacidad para proporcionar acceso a extensas redes de hospitales privados, clínicas y profesionales médicos especializados. Este acceso garantiza que los individuos asegurados puedan recibir atención médica de alta calidad sin soportar los largos tiempos de espera que usualmente son asociados con los servicios de salud públicos. Las pólizas de GMM suelen ofrecer una cobertura integral para una amplia gama de necesidades médicas, incluyendo consultas, estudios de laboratorio, medicamentos recetados, hospitalización, procedimientos quirúrgicos y tratamientos especializados. Dicho acceso mejorado en la atención privada es particularmente crucial y atractivo en México, donde el sistema de salud público enfrenta desafíos reconocidos en términos de amplitud de cobertura y calidad de los servicios (vea el trabajo de Gérvas *et al.* (2020)). Asimismo, para Suárez Bernal (2023) la oferta actual del mercado brinda servicios de valor añadido como telemedicina y asistencia telefónica, que promueven un acceso conveniente y rápido a profesionales de la salud, especialmente en emergencias, y apoyan la salud y el bienestar general



1.4. Complementariedad con el sistema público de salud.

El panorama de la atención médica en México se caracteriza por ser un sistema segmentado y fragmentado. El sector público comprende principalmente instituciones de seguridad social (IMSS, ISSSTE, PEMEX y las estatales) para los trabajadores del sector formal y sus dependientes, junto con el Instituto de Salud para el Bienestar, anteriormente conocido como el Seguro Popular. El Seguro Popular, para 2010 había extendido su protección a más de 55 millones, operaba con inscripción voluntaria y estaba específicamente dirigido a aquellas personas sin cobertura de seguridad social. Sin embargo, según el Consejo Nacional Evaluador (2022), el Seguro Popular nunca logró atender de forma integral las necesidades de atención médica ni resolvió los problemas subyacentes de distribución de recursos dentro del sistema público. En este contexto, el seguro de GMM funciona como una capa complementaria, ofreciendo una opción de atención médica alternativa o suplementaria para quienes individuos que poseen la capacidad económica para acceder a él.

Dada la baja penetración del seguro de GMM, se evidencia la inaccesibilidad para la población general, lo que resalta la significativa barrera económica de acceso para la salud privada. El contexto del seguro de GMM en México revela un mercado en evolución, impulsado por la necesidad de protección financiera ante un sistema de salud público con limitaciones y el alto gasto de bolsillo que ejerce la población. Pese a experimentar un crecimiento notable, especialmente tras la pandemia de COVID-19, existe una alta concentración del mercado que plantea desafíos para la competencia y la innovación, y el encarecimiento del costo del seguro crea un entorno complejo para el incremento de la población cubierta. La relevancia social del GMM es innegable, al ofrecer acceso a atención de calidad y mitigar gastos catastróficos, pero su accesibilidad económica sigue siendo un obstáculo crucial. La interacción dinámica entre las políticas de salud pública y el desarrollo del mercado de GMM, así como el impacto del envejecimiento de la población, serán factores determinantes para el futuro del sector y requerirán modelos y estrategias actuariales innovadoras para asegurar su viabilidad y ampliar su alcance social.

La operación de GMM en México enfrenta un desafío estructural significativo debido a la elevada y persistente inflación médica. Según Saldívar (2022), este fenómeno no sólo compro-

mete la sostenibilidad financiera de las aseguradoras, sino que también impacta directamente la accesibilidad y asequibilidad de los servicios de salud para la población.

1.5. Panorama General de la Inflación Médica en México.

La inflación médica en México exhibe una divergencia notable y sostenida respecto a la inflación general, lo que impone una presión considerable sobre la viabilidad económica de los productos de GMM. Históricamente, la inflación médica privada ha superado la inflación general por un factor de dos a tres y, en periodos recientes, esta disparidad se ha ampliado hasta casi cuadruplicarla (vea el reporte de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (2023)).

Por ejemplo, en 2021 la inflación médica privada alcanzó el 17 %, mientras que la inflación general fue de 7.4 % (vea el trabajo de Saldívar (2022)). Para la Comisión Federal de Competencia Económica (2022), esta brecha constante y creciente sugiere que el problema obedece a ineficiencias estructurales y factores de costo intrínsecos al sector salud, independientes de las dinámicas macroeconómicas.

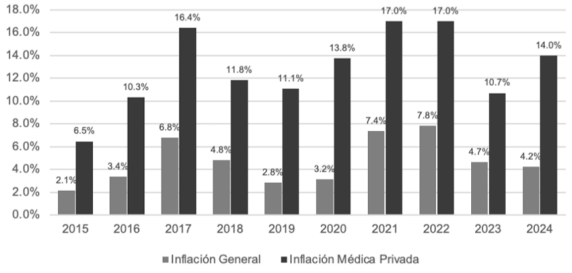
Las proyecciones confirman la continuidad de esta tendencia alcista. La Encuesta de Tendencias Médicas Globales 2024 de Willis Towers Watson (WTW) anticipa una inflación médica del 14.9 % para México en 2025, mientras que AON proyecta un 14.5 %; ambas cifras suceden a una inflación médica del 13.3 % registrada en 2024 (ver el trabajo de Díaz Mora (2025)).

La pandemia de COVID-19 actuó como un catalizador al provocar un crecimiento sin precedentes en los costos sanitarios y una saturación de los servicios de salud, elevando así los precios en el sector privado. Se ha identificado como el siniestro más costoso en la historia aseguradora del país, con un impacto superior a los tres mil millones de dólares estadounidenses hasta marzo de 2025 (vea el trabajo de Saucedo (2025)). La persistencia de estas proyecciones elevadas en la etapa postpandemia indica que los costos incrementados se están consolidando como una nueva base estructural.

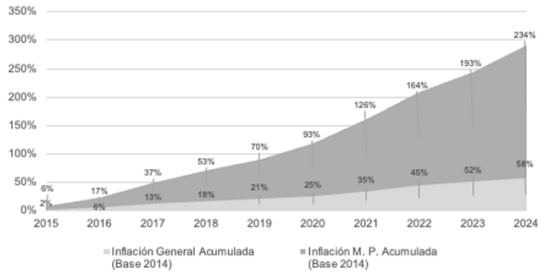
Según Gobierno de México (2024), el impacto directo de la inflación médica se ha transmitido a la siniestralidad del ramo. La siniestralidad para GMM aumentó 15.6 % en 2021 respecto a 2020, y 12.2 % en 2023 comparado con 2022. Durante el primer semestre de 2024, las aseguradoras pagaron 55,507 millones de pesos en gastos médicos, lo que representa un incremento interanual del 16.1 % (ver el trabajo de Saucedo (2025)).

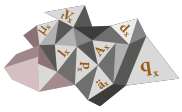
Según Díaz Mora (2025), el constante incremento ha generado pérdidas técnicas considerables, incluyendo 2,012 millones de pesos en 2021, afectando principalmente a aseguradoras nacionales de menor tamaño. Esta dinámica forma un ciclo pernicioso: mayores siniestros–primas más elevadas–menor asequibilidad–reducción de población asegurada–mayor presión sobre el sistema público de salud (vea el trabajo de Bautista-Arredondo *et al.* (2023)). Esto incrementa el gasto de bolsillo y deteriora el acceso y la equidad en la atención sanitaria.

Año	Inflación General	Inflación Médica Privada	Diferencia de Tasas
2015	2.1 %	6.5 %	4.3 %
2016	3.4 %	10.3 %	7.0 %
2017	6.8 %	16.4 %	9.6 %
2018	4.8 %	11.8 %	7.0 %
2019	2.8 %	11.1 %	8.3 %
2020	3.2 %	13.8 %	10.6 %
2021	7.4 %	17.0 %	9.6 %
2022	7.8 %	17.0 %	9.2 %
2023	4.7 %	10.7 %	6.0 %
2024	4.2 %	14.0 %	9.8 %
MEDIA	4.7 %	12.9 %	9.8 %



Año	Inflación General Acumulada (Base 2014)	Inflación M. P. Acumulada (Base 2014)	Diferencia Acumulada
2015	2.1 %	6.5 %	4.3 %
2016	5.6 %	17.5 %	11.9 %
2017	12.7 %	36.7 %	24.0 %
2018	18.2 %	52.9 %	34.7 %
2019	21.5 %	69.8 %	48.3 %
2020	25.3 %	93.2 %	67.9 %
2021	34.5 %	126.0 %	91.5 %
2022	45.1 %	164.5 %	119.4 %
2023	51.8 %	192.8 %	140.9 %
2024	58.2 %	233.7 %	175.5 %





1.6. Causas estructurales de la inflación médica en México

La elevada inflación médica en México es el resultado de una interacción compleja de factores estructurales que abarcan el mercado farmacéutico, la evolución tecnológica y la gestión de los servicios de salud.

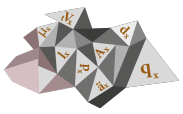
2. COSTO DE MEDICAMENTOS

El costo de los medicamentos es un componente principal de la inflación médica, influenciado por la dinámica de patentes, la dependencia de importaciones, las ineficiencias en la cadena de suministro y la sobreprescripción.

Influencia de Patentes y la Dinámica del Mercado Farmacéutico: Las patentes farmacéuticas en México, alineadas con acuerdos internacionales, otorgan a las empresas de investigación un monopolio de 20 años, impidiendo la entrada de genéricos más económicos. Esta exclusividad se ve agravada por estrategias legales que extienden la vida de las patentes, retrasando aún más la competencia. Considerando que cerca del 90 % de estas patentes son de origen extranjero, se crea un poder de mercado significativo que restringe la competencia. Según la Velázquez (2006), esta dinámica es un factor clave que contribuye directamente a los elevados precios de los medicamentos en el país, al limitar la disponibilidad de alternativas asequibles para los consumidores.

Dependencia de Importaciones y Efectos Arancelarios: El mercado farmacéutico mexicano depende sustancialmente de las importaciones, con compras internacionales de productos farmacéuticos que alcanzaron en 2024 los 8,799 millones de dólares estadounidenses. Esta dependencia hace que el costo de los medicamentos sea altamente sensible a factores económicos externos. La imposición de aranceles, como la potencial tarifa del 200 % propuesta por Estados Unidos sobre productos farmacéuticos no fabricados en su territorio, podría elevar significativamente el costo de los medicamentos importados en México, con estimaciones de un aumento de hasta el 12.9 %. De manera similar, los aranceles podrían incrementar los costos de los dispositivos médicos en un 30 % a corto plazo. Aunado a ello, las interrupciones en las cadenas de suministro globales ya han demostrado su capacidad para generar escasez y aumentos de precios en medicamentos de uso común. Según Sobel Network Shipping Co., Inc. (2022), la considerable dependencia de México de los productos farmacéuticos y dispositivos médicos importados expone su sistema de salud a una vulnerabilidad significativa frente a choques económicos externos, que se traducen directamente en mayores costos de insumos para la atención médica, transferidos a los consumidores y aseguradoras (que a su vez transferirán a los asegurados).

Ineficiencias en la Cadena de Suministro y Distribución:



La distribución de medicamentos, particularmente en el sector público, ha sido identificada como una fuente considerable de ineficiencia y costos elevados. El esquema de distribución actual del gobierno se ha descrito como *mucho más caro el caldo que las albóndigas*, implicando un costo de miles de millones de pesos superior a los modelos de distribución especializados previos. Los problemas incluyen falta de trazabilidad, incertidumbre en el mantenimiento de la cadena de frío y el vencimiento de medicamentos en almacenes debido a procesos y cadenas de distribución ineficientes. Aunque afectan directamente al sistema público, según Ramírez Coronel (2023), estas ineficiencias influyen indirectamente en los costos del sector privado al distorsionar los precios del mercado y la infraestructura logística general.

Problemática de la Sobre-prescripción y el Uso Irracional: Un factor significativo que impulsa la inflación médica es la prescripción irracional y excesiva de productos farmacéuticos. Esto abarca el uso de medicamentos más caros de lo necesario, la continuación de tratamientos sin justificación, la prescripción de dosis superiores a las requeridas, o la *prescripción inducida*, a menudo influenciada por intereses comerciales o hábitos, en lugar de prácticas basadas en evidencia. El fenómeno del *disease mongering*, donde entidades comerciales promueven la conciencia de condiciones y la necesidad de medicación para tratarlas, también contribuye al sobretratamiento y al aumento de los costos de salud. La sobre-prescripción y el uso irracional de medicamentos representan una doble ineficiencia: clínica, al someter a los pacientes a tratamientos innecesarios o subóptimos, y económica, al desperdiciar recursos en intervenciones ineficaces o excesivamente costosas (vea el trabajo de Gérvas *et al.* (2020)).

3. AVANCES Y COSTOS DE LA TECNOLOGÍA MÉDICA

La integración de tecnología médica avanzada, si bien mejora las capacidades diagnósticas y de tratamiento, conlleva una carga financiera sustancial que contribuye a la inflación médica.

Elevado Costo de Adquisición y Mantenimiento de Equipos de Alta Tecnología: La incorporación de tecnología médica de vanguardia, aunque vital para la modernización de la atención, implica una inversión financiera considerable. Más allá de la adquisición, el mantenimiento de este tipo de equipos es complejo y crucial, ya que un mantenimiento inadecuado puede resultar en una menor calidad de atención, inseguridad operativa y costos imprevistos. Estos costos, tanto de adquisición como de mantenimiento actúan como un motor inflacionario significativo e inherente, transfiriéndose sistemáticamente a pacientes y aseguradoras a través de tarifas de servicio más

elevadas (vea el trabajo de Gérvas *et al.* (2020)).

Impacto de la Innovación Tecnológica en los Tratamientos y Diagnósticos: Las nuevas tecnologías médicas, incluyendo la Inteligencia Artificial (IA) en el diagnóstico, la impresión 3D de órganos, los dispositivos de monitoreo portátiles y la robótica en cirugía, están transformando la atención médica a nivel mundial. Sin embargo, si bien estas innovaciones producen resultados positivos, usualmente implican un costo elevado. La Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS) ha identificado estas nuevas tecnologías como un componente clave de la inflación médica, que consistentemente ha superado la inflación general. El ritmo acelerado de la innovación tecnológica plantea un desafío para la fijación de precios basada en el valor, donde el beneficio clínico percibido a menudo prevalece sobre las consideraciones de costo-efectividad en las decisiones de adopción. Esto genera una presión alcista continua sobre los gastos de atención médica, ya que las soluciones más nuevas y costosas se convierten en el estándar de atención, pese a que el costo-beneficio puede no ser el más óptimo (vea el trabajo de Arcudia Hernández y Hernández Morejón (2024)).

El Rol Emergente de la Telemedicina y su Impacto Potencial: La adopción de la telemedicina se aceleró masivamente desde la pandemia, con la esperanza de que pudiera mitigar la inflación médica. Sin embargo, su impacto real en los costos es complejo. Estudios de costo-efectividad muestran resultados mixtos al comparar la atención digital con la presencial. Aunque la telemedicina ofrece eficiencias y mejora el acceso, su capacidad para contener los gastos no está garantizada y requiere una evaluación cuidadosa para confirmar sus verdaderos beneficios económicos frente a la atención tradicional (vea el trabajo de Arcudia Hernández y Hernández Morejón (2024)).

3.1. Utilización y gestión de servicios de salud.

La forma en que se utilizan y gestionan los servicios de salud en México es un factor crucial en la inflación médica, impulsada por la saturación del sistema público, la falta de transparencia en precios, la sobreutilización de procedimientos y la creciente carga de enfermedades crónicas.

3.2. Saturación del sistema pública y la creciente demanda de servicios privados.

La saturación y las deficiencias percibidas en el sistema de salud público mexicano obligan a una parte significativa de la población a buscar atención en el sector privado. Más de la mitad de los mexicanos recurren a servicios de salud privados debido a la saturación y mala percepción general del nivel de atención del sistema público. En 2022, sólo el 44 % de quienes necesitaron servicios de salud los recibieron en instalaciones públicas. El uso de servicios privados es particularmente elevado entre la población sin seguridad social (60.5 %). Las razones principales para elegir la atención privada incluyen problemas relacionados con el acceso (71 %), como largos tiempos de espera para citas (19 %), distancia a los lugares de atención pública (18 %), falta de servicios necesarios (11 %) y horarios inflexibles (10 %). La percepción de mala calidad representa el 21 % de las razones por las cuales la población decide no atenderse en el sistema público. Las limitaciones funcionales del sistema público provocan que un segmento sustancial de la población recurra al sector privado, que estrictamente implica a los usuarios un mayor costo, lo que conduce a una alta dependencia del gasto de bolsillo (vea el trabajo de Bautista-Arredondo *et al.* (2023)).

3.3. Falta de transparencia en costos y honorarios médicos.

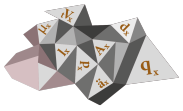
La falta de transparencia en los precios de servicios y honorarios médicos es un motor clave de la inflación en el sector privado de México. Los pacientes carecen de certeza sobre los costos totales, y no existen bases de datos públicas ni supervisión regulatoria efectiva contra precios desproporcionados. Según la Procuraduría Federal del Consumidor (2024), esta situación genera amplias variaciones en las tarifas, permitiendo que factores como la ubicación o el prestigio del médico dicten precios sin una presión competitiva real. Esta profunda asimetría de información faculta a los proveedores para fijar costos elevados, contribuyendo directamente al encarecimiento de la atención para pacientes y aseguradoras.

3.4. Prevalencia de la sobreutilización de pruebas de pruebas y procedimientos.

La sobreutilización de pruebas diagnósticas y procedimientos médicos, a menudo de poco valor agregado, es un problema conocido. Esto incluye el sobrediagnóstico que conduce al sobretratamiento y la prolongación innecesaria de los procesos diagnósticos para aumentar el número de consultas, especialmente cuando los pacientes cuentan con seguro de GMM. La prevalencia de la sobreutilización sugiere un problema significativo de demanda inducida por el proveedor, donde incentivos financieros, prácticas de medicina defensiva o una cultura de *es mejor que sobre a que falte* conducen a la provisión de servicios más allá de la estricta necesidad clínica. Esto resulta en un considerable desperdicio financiero y una asignación ineficiente de recursos médicos (vea el trabajo de Bautista-Arredondo *et al.* (2023)).

3.5. Carga financiera de las enfermedades crónicas no transmisibles.

Las enfermedades crónicas representan una severa carga financiera y un motor clave de la inflación médica en México. La diabetes es la más costosa para el IMSS, generando un gasto de



106 millones de pesos diarios en 2024. Junto con la insuficiencia renal, la hipertensión y el cáncer, estas condiciones imponen costos crecientes debido a tratamientos prolongados y caros. La pandemia de COVID-19 ha agravado aún más esta presión financiera, consolidando el manejo de estas enfermedades como una causa estructural del encarecimiento de la atención médica en el país.

Padecimiento	Costo Promedio Anual IMSS (2024)	Costo Promedio Anual Sector Privado
Diabetes Mellitus	$64,541	$131,000
Insuficiencia Renal	$42,643	$194,000
Hipertensión Arterial	$4,171	$76,000
Cáncer de Mama	$57,809	$245,000

3.6. Deficiencias en la atención preventiva y su repercusión en costos.

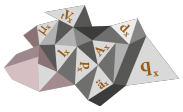
Una parte considerable de la población mexicana (27 %) que requiere atención médica no la busca, principalmente debido a la inaccesibilidad financiera, la falta de infraestructura, los largos tiempos de espera o la percepción de que su condición no es grave. Este retraso en la búsqueda de atención para condiciones menos graves o para chequeos preventivos tiene repercusiones directas en los costos futuros de atención médica, a medida que las condiciones médicas progresan a etapas más avanzadas, complejas y costosas que requieren tratamiento intensivo. Las barreras financieras y sistémicas que impiden el acceso oportuno a la atención preventiva o la intervención temprana conducen directamente a diagnósticos y tratamientos tardíos, lo que resulta en que las condiciones de salud progresen a etapas más graves, requiriendo intervenciones médicas más complejas y costosas. Existe una clara relación de causa y efecto donde los ahorros iniciales en prevención se traducen en costos de tratamiento significativamente más altos en el futuro (vea el trabajo de Ortega (2024)).

4. PANORAMA GLOBAL DE LA INFLACIÓN MÉDICA

4.1. Inflación Médica Mundial.

La inflación en los costos de la atención médica privada a nivel mundial ha alcanzado niveles históricos en los últimos años y se prevé que continúe elevada, ejerciendo una presión significativa sobre las aseguradoras, los asegurados y los pacientes. Informes de consultoras como WTW, AON y Mercer coinciden en que, si bien hubo una ligera moderación en 2024, la tendencia se mantendrá en dos dígitos para 2025.

En 2023 el costo global de los beneficios médicos registró un aumento récord del 10.7 %, según la Encuesta de Tendencias Médicas Globales 2024 de WTW, siendo ésta la cifra más alta jamás registrada por la encuesta. Para 2024 se proyectó una tasa de aumento ligeramente menor pero aún muy elevada, entre 9.9 % (con base en la publicación de WTW). Esta moderación se atribuye en parte a la estabilización de la inflación general y a la disminución de la demanda acumulada tras la pandemia. Para este año, las proyecciones indican que la tendencia se mantendrá, con una tasa promedio mundial estimada del 10.4 % (WTW), marcando el tercer año consecutivo con incrementos de dos dígitos, para la inflación médica a nivel mundial. El encarecimiento de los costos no responde a un único factor, sino a una combinación de elementos que impactan el ecosistema de la salud privada a nivel global:



- **Inflación Médica Específica:** Es el principal motor, citado por más del 80 % de las aseguradoras. Incluye el aumento en el costo de nuevas tecnologías médicas, equipos y productos farmacéuticos avanzados.
- **Mayor Utilización de Servicios:** Se ha observado un incremento en la frecuencia de las reclamaciones, impulsado por un aumento en la incidencia de ciertas condiciones de salud y una mayor conciencia postpandémica sobre el cuidado personal.
- **Presión sobre los Sistemas Públicos:** En muchos países, las deficiencias o la saturación de los sistemas públicos de salud orillan a más pacientes hacia el sector privado, aumentando la demanda y, consecuentemente, los costos.

Aunque la tendencia es global, la intensidad varía ligeramente por región; sin embargo, América Latina se ha destacado como una de las regiones con la inflación médica más alta y volátil en los últimos años.

Región	Inflación Médica Privada
América Latina (incluido México)	11.6 %
Asia-Pacífico	9.9 %
Europa	9.3 %
Medio Oriente y África	12.1 %
Norteamérica (sin México)	9.4 %
MEDIA	10.5 %

A nivel mundial, la inflación médica privada se ha consolidado en una tasa de alrededor del 10 % anual. Esta nueva normalidad obliga a los empleadores a repensar sus estrategias de beneficios, a los asegurados a evaluar su cobertura y a las aseguradoras a innovar en la gestión de costos, promoviendo la telemedicina, redes de proveedores eficientes y un mayor enfoque en la medicina preventiva para mitigar el impacto financiero a largo plazo.

4.2. Inflación Médica en América Latina.

Un informe reciente de la *Encuesta Global Medical Trends 2023* realizado por WTW recopiló datos de 257 de las principales aseguradoras en 55 países y revela una preocupante aceleración en los costos de atención médica en América Latina.

La región ha registrado la tendencia más alta de los últimos diez años, con una proyección de aumento del 18.9 % para 2023, superando las cifras del 18.2 % en 2022 y del 15.1 % en 2021. Esta escalada no es un fenómeno aislado; a nivel mundial, más del 70 % de las aseguradoras anticipan que esta tendencia alcista continuará o se intensificará en los próximos tres años. La situación varía considerablemente entre los países de la región. Argentina presenta el escenario más extremo, con una tendencia de incremento en los costos médicos del 79.7 %, muy por encima de su ya elevada inflación (43.5 %). Otros países como Guatemala (18.3 %), México (10.7 %) y Brasil (14.8 %) también muestran aumentos significativos, mientras que Chile (7.5 %) y Perú (8.6 %) reportan cifras más moderadas.

CAUSAS DEL ENCARECIMIENTO: Según las aseguradoras encuestadas, el principal factor externo es el alto costo de las nuevas tecnologías médicas (62 %). Otros factores incluyen los márgenes de ganancia de los proveedores (35 %) y las deficiencias en la calidad o financiación de los sistemas públicos (27 %). Sin embargo, los impulsores más significativos provienen del comportamiento y la gestión del sistema: el uso excesivo de servicios médicos es considerado el principal motor del costo por el 74 % de las aseguradoras; le siguen los malos hábitos de salud (52 %) y la subutilización de servicios preventivos (50 %).

En cuanto a enfermedades que más impactan los gastos, destacan el cáncer, afecciones del sistema circulatorio y trastornos musculoesqueléticos. En términos de frecuencia, predominan enfermedades digestivas, cáncer y enfermedades respiratorias. Para los próximos 18 meses, se anticipa un incremento significativo en problemas de salud mental y del comportamiento.

CONTENCIÓN Y ADAPTACIÓN: Las aseguradoras han adoptado estrategias de gestión activa de costos, incluyendo coaseguro (66 %), deducibles (63 %) y copagos (60 %). Además, impulsan redes de proveedores convenidos (73 %), telesalud (73 %) y autorizaciones previas para procedimientos complejos (71 %).

País	Inflación General	Inflación Médica	Diferencia
México	4.7 %	10.7 %	6.0 %
Argentina	43.5 %	70.7 %	27.2 %
Brasil	5.1 %	14.8 %	9.7 %
Chile	4.5 %	7.5 %	3.0 %
Colombia	4.2 %	13.0 %	8.8 %
Costa Rica	3.7 %	11.7 %	8.0 %
El Salvador	2.2 %	8.3 %	6.1 %
Guatemala	4.3 %	18.3 %	14.0 %
Honduras	5.0 %	10.8 %	5.8 %
Nicaragua	6.2 %	10.0 %	3.8 %
Panamá	3.4 %	10.5 %	7.1 %
Perú	3.6 %	8.6 %	5.0 %
MEDIA	7.5 %	16.2 %	8.7 %

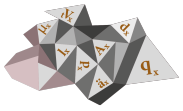
5. PERTINENCIA DEL ESTUDIO, HIPÓTESIS Y METODOLOGÍA

5.1. Pertinencia del Estudio.

La pertinencia de este estudio se fundamenta en la crisis sistémica que representa la inflación médica en México, la cual supera crónicamente a la inflación general. En 2021, alcanzó un alarmante 17 % frente al 7.4 % general, con proyecciones que la mantienen elevada en 14.9 % para 2025, subrayando la urgencia de un diagnóstico estructural. Este fenómeno representa una doble amenaza. Primero, compromete la sostenibilidad financiera del seguro de GMM, que ya registró pérdidas operativas (-1 % en 2024), demostrando que los aumentos de primas son insuficientes. Segundo, y de mayor impacto social, erosiona la asequibilidad del seguro para la población. Esto se refleja en la baja penetración del GMM, que cubre apenas al 10 % de la población, y contribuye a que México presente una de las tasas más altas de gasto de bolsillo en salud de la OCDE (41 %). Así, el problema trasciende al sector asegurador para convertirse en un asunto de bienestar público.

5.2. Hipótesis central.

La hipótesis central postula que la inflación médica en el ramo de GMM no es un fenómeno especulativo impulsado por los márgenes de las aseguradoras, sino la consecuencia de profundos desequilibrios estructurales en la oferta de servicios de salud, exacerbados por las deficiencias del sistema público. Esta hipótesis se apoya en dos pilares. El primero es el efecto derrame del sistema público: su saturación, con tiempos de espera 2.6 veces superiores a los del sector privado, obliga a más de la mitad de la población a usar los servicios privados, presionando la demanda. El segundo pilar es la estructura de mercado que recibe esta demanda: una oferta de servicios de



alta complejidad altamente concentrada, donde el 79 % de los grandes hospitales se ubican en sólo cuatro entidades. Esta concentración oligopólica, según un análisis de la COFECE, incrementa los costos de hospitalización en un 34 %. La interacción de estos factores es crítica: la ineficiencia del sistema público actúa como un subsidio inflacionario indirecto para el sector privado, eliminando un contrapeso competitivo y permitiendo a los proveedores fijar tarifas elevadas que las aseguradoras deben trasladar a las primas.

5.3. Metodología.

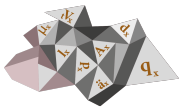
Para abordar este problema, se empleó una metodología integral que triangula análisis desde cuatro perspectivas:

- **Análisis Diagnóstico Estructural:** Se realizó una revisión de datos de fuentes como COFECE y la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas para cuantificar la magnitud del problema, identificar sus impulsores estructurales y documentar la dinámica de mercado, incluyendo la concentración de la oferta y el efecto derrame del sistema público.
- **Análisis Técnico-Actuarial:** Se examinó la evolución de las metodologías actuariales, desde los modelos deterministas tradicionales hacia enfoques estocásticos y de aprendizaje automático (GBM, Redes Neuronales), incluyendo la revisión de la Inteligencia Artificial Explicable (XAI) para garantizar la gobernanza de los modelos.
- **Análisis de Marcos Estratégicos:** Se evaluaron marcos de contención de costos como la Atención Administrada (HMO, PPO) y la Atención Basada en Valor (VBC por sus siglas en inglés), así como modelos de negocio disruptivos de actores nacionales como Salud Digna y Farmacias Similares.
- **Análisis Comparativo de Política Pública:** Se realizó un estudio de casos internacionales (Alemania, Países Bajos, Suiza) para identificar políticas efectivas en la contención de costos, como la regulación de precios y la competencia gestionada.

La síntesis de estas vertientes permite no sólo diagnosticar el problema, sino también formular un marco de soluciones que integra la estrategia empresarial, la innovación y la política pública.

6. ACTUARIA, ESTRATEGIAS Y POLÍTICA PÚBLICA

Un análisis de la inflación médica en México revela que no se origina en la especulación de las aseguradoras, sino en desequilibrios del lado de la oferta de servicios de salud. La causa principal es la alta concentración del mercado hospitalario, que otorga un poder de negociación desproporcionado a un pequeño número de grandes grupos de proveedores. Las aseguradoras, con un poder de negociación insuficiente para contrarrestar esta presión, actúan como un conducto, absorbiendo los crecientes costos y transfiriéndolos a los consumidores. Las pérdidas técnicas registradas por el sector asegurador confirman que el aumento de las primas ni siquiera logra cubrir el costo de los siniestros, lo que subraya que la raíz del problema no está en sus márgenes de ganancia.



A este factor estructural se suma la interdependencia entre el sistema de salud público y el privado. Las deficiencias y la saturación del sistema público empujan a un número creciente de pacientes a buscar atención en el sector privado. Este aumento de la demanda, frente a una oferta privada concentrada e inelástica, provoca inevitablemente un alza de precios. En efecto, la debilidad del sistema público subsidia indirectamente la inflación del sector privado. Por lo tanto, cualquier política pública enfocada únicamente en regular las primas de los seguros sería ineficaz. Según la Comisión Federal de Competencia Económica (2022), una solución sostenible debe abordar las causas de fondo: el desequilibrio de poder en el mercado de proveedores y el fortalecimiento del sistema de salud público para aliviar la presión de la demanda sobre el sector privado y romper el ciclo inflacionario.

6.1. Metodologías actuariales para la predicción y mitigación de volatilidad de la siniestralidad.

El campo de la ciencia actuarial, tradicionalmente el baluarte de la gestión de riesgos en el sector asegurador, se encuentra en medio de un proceso de transformación. Según Albarrán Lozano y Alonso González (2011), durante décadas, la práctica actuarial ha estado dominada por un paradigma fundamentado en modelos deterministas, como el método Chain-Ladder, que operan sobre datos agregados para producir estimaciones puntuales de las obligaciones futuras. Estos métodos, si bien robustos y eficientes en un entorno de datos limitados, carecen de un componente crucial en el panorama de riesgo moderno: la cuantificación explícita de la incertidumbre.

6.2. Evolución del Modelado Determinista al Estocástico

El desarrollo de la ciencia actuarial en las últimas décadas puede caracterizarse por una evolución fundamental en su objetivo principal: pasar de calcular una única mejor estimación para las reservas de siniestros a modelar una distribución completa de los posibles resultados. Este cambio ha sido impulsado por la necesidad de una gestión de riesgos más robusta y por regulaciones modernas como Solvencia II.

Revisión de los métodos deterministas tradicionales. La base de la reserva actuarial durante gran parte del siglo XX se

construyó sobre métodos deterministas. Estas técnicas producen una única estimación puntual del pasivo final sin ofrecer una medida de variabilidad. Los dos pilares de este enfoque son los métodos Chain-Ladder y Bornhuetter-Ferguson (vea el trabajo de Avanzi *et al.* (2024)).

Modelado estocástico: cuantificando la incertidumbre. Los modelos estocásticos surgieron para superar la incapacidad de los métodos deterministas de cuantificar la incertidumbre. Su propósito es estimar la variabilidad alrededor de las proyecciones deterministas utilizando modelos probabilísticos (vea el trabajo de Rius Carretero y Torra Porras (2022)).

Modelos Lineales Generalizados (GLM). Los GLM permiten modelar la frecuencia y severidad de siniestros de forma separada mediante variables explicativas. Su ventaja principal es su interpretabilidad, aunque presentan limitaciones para capturar relaciones altamente no lineales (vea el trabajo de Albarrán Lozano y Alonso González (2011)).

Método de Mack sin distribución. Este método introduce una estimación del error estándar del Chain-Ladder sin suponer ninguna distribución estocástica particular, lo que lo convierte en una herramienta robusta para la cuantificación del riesgo (vea el trabajo de Gabrielli (2021)).

Bootstrap. El método bootstrap genera miles de pseudo-muestras para estimar una distribución empírica completa de la reserva. Permite obtener intervalos de confianza y métricas de riesgo esenciales para Solvencia II (vea el trabajo de Janoušek y Pešta (2025)).

6.3. Modelos estocásticos avanzados.

A medida que aumentó la necesidad de metodologías más flexibles, surgieron los modelos estocásticos avanzados.

Modelos Bayesianos. El enfoque bayesiano permite integrar conocimiento previo en el proceso de estimación. Produce una distribución completa a posteriori para las reservas y es especialmente útil cuando los datos son escasos (vea el trabajo de Gabrielli (2021)).

Procesos Gaussianos (GP por sus siglas en inglés). Los GP representan una técnica bayesiana no paramétrica capaz de modelar directamente distribuciones sobre espacios de funciones, lo que permite capturar relaciones no lineales complejas sin imponer formas funcionales predeterminadas. Son especialmente adecuados para reservas de siniestros IBNR y proporcionan predicciones totalmente probabilísticas con medidas de incertidumbre inherentes (vea el trabajo de Avanzi *et al.* (2024)).

6.4. El aprendizaje automático en la predicción de siniestros.

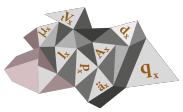
La transición a los modelos estocásticos representó el primer gran salto en la modernización actuarial al cuantificar la incertidumbre. Sin embargo, la adopción del aprendizaje automático (ML por sus siglas en inglés) marca la siguiente frontera. Este cambio representa un salto desde los modelos estadísticos que requieren que el modelador especifique explícitamente las relaciones y distribuciones, hacia algoritmos que pueden aprender patrones y relaciones complejas directamente de los datos. Esta nueva era está intrínsecamente ligada a una revolución en la disponibilidad y granularidad de los datos, creando una simbiosis en la que los modelos complejos se alimentan de datos ricos y, a su vez, demuestran el valor de recopilar dichos datos.

La Granularidad de los Datos. El cambio más fundamental que permite el aprendizaje automático es la transición en la unidad de análisis. La práctica actuarial tradicional, especialmente en la reserva de siniestros, se ha basado históricamente en el análisis de datos agregados consolidados en triángulos de desarrollo. El aprendizaje automático, sin embargo, prospera en un entorno de datos mucho más rico y detallado, impulsando el campo hacia la constitución de reservas de siniestros individuales (*individual claims reserving*). En este nuevo enfoque, los modelos se aplican directamente a nivel de póliza, asegurado o incluso siniestro, utilizando un amplio conjunto de características para cada uno (vea el trabajo de Rius Carretero y Torra Porras (2022)).

Esta revolución en la granularidad es alimentada por una explosión de nuevas fuentes de datos que eran impensables hace una década. Información en tiempo real proveniente de dispositivos del Internet de las Cosas (IoT, por sus siglas en inglés), datos telemáticos de vehículos, registros de dispositivos portátiles de salud e incluso datos no estructurados de redes sociales y notas de ajustadores proporcionan volúmenes masivos de datos de alta dimensión. Según Albarrán Lozano y Alonso González (2011), estos conjuntos contienen patrones sutiles y correlaciones no lineales que los métodos tradicionales no pueden procesar. Su aprovechamiento requiere un paso previo crucial: el preprocesamiento de datos, que incluye limpieza, transformación e ingeniería de características (*feature engineering*).

Métodos Basados en Árboles. Según Gabrielli (2021), entre las familias de algoritmos de ML, los métodos de conjunto basados en árboles de decisión han mostrado ser particularmente efectivos en aplicaciones actuariales debido a su capacidad para capturar relaciones no lineales y complejas de manera automática.

Gradient Boosting Machines (GBM): El GBM es una técnica que construye un modelo predictivo robusto de forma secuencial. Cada nuevo rbol se ajusta a los errores del modelo previo, refinando progresivamente la predicción final. Estudios especializados han mostrado que los GBM superan a los GLM en el modelado de frecuencia de siniestros y que frecuentemente



ofrecen el mejor desempeño predictivo dentro de los métodos basados en árboles.

Random Forests (Bosques Aleatorios): Los Random Forest construyen numerosos árboles en paralelo, cada uno entrenado con una muestra aleatoria de datos y características (*bagging*). Según Gabrielli (2021), esta doble aleatorización reduce la varianza y los hace altamente resistentes al sobreajuste. La predicción final se obtiene mediante promedios o votaciones entre los árboles individuales.

Aunque el GBM suele sobresalir en frecuencia, algunos estudios, como el de la Comisión Federal de Competencia Económica (2022), han mostrado que para severidad –cuyas distribuciones suelen ser sesgadas y de cola pesada— un GLM bien especificado puede superar a los árboles potenciados, demostrando que no existe un único modelo óptimo para todos los problemas actuariales.

Arquitecturas de Redes Neuronales en el Modelado Actuarial. Las redes neuronales (NN, por sus siglas en inglés) son modelos extremadamente flexibles capaces de aprender relaciones muy complejas a partir de grandes conjuntos de datos. Su uso en ciencia actuarial está creciendo rápidamente.

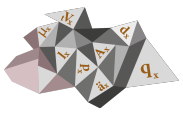
Redes Feedforward y Redes Residuales (ResNets): Una red feedforward procesa la información en una sola dirección, mientras que las redes residuales incorporan conexiones directas entre capas para facilitar el entrenamiento de redes profundas. Su uso permite ajustar modelos tradicionales como el ODP o mejorar predicciones iniciales de GLM mediante aprendizaje no lineal (vea el trabajo de Cai *et al.* (2024)).

Modelos secuenciales avanzados (RNN, DeepTriangle): Las RNN son adecuadas para datos secuenciales como el desarrollo temporal de siniestros. DeepTriangle, un modelo basado en RNN, se desarrolló específicamente para trabajar con triángulos de siniestros y capturar dependencias entre líneas de negocio (vea el trabajo de Poon (2019)).

Redes Neuronales Bayesianas (BNN, por sus siglas en inglés): Las BNN representan una frontera avanzada en ML actuarial. En lugar de aprender pesos fijos, aprenden una distribución completa sobre los pesos, permitiendo cuantificar la incertidumbre tanto del modelo como del proceso. Son especialmente valiosas en el reserving individual, donde la variabilidad es alta y la necesidad de modelos probabilísticos robustos es crítica (vea el trabajo de Balasubramanian *et al.* (2021)).

6.5. La Inteligencia Artificial Interpretable (XAI, por sus siglas en inglés).

La adopción de modelos de aprendizaje automático potentes como Gradient Boosting y redes neuronales ha introducido una tensión fundamental en el núcleo de la práctica actuarial. Si bien estos modelos ofrecen una precisión predictiva superior, a menudo lo hacen a costa de la interpretabilidad, creando lo que comúnmente se conoce como el problema de la caja negra. En un sector altamente regulado y basado en la confianza como el de los seguros, esta opacidad no es un inconveniente menor, sino un obstáculo crítico para la adopción. La solución a este desafío reside en el campo emergente de la XAI o el Aprendizaje Automático Interpretable (vea los trabajos de Cai *et al.* (2024); Balasubramanian *et al.* (2021); Gabrielli (2021)).



El dilema de la caja negra. El término caja negra se refiere a modelos de ML cuya complejidad interna es tan alta que resulta extremadamente difícil, si no imposible, para un ser humano comprender cómo llegan a una predicción específica (vea el trabajo de Cai *et al.* (2024)). A diferencia de un modelo de regresión lineal, donde se puede señalar el coeficiente de cada variable y explicar su impacto, en una red neuronal profunda con miles o millones de parámetros interconectados, la lógica de la decisión está distribuida y oculta.

Esta falta de interpretabilidad plantea problemas multifacéticos y graves para el sector asegurador:

- **Juicio Actuarial y Validación del Modelo:** Socava la capacidad del actuario para aplicar su juicio profesional. Si un modelo produce un resultado contraintuitivo, es imposible saber si ha descubierto un patrón genuino y sutil o si es el resultado de un error en los datos o un sobreajuste. La validación se convierte en un desafío.
- **Cumplimiento Regulatorio:** Los reguladores de seguros alrededor del mundo exigen que las prácticas de tarificación y reserva sean justas, transparentes y no discriminatorias. Demostrar el cumplimiento de estas normativas es casi imposible con un modelo opaco. Las aseguradoras deben poder explicar y justificar sus decisiones a los reguladores (vea el trabajo de Balasubramanian *et al.* (2021)).
- **Confianza de las Partes Interesadas:** La adopción de estos modelos se ve frenada por la reticencia de los líderes empresariales. Los ejecutivos son reacios a reemplazar los GLM, que entienden y en los que confían, por algoritmos que no pueden comprender. Del mismo modo, los clientes tienen derecho a saber por qué se les ha denegado cobertura o por qué su prima ha aumentado, y los modelos de caja negra no pueden proporcionar estas explicaciones (vea el trabajo de Gabrielli (2021)).

Interpretabilidad del modelo XAI. El campo de XAI ha surgido como una respuesta directa al dilema de la caja negra, proporcionando un conjunto de técnicas y metodologías para arrojar luz sobre el funcionamiento interno de los modelos complejos. Estas técnicas se pueden clasificar en dos grandes categorías: interpretabilidad global y local.

Interpretabilidad Global:

- **Importancia de las Características (Feature Importance):** Cuantifica la contribución global de cada variable al rendimiento del modelo. Características cuya permutación reduce fuertemente la precisión se consideran más importantes.
- **Gráficos de Dependencia Parcial y Gráficos de Efectos Locales Acumulados (ALE):** Estas herramientas muestran el efecto marginal que una o dos características tienen sobre el resultado predicho del modelo, incluso en presencia de correlaciones.

Interpretabilidad Local:

- **SHAP (SHapley Additive exPlanations):** Método basado en teoría de juegos que asigna a cada característica una contribución cuantitativa a la predicción.
- **LIME (Local Interpretable Model-Agnostic Explanations):** Construye un modelo local simple para explicar una predicción específica en la vecindad de los datos reales.

La inteligencia accionable. La industria de seguros se enfrenta a una paradoja: los modelos más poderosos son también los menos explicables, dificultando su adopción en un entorno regulado. XAI actúa como un puente que permite aprovechar la precisión del ML sin sacrificar transparencia y gobernanza (vea el trabajo de Perumalsamy *et al.* (2023).)

XAI también habilita ciclos completos de mejora del modelado, permitiendo construir características más sofisticadas y modelos híbridos (ML-boosted GLM) que combinan precisión y explicabilidad (vea el trabajo de Perumalsamy *et al.* (2023)).

6.6. Mitigación Proactiva de Riesgos: Integrando la Predicción con la Acción.

Las metodologías predictivas no generan valor por sí mismas, sino cuando se integran en estrategias que permiten a las aseguradoras pasar de una postura reactiva a una proactiva.

Del proxy a la causa. El sector asegurador está migrando de usar datos estáticos a datos dinámicos provenientes de telemática e IoT, permitiendo observar el comportamiento real del cliente. La economía del comportamiento ayuda a reforzar la modificación de conducta, creando ciclos de retroalimentación donde precios personalizados y descuentos influyen en la conducción más segura.

Prevención de pérdidas y eficiencia operativa algorítmica.

Detección avanzada de fraude: El ML identifica patrones sutiles y redes de fraude imposibles de detectar manualmente.

Suscripción y puntuación de riesgo automatizadas: Algoritmos analizan datos de solicitantes y asignan puntuaciones de riesgo, acelerando la suscripción.

Gestión de siniestros optimizada: NLP y visión por computadora permiten evaluar daños, procesar documentos y agilizar la resolución de casos (vea el trabajo de Perumalsamy *et al.* (2023)).

Gestión estarégica del capital del riesgo.

Tarificación dinámica y personalizada: Los modelos basados en uso ajustan primas según comportamiento real.

Estrategias de reaseguro informadas por IA: Las aseguradoras obtienen mejores predicciones de pérdidas, mejorando su estrategia de retención.

Respuesta proactiva a catástrofes: Modelos climáticos y geoespaciales permiten anticipar daños, enviar alertas y preparar recursos.

El ciclo funciona así:

- Recopilación de Datos Granulares
- Predicción de Riesgo
- Intervención de Mitigación
- Modificación del Comportamiento
- Generación de Nuevos Datos
- Refinamiento del Modelo

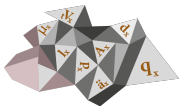
Un sistema que integra predicción y mitigación permite un seguro más justo, preciso y preventivo.

6.7. Estudios de caso y cuantificación del impacto.

Las discusiones teóricas sobre metodologías avanzadas cobran vida cuando se examina su implementación en el mundo real. Las aseguradoras de todo el mundo, tanto las incumbentes establecidas como las ágiles Insurtechs, están aplicando activamente la inteligencia artificial y el aprendizaje automático para transformar sus operaciones. Esta sección fundamenta los conceptos anteriores en evidencia práctica, sintetizando estudios de caso para demostrar el impacto tangible y cuantificable de estos nuevos métodos en la predicción y mitigación de la siniestralidad.

La integración de la IA en las aseguradoras. Las grandes aseguradoras establecidas, con sus sistemas y procesos heredados, se enfrentan al desafío de integrar la IA en sus operaciones existentes. Sin embargo, los casos de éxito demuestran que la modernización es posible y altamente rentable.

- **Aviva:** La aseguradora global Aviva ha adoptado la IA en múltiples frentes. En Francia, la implementación de la plataforma de IA de Appian en 2015 revolucionó su proceso de siniestros, aumentando la proporción de liquidaciones en el mismo día del 1 % al 25 % para 2021. Además, en colaboración con la empresa de IA Tractable,

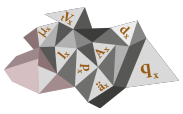


Aviva utiliza visión por computadora para analizar fotos de daños en viviendas y automóviles, lo que permite una evaluación remota precisa y consistente. A nivel de grupo, Aviva ha acelerado la evaluación de responsabilidad en 23 días, mejorado la precisión del enrutamiento en un 30 %, reducido las quejas en 65 % y ahorrado 100 millones de libras esterlinas.

- **Zurich Insurance Group:** Zurich ha implementado soluciones de IA para abordar desafíos específicos con resultados sobresalientes. Su "Agente Inteligente de Catástrofes" (CATIA) automatiza la tramitación de siniestros derivados de desastres naturales. En 2023, CATIA identificó 500 siniestros adicionales que habrían pasado desapercibidos y generó ahorros de $1.4 millones (vea el trabajo de Editor team (2025)). Asimismo, Zurich UK utiliza la plataforma de automatización Sprout.ai, que procesó 2,000 siniestros con una precisión del 98 %.
- **Allianz:** Para combatir el fraude, Allianz UK utiliza la herramienta de aprendizaje automático *Incognito*, que identifica siniestros sospechosos en tiempo real. Hasta diciembre de 2023, esta tecnología había protegido £1.7 millones en pagos y mantenido bajo revisión otros £3.4 millones.
- **Aseguradora Nórdica:** Un caso destacado es el de una aseguradora líder en los países nórdicos que enfrentaba grandes volúmenes de datos no estructurados. Con la herramienta EY Fabric Document Intelligence —basada en OCR y NLP— logró extraer automáticamente el 70 % de documentos, eliminando tareas manuales y acelerando decisiones clave.
- **Compensa Poland:** Esta filial del Vienna Insurance Group implementó una solución de autoservicio de siniestros basada en IA. El sistema automatiza el proceso desde el FNOL hasta la liquidación. Los resultados incluyeron un aumento del 73 % en eficiencia de costes y una mejora del 10 % en la precisión de los siniestros.

La disrupción de las insurtech: modelos de negocio nativos de IA. A diferencia de las aseguradoras tradicionales, las Insurtech están diseñadas desde cero con la IA como núcleo operativo, permitiendo modelos radicalmente más eficientes.

- **Lemonade:** La empresa combina IA con economía del comportamiento para redefinir la experiencia del seguro. Su bot de siniestros es capaz de evaluar y pagar reclamaciones simples en tan sólo tres segundos. Esto reduce drásticamente los costos y transforma las expectativas del cliente (vea el trabajo de A WNS Perspective y The Future Laboratory (2025)).
- **Haven Life:** En el sector de seguros de vida, Haven Life (respaldada por MassMutual) utiliza un sistema de suscripción basado en IA que analiza datos del solicitante y emite pólizas en 20 minutos, reduciendo un proceso que antes tomaba semanas.



Síntesis de las ganancias reportadas. Al consolidar los resultados de los casos anteriores, surge un panorama claro de los beneficios cuantitativos que aporta la adopción de IA:

Tabla 1 Síntesis de Estudios de Caso: Implementación de IA e Impacto Cuantificable

Compañía	Área del Negocio	Tecnología de IA	Caso de Uso	Impacto Cuantitativo
Aviva France	Siniestros	IA (Appian)	Liquidación acelerada	1–25 % liquidaciones mismo día (2015–2021)
Aviva Grupo	Siniestros	IA/ML, Visión	Diagnóstico y responsabilidad	−65 % quejas; 100M£ahorro
Zurich	Catástrofes	CATIA	Automatización	$1.4M ahorro (2023)
Zurich UK	Siniestros	Sprout.ai	Procesamiento	98 % precisión
Allianz UK	Fraude	ML (Incognito)	Detección fraude	£1.7M pagos salvados
Lemonade	Siniestros	Bots IA	Liquidación instantánea	3 segundos
Compensa Poland	Siniestros	Analítica Avanzada	Autoservicio	+73 % eficiencia; +10 % precisión
Aseguradora Nórdica	Siniestros	OCR/NLP	Extracción documental	70 % documentos interpretados
Haven Life	Suscripción	IA	Emisión pólizas	20 minutos

La evidencia muestra tres beneficios transversales:

- **Eficiencia y reducción de costes:** La automatización de tareas rutinarias puede reducir costes de siniestros hasta 30 % y liberar hasta 40 % del tiempo del personal de suscripción.
- **Precisión y rentabilidad:** Los modelos predictivos aumentan márgenes en 15–20 % y la detección de fraude puede reducir costes de liquidación entre 20–40 %.
- **Experiencia del cliente:** La velocidad de liquidación en segundos (Lemonade) y la reducción de tiempos de análisis (Aviva) fortalecen la retención y satisfacción del cliente (vea el reporte elaborado por A WNS Perspective y The Future Laboratory (2025)).

6.8. El actuario mejorado por la IA y las fronteras éticas

.La rápida integración de la inteligencia artificial en el núcleo de la industria aseguradora no sólo está remodelando los procesos y modelos de negocio, sino que también está provocando una profunda reevaluación del papel y las responsabilidades del profesional actuarial. Lejos de ser una amenaza existencial, la IA se perfila como una herramienta de aumento que libera a los actuarios de tareas rutinarias y los eleva a un rol más estratégico. Sin embargo, este nuevo poder conlleva una responsabilidad crítica: la de navegar por las complejas fronteras éticas que surgen con el uso de estas tecnologías avanzadas (vea el trabajo de Lorenzoni y Reilly (2022)).

El actuario mejorado por la IA. La inteligencia artificial no reemplazará a los actuarios, sino que transformará su rol. La tecnología está automatizando tareas repetitivas, permitiendo que el actuario evolucione de ser un calculador de riesgos a convertirse en un estratega y supervisor de modelos de IA,

conocido como el actuario mejorado por la IA. Para tener éxito en este nuevo entorno, los profesionales deben combinar habilidades tradicionales y modernas. Los fundamentos en matemáticas y estadística siguen siendo cruciales para validar los algoritmos y evitar que la IA sea una caja negra.

A esto se suma la necesidad obligatoria de dominar la ciencia de datos, la programación en Python y R, y la ingeniería de prompts para interactuar eficazmente con la IA. Finalmente, a medida que la IA se encarga del análisis técnico, las habilidades humanas —pensamiento estratégico, comunicación efectiva, juicio ético y creatividad— se vuelven más importantes que nunca.

Desafíos éticos y la IA responsable. El uso de la inteligencia artificial en el sector actuarial presenta riesgos significativos. Uno de los más importantes es el sesgo algorítmico, donde modelos entrenados con datos históricos pueden perpetuar discriminación o introducir precios injustos. Otro desafío es la privacidad y seguridad, dado que la IA requiere grandes volúmenes de datos sensibles. La naturaleza de "caja negra" de muchos modelos dificulta explicar decisiones a clientes y reguladores. La hiperpersonalización también amenaza el principio de solidaridad del seguro. Una tarificación excesivamente individualizada podría excluir a personas de mayor riesgo, erosionando el propósito social de la industria.

Recomendaciones estratégicas para los líderes actuariales. Para prosperar en la era de la IA, los líderes actuariales deben fomentar una cultura de aprendizaje continuo, invirtiendo en capacitación para desarrollar las competencias del actuario mejorado por la IA. Se requiere una gobernanza robusta con marcos que prioricen ética, transparencia y auditorías independientes. La colaboración interdisciplinaria se vuelve esencial: actuarios, científicos de datos, expertos legales y directivos deben trabajar juntos. Además, las organizaciones deben participar activamente con los reguladores para cocrear normas que protejan al consumidor sin frenar la innovación responsable.

En este contexto, el actuario se convierte en el guardián ético de la IA. Mientras la ciencia de datos se enfoca en la predicción, la profesión actuarial se centra en la equidad y la responsabilidad. La pregunta crítica es: ¿quién garantiza que la IA sea justa? La respuesta es el actuario, actuando como el indispensable "humano en el bucle" que asegura la confianza del público.

7. MARCO ESTRATÉGICO DE TRABAJO PARA ASEGURADORAS Y PROVEEDORES

Más allá de la tarificación y la predicción de costos, la contención efectiva de la inflación médica requiere que las aseguradoras y los proveedores de servicios de salud adopten marcos operativos que gestionen activamente la prestación de la atención. En lugar de simplemente reaccionar a los costos, estas estrategias buscan influir en ellos a través de una mejor coordinación, la alineación de incentivos y la promoción de la eficiencia. Esta sección explora dos paradigmas dominantes, la Atención Administrada (MC por sus siglas en inglés) y la VBC así como las estrategias de fomento de la prevención y la participación del consumidor.

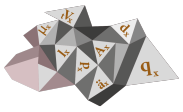
Tabla 2 Análisis Comparativo de las Metodologías de Modelado Actuarial

Familia de Modelos	Modelo Específico	Granularidad	Supuestos Clave	Poder Predictivo	Interpretabilidad	Costo	Caso de Uso
Determinista	Chain-Ladder	Agregado	Patrones estables de desarrollo.	Bajo	Alta	Muy Bajo	Estimación rápida de reservas estables.
Determinista	Bornhuetter-Ferguson	Agregado	Combina desarrollo con tasa esperada.	Bajo–Medio	Alta	Bajo	Reservas con datos limitados.
Estocástico	GLM	Granular + Agregado	Relación lineal y supuestos de independencia.	Medio	Alta	Bajo–Medio	Tarificación y frecuencia/severidad.
Estocástico	Mack	Agregado	Supuestos sobre momentos de la varianza.	Bajo	Alta	Bajo	Error de predicción de reservas.
Estocástico	Bootstrap	Mixto	Distribución empírica basada en datos.	Medio	Media	Alto	Distribución predictiva completa.
Aprendizaje automático	GBM	Granular	Interacciones no lineales complejas.	Muy Alto	Baja	Alto	Fraude y frecuencia.
Aprendizaje automático	Random Forest	Granular	Bagging para reducir varianza.	Alto	Baja	Alto	Alternativa robusta a GBM.
Aprendizaje automático	RNN	Secuencial	Patrones temporales complejos.	Muy Alto	Muy Baja	Muy Alto	DeepTriangle; siniestros individuales.
Aprendizaje automático	BNN	Granular	NN + inferencia bayesiana.	Muy Alto	Muy Baja	Muy Alto	Modelado probabilístico complejo.

7.1. MC: disciplinando la utilización y el costo.

La MC es un sistema de prestación de servicios de salud que integra las funciones de financiamiento y entrega de la atención con el objetivo explícito de controlar los costos, la utilización de servicios y la calidad. En lugar de un modelo de indemnización pasiva donde la aseguradora simplemente paga las facturas, la MC interviene activamente en el proceso de atención. Esto se logra a través de varios modelos y mecanismos clave. Los modelos de organización de atención administrada (MCO, por sus siglas en inglés) varían en su grado de control y flexibilidad:

- **Organización para el Mantenimiento de la Salud (HMO - Health Maintenance Organization):** Este es el modelo más restrictivo y, por lo tanto, el que ofrece mayor potencial de control de costos. Las HMOs operan con una red limitada de proveedores. Los miembros deben utilizar exclusivamente a estos proveedores para que sus servicios estén cubiertos. Un elemento central es la figura del Médico de Atención Primaria (PCP - Primary Care Provider), quien actúa como guardián o gatekeeper, coordinando toda la atención del paciente y autorizando las derivaciones a especialistas. La cobertura para servicios fuera de la red suele ser nula, excepto en emergencias. Este estricto control sobre la red y el acceso a especialistas permite a la HMO gestionar la utilización de manera muy rigurosa.
- **Organización de Proveedores Preferentes (PPO - Preferred Provider Organization):** Este modelo ofrece más flexibilidad al paciente. Las PPO también establecen una red de proveedores con los que negocian tarifas con des-



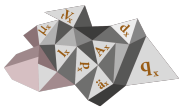
cuento. Los miembros son incentivados a utilizar esta red a través de un menor costo compartido (copagos, coaseguros). Sin embargo, a diferencia de las HMO, los miembros de una PPO pueden optar por recibir atención de proveedores fuera de la red, aunque asumiendo un costo personal significativamente mayor.
- **Punto de Servicio:** Este es un modelo híbrido que combina características de los dos anteriores. Al igual que en una HMO, los miembros eligen un PCP que actúa como coordinador. Sin embargo, como en una PPO, tienen la opción de buscar atención fuera de la red, asumiendo un costo más alto (vea el trabajo de Namburi y Tadi (2023)).

Independientemente del modelo específico, las MCO utilizan una serie de palancas o herramientas comunes para gestionar los costos:

- **Redes de Proveedores:** La base de la MC es la contratación selectiva de médicos, hospitales y otros proveedores que aceptan ofrecer sus servicios a tarifas reducidas a cambio del volumen de pacientes que la aseguradora les canaliza.
- **Autorización Previa (o Precertificación):** Este es un mecanismo de gestión de la utilización fundamental. Para ciertos procedimientos, cirugías o medicamentos de alto costo, el proveedor debe obtener la aprobación de la aseguradora antes de realizarlos. El objetivo es verificar la necesidad médica del servicio y evitar tratamientos innecesarios o de mayor costo cuando existen alternativas más eficientes.
- **Formularios y Niveles de Medicamentos:** Las aseguradoras gestionan los costos farmacéuticos mediante el uso de formularios (listas de medicamentos cubiertos) y niveles. Los medicamentos se agrupan en diferentes niveles, cada uno con un nivel de costo compartido diferente para el paciente. Típicamente, los medicamentos genéricos se encuentran en el nivel más bajo, mientras que los medicamentos de marca sin alternativas genéricas se ubican en los niveles más altos. Esto crea un fuerte incentivo financiero para que pacientes y médicos opten por opciones de mejor relación costo-efectividad.

7.2. Alineando el pago con los resultados.

La VBC representa una evolución conceptual y estratégica del paradigma de la atención médica. Su principio fundamental es transformar el sistema de remuneración de los proveedores, pasando de un modelo de pago por servicio (FFS, por sus siglas en inglés) a modelos que recompensan la calidad de la atención, la eficiencia y, sobre todo, los resultados de salud positivos para los pacientes. Mientras que el FFS incentiva la cantidad de servicios, el VBC busca alinear los incentivos financieros con la calidad y el valor.



Según Carter (2024), las características clave de un sistema VBC incluyen un fuerte énfasis en la atención preventiva, la coordinación de la atención entre diferentes proveedores, la toma de decisiones clínicas basada en datos y evidencia, y una mejora medible en los resultados de salud de los pacientes a un costo total menor. Para lograr esta alineación, el VBC se implementa a través de diversos modelos de pago alternativos (APM, por sus siglas en inglés):

- **Organizaciones de atención responsable (ACO, por sus siglas en inglés):** Son grupos de médicos, hospitales y otros proveedores que asumen responsabilidad colectiva por la calidad y el costo total de la atención de una población definida. Si una ACO logra proporcionar atención de alta calidad y reducir los costos por debajo de un punto de referencia preestablecido, comparte los ahorros generados con la aseguradora. Algunos modelos incluyen riesgo compartido a la baja.
- **Pagos agrupados:** Se establece un pago único y predeterminado para cubrir todos los servicios relacionados con un episodio de atención completo —por ejemplo, un reemplazo de rodilla— incentivando la coordinación y la eficiencia entre los proveedores involucrados.
- **Capitación:** En este modelo, la aseguradora paga al proveedor una cantidad fija por miembro por mes (PMPM), cubriendo todas las necesidades médicas del paciente independientemente del número de servicios utilizados. Esto transfiere el riesgo financiero al proveedor, incentivando la prevención y el manejo de enfermedades crónicas.

El papel de la ciencia actuarial es indispensable en el diseño y la implementación de estos modelos. Los actuarios analizan datos complejos, pronostican el desempeño de los proveedores bajo distintos escenarios y ayudan a estructurar acuerdos de riesgo compartido que sean sostenibles para ambas partes (vea los trabajos de Stevens (2020); Government Finance Officers Association (2014)).

7.3. Fomento de la prevención y la participación del consumidor.

Una estrategia clave para contener los costos de la salud se centra en influir directamente en el comportamiento del consumidor. Las aseguradoras y empleadores buscan moderar la demanda a través de varias tácticas. Primero, promueven activamente la atención preventiva cubriendo al 100 % chequeos, vacunas y pruebas de detección. La lógica es que es más económico prevenir enfermedades o tratarlas en etapas tempranas que gestionar complicaciones costosas más adelante. Segundo, el diseño de beneficios, mediante deducibles y copagos, hace que los pacientes sean más conscientes del costo, incentivándolos a usar alternativas eficientes como clínicas de

urgencia en lugar de emergencias hospitalarias. Adicionalmente, los programas de bienestar ofrecen recompensas por hábitos saludables, como ir al gimnasio o dejar de fumar. Finalmente, la educación del paciente es crucial, proporcionando herramientas para que entiendan sus beneficios, usen proveedores de la red y tomen decisiones informadas, optimizando así el uso de los recursos y controlando los gastos.

7.4. Fomento de la prevención y la participación del consumidor.

Una estrategia clave para contener los costos de la salud se centra en influir directamente en el comportamiento del consumidor. Las aseguradoras y empleadores buscan moderar la demanda a través de varias tácticas. Primero, promueven activamente la atención preventiva cubriendo al 100 % chequeos, vacunas y pruebas de detección. La lógica es que es más económico prevenir enfermedades o tratarlas en etapas tempranas que gestionar complicaciones costosas más adelante. Segundo, el diseño de beneficios, mediante deducibles y copagos, hace que los pacientes sean más conscientes del costo, incentivándolos a usar alternativas eficientes como clínicas de urgencia en lugar de emergencias hospitalarias. Adicionalmente, los programas de bienestar ofrecen recompensas por hábitos saludables, como ir al gimnasio o dejar de fumar. Finalmente, la educación del paciente es crucial, proporcionando herramientas para que entiendan sus beneficios, usen proveedores de la red y tomen decisiones informadas, optimizando así el uso de los recursos y controlando los gastos (vea el trabajo de Government Finance Officers Association (2014)).

7.5. La evolución de la MC hacia la VBC.

Los paradigmas de MC y VBC no son modelos opuestos, sino un continuo evolutivo. La MC funciona como la base necesaria para la VBC, enfocándose en controlar costos mediante la gestión de la utilización y redes de proveedores (el qué y el dónde de la atención). Es una estrategia que disciplina al sistema para evitar gastos innecesarios. Por otro lado, la VBC es más proactiva y sofisticada. No sólo busca evitar la atención innecesaria, sino que invierte activamente en la atención correcta en el momento adecuado, como la prevención y el manejo de enfermedades crónicas, para mejorar los resultados de salud y reducir costos a largo plazo. Sin embargo, para que los modelos VBC funcionen, necesitan los pilares que construye la MC: redes de proveedores definidas, sistemas de datos robustos y la capacidad de gestionar las trayectorias de los pacientes (vea el artículo de Carter (2024)).

Para el mercado mexicano, que tiene elementos de MC no estandarizados, un salto directo a la VBC es arriesgado. La ruta más pragmática es primero fortalecer y estandarizar la infraestructura de la MC. Una vez establecida esta base disciplinaria, el mercado estará mejor preparado para lanzar programas piloto de VBC, comenzando con modelos de riesgo compartido simples y expandiéndolos gradualmente (vea el trabajo de Stevens (2020)).

7.6. El desafío central: De la adversidad a la colaboración.

El desafío fundamental en la gestión de la salud es la histórica desalineación de incentivos entre aseguradoras y proveedores. En el modelo tradicional de pago por servicio, sus objetivos son opuestos: la aseguradora busca minimizar costos mientras el proveedor maximiza los servicios para aumentar ingresos, creando una relación adversarial.

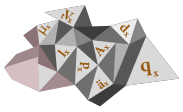
La MC gestiona este conflicto con reglas y controles como redes de proveedores y autorizaciones previas. Aunque controla costos, genera fricción y cargas administrativas. En contraste, la VBC busca resolver el problema de raíz realineando los incentivos. En modelos como los de ahorros compartidos, si los proveedores ofrecen atención eficiente y de alta calidad a un costo menor, tanto ellos como la aseguradora se benefician. La relación pasa de ser un juego de suma cero a uno de suma positiva, donde ambos ganan al mejorar el valor para el paciente. Para que esto funcione, la implementación de estos modelos en México requiere un grado significativo de confianza, transparencia e integración de datos, evolucionando desde una lógica de empresa aislada hacia una empresa integrada centrada en el paciente. Superar esta barrera representa el reto más importante para lograr una contención de costos sostenible (vea el trabajo de Government Finance Officers Association (2014)).

8. POLÍTICA PÚBLICA Y ESTUDIOS DE CASO INTERNACIONALES.

La contención de la inflación médica no es un desafío exclusivo de México. Los sistemas de salud de todo el mundo, especialmente aquellos con un componente privado significativo, han enfrentado presiones de costos similares. El análisis de sus experiencias ofrece un valioso repertorio de políticas y marcos regulatorios que pueden informar el diseño de soluciones para el contexto mexicano. Esta sección examina intervenciones a nivel gubernamental, comenzando con una tabla comparativa de enfoques, seguida de estudios de caso detallados sobre la regulación de precios farmacéuticos en Estados Unidos y los sistemas de salud de Alemania, Países Bajos y Suiza.

8.1. Regulación de precios farmacéuticos: la ley de reducción de la inflación en EE.UU.

El costo de los medicamentos es uno de los principales impulsores de la inflación médica a nivel mundial. Históricamente, Estados Unidos se había abstenido de una regulación directa de



■ **Tabla 3** Tabla comparativa de sistemas internacionales de contención de costos

País	Modelo de Financiamiento	Mecanismos Primarios de Control de Costos	Control de Precios Farmacéuticos	Lección Clave para México
Estados Unidos	Mezcla de seguros públicos (Medicare/Medicaid) y privados (basados en el empleador e individuales).	Atención Administrada (HMOs, PPOs), competencia entre aseguradoras, alto costo compartido para el paciente.	Negociación directa de precios para medicamentos seleccionados en Medicare (post-IRA).	La negociación directa de precios de medicamentos por parte del gobierno es una herramienta potente y factible, aunque políticamente compleja.
Alemania	Sistema dual: seguro de salud estatutario (SHI) obligatorio y seguro privado (PHI) para ciertos grupos.	Negociación colectiva de tarifas y presupuestos globales ("Acción Concertada"), topes sectoriales de gasto, planificación de la capacidad hospitalaria.	Sistema de precios de referencia y negociación de descuentos.	La concertación entre todos los actores del sistema (gobierno, aseguradoras, proveedores) para establecer tarifas y presupuestos puede imponer disciplina de costos a nivel macro.
Países Bajos	Seguro de salud privado obligatorio para todos los residentes, con subsidios gubernamentales.	Competencia gestionada entre aseguradoras privadas, fondo de ecualización de riesgos robusto, fuerte rol de atención primaria como gatekeeper.	Negociación entre aseguradoras y farmacéuticas.	Un modelo de competencia regulada puede funcionar, pero requiere mecanismos sofisticados para evitar selección adversa y controlar el acceso a especialidades.
Suiza	Seguro de salud privado obligatorio para todos los residentes, con subsidios gubernamentales.	Alto costo compartido obligatorio (franquicia + coaseguro), precios regulados para proveedores y fuerte competencia entre aseguradoras.	Sistema de precios de referencia y revisiones periódicas.	El uso de incentivos del lado del consumidor puede moderar la demanda, pero debe equilibrarse con subsidios para garantizar la asequibilidad.

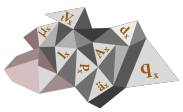
precios a nivel federal, permitiendo que las fuerzas del mercado y las negociaciones entre fabricantes y los gestores de beneficios farmacéuticos determinaran los precios. Sin embargo, según PNC Bank (2022), la Ley de Reducción de la Inflación (IRA, por sus siglas en inglés), promulgada en 2022, representó un cambio de paradigma al autorizar por primera vez al gobierno federal, a través de Medicare, a negociar directamente los precios de ciertos medicamentos recetados de alto costo.

El mecanismo de negociación de la IRA está cuidadosamente estructurado. No se aplica a todos los medicamentos, sino a un número limitado de fármacos seleccionados anualmente que cumplen criterios específicos: deben encontrarse entre los de mayor gasto para Medicare y no tener competencia de genéricos o biosimilares. El proceso inicia con un intercambio de información entre la CMS y el fabricante, quien entrega datos sobre costos de I+D, producción y distribución. La CMS evalúa esta información en conjunto con el beneficio clínico del medicamento frente a alternativas existentes. Tras un proceso de ofertas y contraofertas, se determina el *precio justo máximo*, que es el monto final que Medicare pagará por ese medicamento.

Además, la IRA introduce los llamados reembolsos por inflación: si un fabricante aumenta el precio de un medicamento por encima de la inflación general, debe reembolsar la diferencia a Medicare. Este mecanismo crea un fuerte desincentivo contra aumentos de precios desproporcionados. La política ha sido polémica, especialmente debido a la "penalización de píldoras", que acorta los periodos de exclusividad para medicamentos pequeños en comparación con los biológicos, lo que según críticos podría desincentivar la innovación (vea el trabajo de Martin (2025)).

8.2. Estudio de caso: El sistema de pagador múltiple y acción concertada de Alemania.

El sistema de salud alemán combina un seguro estatutario, que cubre a la gran mayoría de la población, con un seguro privado (PHI, por sus siglas en inglés) para individuos de mayores ingresos, funcionarios públicos y autónomos. Alemania posee una larga tradición de contención de costos basada en una filosofía fundamental: el sistema no puede gastar más de lo que ingresa.



El principal instrumento de disciplina fiscal es la Acción Concertada en Salud (*Konzertierte Aktion im Gesundheitswesen*), un órgano legalmente establecido desde 1977 que reúne a todos los actores del sistema: cajas de enfermedad, asociaciones de médicos y hospitales, sindicatos, empleadores y autoridades gubernamentales. En este foro se negocian directrices nacionales para la evolución de gastos y tarifas, creando un esquema de fijación uniforme de precios para todos los pagadores (*all-payer rate setting*), lo cual limita la competencia basada en precios (vea el trabajo de Schneider (1991)).

Este mecanismo se complementa con presupuestos sectoriales globales para ambulatorio, hospitalario y productos farmacéuticos. Si la utilización rebasa los presupuestos, los honorarios se reducen proporcionalmente, incentivando a los proveedores a gestionar la demanda. No obstante, Alemania también enfrenta desafíos derivados del uso excesivo de servicios y de su alta densidad de camas hospitalarias. Informes recientes destacan que la sobreutilización diagnóstica genera costos innecesarios y potencial daño al paciente. Las recomendaciones actuales enfatizan una mejor planificación hospitalaria basada en necesidades reales y estructuras de compensación que premien decisiones clínicas de calidad (vea el trabajo de Grote Westrick *et al.* (2019)).

8.3. Estudio de Caso: La competencia gestionada en los Países Bajos.

El sistema de salud de los Países Bajos es un ejemplo destacado de competencia gestionada, un modelo que combina la eficiencia y la innovación de los mercados privados con objetivos sociales de acceso universal y solidaridad. Desde la reforma de 2006, todos los residentes están obligados a contratar un seguro de salud privado con un paquete básico estandarizado. Las aseguradoras privadas compiten entre sí por los clientes en función del precio y la calidad del servicio (vea el trabajo de Grote Westrick *et al.* (2019)). Para evitar la selección adversa —donde las aseguradoras atraerían sólo a jóvenes y sanos— el sistema holandés se sustenta en pilares regulatorios clave:

- **Aceptación obligatoria:** Las aseguradoras deben aceptar a cualquier solicitante del seguro básico, sin importar edad o condiciones preexistentes.
- **Fondo de Ecualización de Riesgos (Risk Equalization Fund):** Mecanismo que transfiere recursos entre aseguradoras según el riesgo de sus afiliados. Utiliza modelos predictivos basados en edad, sexo, historial farmacéutico y diagnóstico para estimar el costo esperado de cada

asegurado, eliminando incentivos para el *cherry-picking*.

- **Fuerte atención primaria como *gatekeeper*:** Los pacientes deben registrarse con un médico de cabecera que coordina la atención y autoriza el acceso a especialidades, lo cual reduce costos y controla la utilización (vea el trabajo de Lindner y Hayen (2023)).

Además de la competencia regulada, los Países Bajos han sido pioneros en modelos de VBC. El Programa de Ahorros Compartidos de Menzis ha mostrado reducciones significativas en derivaciones y costos (vea el trabajo de Theunissen *et al.* (2023)). Según esta entrada escrita por Wikipedia contributors (2022), iniciativas como la Red del Corazón de los Países Bajos (*Netherlands Heart Network*) coordinan niveles y proveedores de atención para pacientes cardíacos.

8.4. Estudio de caso: El modelo suizo de cobertura privada universal.

El sistema suizo comparte similitudes con el holandés debido al mandato de seguro privado obligatorio. Suiza, sin embargo, enfatiza los incentivos del consumidor y una regulación de precios estricta. Su principal característica es el alto nivel de costo compartido: cada asegurado elige una franquicia anual entre 300 y 2,500 CHF, y después debe cubrir un coaseguro del 10 % hasta un máximo anual de 700 CHF (vea el reporte de International Citizens' Insurance (2025)).

Este diseño incentiva que los asegurados sean conscientes de los costos de atención. Para evitar que el gasto de bolsillo sea una barrera, el sistema otorga subsidios directos a personas y familias de bajos ingresos. Aunque las aseguradoras son privadas, los precios de proveedores y medicamentos están regulados o negociados bajo un marco federal. La Oficina Federal de Salud Pública (FOPH) revisa tarifas y precios cada año (vea el trabajo de Kreier y Zweifel (2010)).

Los consumidores pueden optar por modelos HMO, PPO o telemedicina que restringen la libre elección a cambio de primas reducidas. Además, las aseguradoras tienen prohibido obtener ganancias del seguro básico, limitando las utilidades a pólizas complementarias (vea el trabajo de De Pietro *et al.* (2015)).

8.5. La necesidad de una regulación activa en los mercados de seguros privados.

La comparación entre Alemania, Países Bajos y Suiza revela una verdad inequívoca: la contención de costos en sistemas de seguros de salud privados no surge del libre mercado, sino de una intervención gubernamental robusta. Todos estos países han construido marcos regulatorios diseñados para corregir fallas de mercado como selección adversa, riesgo moral e información asimétrica (vea el trabajo de Cohn (2011)).

En Alemania, la Acción Concertada y los presupuestos globales fijan precios y gastos. En Países Bajos, la competencia se desarrolla dentro de una "jaula regulatoria", cuyo pilar crítico es el fondo de ecualización de riesgos. En Suiza, el mandato obligatorio convive con una regulación estricta de proveedores y precios farmacéuticos (vea el trabajo de Global Legal Insights (2024)).

La lección para México es clara: avanzar hacia eficiencia y sostenibilidad requiere fortalecer la capacidad regulatoria del Estado. Las recomendaciones de COFECE sobre transparencia, supervisión y regulación del mercado están alineadas con la evidencia internacional.

8.6. El compromiso ineludible entre la libre elección y el control de costos.

El análisis internacional demuestra que existe un compromiso estructural entre libertad de elección y control de costos. Los sistemas que han logrado una mayor contención del gasto han limitado explícitamente la elección de proveedores.

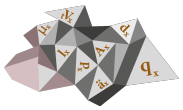
En Alemania, los presupuestos globales reducen el valor del servicio cuando aumenta la demanda, desincentivando la sobreutilización (vea el trabajo de Cohn (2011)). En Países Bajos, el gatekeeping restringe el acceso libre a especialistas. Según esta entrada escrita por Wikipedia contributors (2022), en Suiza, los consumidores eligen entre libertad total con primas altas, o modelos de MC con primas reducidas.

Para México, esto implica que no es realista pretender una contención significativa de costos sin modificar la forma en la que pacientes y proveedores toman decisiones. La sostenibilidad del sistema podría requerir incentivos más fuertes o incluso mandatos para fomentar el uso de redes, rutas de atención coordinadas y mecanismos de gestión de utilización.

9. EL SISTEMA DE SEGURIDAD SOCIAL COMO AGENTE DE EQUILIBRIO DEL MERCADO

9.1. Relación de las deficiencias del sistema público y los costos del sector privado.

El sistema de salud mexicano, caracterizado por su segmentación y fragmentación, opera bajo una falsa dicotomía entre el sector público y el privado. Lejos de ser entidades aisladas, sus dinámicas están intrínsecamente ligadas, generando un bucle de retroalimentación en el que las deficiencias del primero actúan como un potente motor inflacionario para el segundo. La incapacidad estructural del sistema público de seguridad social (compuesto principalmente por el IMSS y el ISSSTE) para satisfacer la demanda de atención de su población derechohabiente provoca un "efecto derrame" que distorsiona



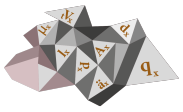
fundamentalmente los precios y la utilización en el mercado de seguros de GMM.

La evidencia de este fenómeno es contundente y se manifiesta en múltiples dimensiones. En primer lugar, la saturación y la percepción de baja calidad en los servicios públicos obligan a una porción significativa de la población a migrar hacia el sector privado. Más de la mitad de los mexicanos recurren a servicios de salud privados, y en 2022, sólo el 44 % de quienes necesitaron atención la recibieron en instalaciones públicas. Las razones para esta migración no son triviales; un 71 % de los casos se deben a problemas de acceso, donde destacan los largos tiempos de espera para citas (19 %) y la percepción de mala calidad (21 %). La Encuesta Nacional de Salud y Nutrición (ENSANUT) 2022 cuantifica esta brecha de oportunidad: el tiempo de espera promedio para una consulta en el subsistema público con seguridad social es de 85.1 minutos, una cifra 2.6 veces superior a los 32.2 minutos del sector privado. Esta diferencia abismal en el acceso convierte la atención privada en una necesidad, no en un lujo, para quienes pueden costearla.

Este flujo constante de pacientes hacia el sector privado, impulsado por las fallas del sector público, genera una presión al alza sobre la demanda. De acuerdo con los principios económicos fundamentales, cuando una demanda creciente se encuentra con una oferta relativamente inelástica y, como se ha establecido en análisis previos de la COFECE, altamente concentrada, el resultado inevitable es un aumento de los precios. El mercado hospitalario privado en México es un claro ejemplo de esta dinámica: el 79 % de los hospitales de alta complejidad se concentran en sólo cuatro entidades federativas, otorgando a estos grupos un poder de negociación desproporcionado. Un estudio econométrico de la COFECE concluyó que la presencia de grandes hospitales (más de 100 camas) aumenta los costos de la atención en un 34 %, y que las aseguradoras carecen del poder de negociación para contrarrestar esta tendencia, viéndose forzadas a trasladar dichos costos a las primas de GMM (vea los trabajos de Grol (2006); De Pietro *et al.* (2015)).

El resultado final de este efecto derrame se refleja en el indicador más crítico para las familias mexicanas: el gasto de bolsillo. México presenta una de las tasas más altas de la OCDE, representando más del 40 % del gasto total en salud, una cifra que contrasta dramáticamente con el promedio de la organización. Este elevado gasto de bolsillo no es una elección, sino la consecuencia directa de un sistema público que no logra proveer una alternativa viable, forzando a los ciudadanos a financiar de su propio patrimonio las ineficiencias del Estado.

En este contexto, las deficiencias del sistema público trascienden su mandato social y adquieren una nueva dimensión económica: funcionan como un subsidio inflacionario indirecto para el sector privado. La lógica es ineludible. Un mercado funcional requiere alternativas que generen competencia. En el sector salud, la principal alternativa a un proveedor privado es el sistema público. Al ser este último una opción poco atractiva debido a sus barreras de acceso y calidad, se elimina la principal fuente de presión competitiva sobre los precios de los proveedores privados. Estos, operando en un entorno oligopólico, pueden fijar tarifas sin el temor de perder una masa crítica de pacientes hacia una alternativa pública creíble. De esta manera, la ineficiencia del Estado en su función de proveedor de salud se convierte en un habilitador de la extracción de rentas por parte de los oligopolios privados. El costo de esta ineficiencia no es absorbido por el Estado, sino que se transfiere directamente a los consumidores y a las aseguradoras privadas en forma de precios más altos, alimentando el ciclo de la inflación médica que se busca contener.



9.2. La opción pública y la competencia por comparación.

Para contrarrestar las fallas de mercado evidentes en el sector salud mexicano, como la concentración de la oferta y la información asimétrica, es necesario recurrir a marcos teóricos de economía y regulación que justifiquen y estructuren una intervención inteligente. Dos conceptos son particularmente relevantes: la opción pública (*public option*) y la "competencia por comparación"). Ambos ofrecen un fundamento sólido para la tesis de que un sistema de seguridad social de alta calidad puede y debe actuar como un agente de equilibrio del mercado.

La opción pública se define como la creación de un plan de seguros o un proveedor de servicios de salud respaldado por el gobierno que compite directamente con las entidades privadas en el mercado. Su propósito fundamental no es desplazar al sector privado, sino inyectar una competencia significativa en mercados que, de otro modo, tenderían a la concentración y a la fijación de precios oligopólicos. Al operar con ventajas estructurales, como menores costos administrativos, una menor necesidad de generar ganancias y un mayor poder de negociación con los proveedores, una opción pública robusta puede establecer un punto de referencia de precios y calidad. Un análisis económico de la Universidad de California, Berkeley, argumenta que una opción pública bien estructurada ejerce una presión a la baja tanto en las primas de las aseguradoras privadas como en las tarifas que cobran los proveedores, generando ahorros para todo el sistema (vea el trabajo originado en la UC Berkeley School of Law's Center on Health, Economic & Family Security (2009)).

Complementariamente, la competencia por comparación es un esquema regulatorio diseñado para incentivar la eficiencia en monopolios locales. Bajo este modelo, el reembolso o la tarifa que recibe un proveedor no se basa únicamente en sus propios costos, sino que se vincula a su desempeño (en costo y calidad) en relación con un grupo de proveedores equivalentes. Esto crea

un poderoso incentivo para la reducción de costos y la mejora de la calidad, como la disminución de los tiempos de espera, ya que el proveedor es recompensado por ser más eficiente que sus pares. Un sistema público de salud revitalizado, con operaciones transparentes y métricas de desempeño públicas, podría funcionar como la "vara de medir" contra la cual se compare y, eventualmente, se regule el desempeño de los hospitales privados.

La aplicación de estos marcos al contexto mexicano es directa. La propuesta no es estatizar la salud, sino utilizar el poder y la escala del Estado para corregir las distorsiones del mercado. Un IMSS o un ISSSTE de alta calidad no necesita eliminar al sector privado; su sola existencia como una alternativa viable y atractiva para los pacientes (e incluso para las propias aseguradoras como socio potencial) alteraría la dinámica de poder. Obligaría a los proveedores privados dominantes a competir en una nueva dimensión: el valor. Ya no podrían depender de la saturación del sistema público para garantizar su flujo de pacientes a precios elevados. En su lugar, tendrían que justificar sus tarifas a través de una mayor eficiencia, una calidad superior y una mejor experiencia para el paciente. La amenaza creíble de que los asegurados de GMM puedan optar por un servicio público de calidad comparable para ciertos procedimientos es, en sí misma, la herramienta regulatoria más potente para moderar la inflación médica.

9.3. El IMSS y el ISSSTE como competidores latentes

Para que el IMSS y el ISSSTE puedan desempeñar el papel de agentes de equilibrio del mercado, es imperativo realizar una evaluación objetiva de sus capacidades actuales, reconociendo tanto sus fortalezas inherentes como sus debilidades operativas. El objetivo es cuantificar la brecha de desempeño que debe cerrarse para que pasen de ser competidores meramente teóricos a ser actores efectivos en el ecosistema de salud.

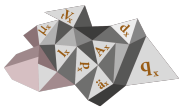
La principal fortaleza de las instituciones de seguridad social reside en su escala e infraestructura. En conjunto, operan miles de unidades médicas y hospitales a lo largo del territorio nacional, una capilaridad que ningún actor privado puede igualar. Esta escala les confiere un potencial latente para generar economías de escala en la compra de insumos y en la estandarización de procesos, así como un poder de negociación que, si se ejerce eficazmente, podría influir en toda la cadena de suministro de la salud. Sin embargo, esta fortaleza estructural se ve opacada por debilidades significativas en la calidad y la eficiencia operativa. Existe una notable disonancia entre la calidad percibida internamente y la revelada por el comportamiento del consumidor. Por un lado, la Encuesta Nacional de Calidad y Satisfacción de 2024 del IMSS reporta niveles de satisfacción general aparentemente altos, con un 64.3 % de derechohabientes satisfechos y un 20.7 % muy satisfechos. No obstante, estos datos de autoevaluación contrastan fuertemente con las decisiones que toman los mexicanos cuando tienen una opción. Como se mencionó, la ENSANUT 2022 muestra una clara preferencia por el sector privado, motivada por la rapidez y el acceso. Además, los indicadores de resultados de salud a nivel macro, como los publicados por la Organisation for Economic Co-operation and Development (2023), sitúan a México consistentemente por debajo del promedio en métricas críticas como la esperanza de vida y la mortalidad evitable, lo que apunta a deficiencias sistémicas que trascienden la percepción individual.

La eficiencia operativa es, quizás, el talón de Aquiles más visible. Los largos tiempos de espera para consultas y cirugías electivas constituyen una barrera de acceso fundamental que anula la viabilidad del sistema como competidor. Aunque se han logrado avances en áreas como el abasto de medicamentos, con el ISSSTE reportando un nivel del 97.8 % en 2024, la percepción de desabasto persiste y la logística sigue siendo un desafío. Las evaluaciones externas, como las realizadas por el CONEVAL, aunque reconocen la existencia de buenas prácticas en el monitoreo y la evaluación del desempeño, también subrayan la necesidad urgente de reformas estructurales para mejorar la calidad, la eficiencia y la sostenibilidad financiera del sistema en su conjunto.

Esta evaluación conduce a una redefinición necesaria de la misión del IMSS y el ISSSTE en el siglo XXI. Para que estas instituciones puedan actuar como reguladores de facto del mercado privado, su propósito debe expandirse conceptualmente. No pueden limitarse a ser meros proveedores de servicios para los trabajadores formales. Deben asumir un rol dual como guardianes de la estabilidad de precios y la eficiencia en el ecosistema de salud nacional. Este cambio de paradigma justifica la inversión pública en su modernización no sólo como un gasto social para cumplir con un mandato constitucional, sino como una inversión estratégica en infraestructura de mercado. El fortalecimiento del sistema público, bajo esta nueva óptica, no es un fin en sí mismo, sino un medio para lograr un fin mayor: un sistema de salud total (público y privado) más eficiente, asequible y sostenible para todos los mexicanos. La inversión en la calidad y eficiencia del IMSS se convierte, por tanto, en la política más efectiva para contener los costos que enfrentan los asegurados del sector privado.

9.4. Ruta de política pública: Un competidor público para el mercado privado.

Transformar al IMSS y al ISSSTE en competidores efectivos requiere una hoja de ruta de política pública clara y pragmática, inspirada en lecciones de sistemas de salud internacionales que han logrado equilibrar la competencia y la regulación. No existe un modelo único, sino un espectro de opciones que México



podría adaptar a su realidad institucional.

MODELO A – COMPETIDOR INDIRECTO (BASADO EN MODELO SUIZO–ALEMÁN): La estrategia central de este modelo no es la competencia directa, sino el fortalecimiento del sistema público hasta el punto en que se convierta en una alternativa tan atractiva en calidad, oportunidad y resultados que los proveedores privados se vean obligados a moderar sus precios y mejorar su servicio. Esto emula la filosofía de la Acción Concertada alemana, donde la existencia de un sistema estatutario robusto y la negociación colectiva de tarifas imponen una disciplina de costos a todo el mercado (vea el trabajo de Schneider (1991)). Según la Organisation for Economic Co-operation and Development (2023), en este escenario, el IMSS no vendería planes en el mercado abierto, pero su excelencia operativa actuaría como un ancla de precios y un punto de referencia de calidad para todo el sector.

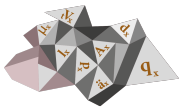
MODELO B – COMPETIDOR DIRECTO (BASADO EN PAÍSES BAJOS): Según la Organisation for Economic Co-operation and Development (2023), este modelo implicaría autorizar al IMSS y al ISSSTE a diseñar y ofrecer planes de salud abiertos al público en general y a asegurados de GMM, compitiendo directamente con aseguradoras privadas. Para que esta competencia sea justa y efectiva, se requieren dos pilares: regulación simétrica y un fondo de ecualización de riesgos, similar al modelo holandés, que redistribuye recursos entre aseguradoras para compensar diferencias en perfiles de riesgo.

MODELO C – INTEGRACIÓN SELECTIVA: Este enfoque híbrido propone abrir selectivamente las puertas del sistema público al privado. Unidades médicas o centros de excelencia del IMSS y del ISSSTE podrían integrarse en redes de aseguradoras privadas siempre que cumplan con estándares de calidad, eficiencia y oportunidad certificados por un tercero independiente. Esto crearía competencia a nivel de proveedor e incentivaría mejoras sustanciales dentro del sector público.

10. ALIANZAS ESTRATÉGICAS CON PROVEEDORES DE BAJO COSTO

10.1. El modelo disruptivo: anatomía de Farmacias Similares y Salud Digna.

Mientras el debate sobre la contención de costos a menudo se centra en la gestión de la demanda o en la negociación con los proveedores tradicionales de alto costo, han surgido en México dos actores que han reconfigurado el mercado desde la oferta, operando con modelos de negocio disruptivos. Farmacias Similares y Salud Digna no son simplemente proveedores baratos; son innovadores que han capitalizado la eficiencia operativa, la escala y un enfoque en el valor para el consumidor para dominar segmentos clave del mercado de la salud.



El modelo de Farmacias Similares se fundamenta en dos pilares: la comercialización de medicamentos genéricos a precios accesibles y la integración vertical de consultorios de atención primaria adyacentes a sus puntos de venta. Su genio estratégico consistió en identificar y servir a un segmento masivo de la población que requería soluciones rápidas y asequibles para padecimientos de baja complejidad, un mercado desatendido tanto por el saturado sistema público como por el costoso sistema privado tradicional. Con una red que supera las 9,500 sucursales, su capilaridad y penetración de mercado son innegables, habiéndose convertido en el primer punto de contacto con el sistema de salud para millones de mexicanos. Si bien su modelo no está exento de críticas en cuanto a la precarización laboral de los médicos y la calidad de la atención, su impacto en el acceso y en la percepción de precios es indiscutible (vea el trabajo de Grol (2006)).

Por su parte, Salud Digna opera como una asociación civil sin fines de lucro, enfocada en ofrecer servicios de diagnóstico (laboratorio, imagenología) y salud visual a precios que representan una fracción de los de sus competidores privados. Su modelo de negocio, altamente sofisticado, se sustenta en varios principios clave. Primero, establece alianzas estratégicas con fabricantes de equipos médicos para obtener descuentos significativos a cambio de compras por volumen, lo que reduce drásticamente sus costos de capital. Segundo, implementa una gestión operativa de alta eficiencia, utilizando un sistema centralizado de citas y procesos estandarizados que le permiten manejar un volumen masivo de pacientes con tiempos de espera mínimos. Tercero, y de manera crucial, no sacrifica la calidad por el precio; cuenta con acreditaciones de prestigio internacional, como la del Colegio de Patólogos Americanos (CAP), que validan la fiabilidad de sus resultados diagnósticos. Finalmente, fomenta la prevención a través de la oferta de paquetes de estudios a precios aún más reducidos, lo que aumenta el valor percibido por el paciente y promueve una cultura de detección temprana (vea el trabajo de Leyva y Infante (2012)).

El verdadero carácter disruptivo de estos modelos no reside únicamente en su estructura de precios, sino en su capacidad para desagregar (unbundle) el paquete tradicional de servicios de salud. Un hospital convencional ofrece un conjunto integrado de servicios (consulta, diagnóstico, tratamiento, farmacia) y su estructura de costos está diseñada para soportar el extremo más complejo y costoso de ese espectro. Farmacias Similares aisló la "consulta de primer contacto" y la "dispensación de genéricos". Inter-American Development Bank (2013) aisló el diagnóstico de rutina. Al especializarse en estos segmentos de altísimo volumen, han podido optimizar sus procesos y tecnologías hasta alcanzar economías de escala que son inalcanzables para un hospital general. Esto rompe el paradigma tradicional y crea una nueva realidad de mercado: una porción significativa de la

siniestralidad de GMM, originada por estos servicios frecuentes y de baja complejidad, está siendo atendida por un modelo de costos radicalmente más eficiente que el que ofrecen las redes hospitalarias tradicionales.

10.2. El imperativo estratégico: alinear el seguro con el acceso asequible.

La existencia y el crecimiento exponencial de proveedores de bajo costo como Farmacias Similares y Salud Digna no deben ser vistos por el sector asegurador como una amenaza competitiva, sino como una oportunidad estratégica fundamental. Ignorar su presencia es permitir que una parte sustancial de la contención de costos ocurra fuera del ecosistema del seguro, perdiendo la oportunidad de capturar esa eficiencia en beneficio de los asegurados y de la sostenibilidad del ramo.

La estrategia proactiva e inteligente es, por tanto, integrar estos nodos de alta eficiencia en el diseño de productos y en la gestión de la siniestralidad de GMM. El imperativo para esta integración es claro desde una perspectiva actuarial. Los principales impulsores de la siniestralidad y, por ende, de la inflación médica que presiona las primas de GMM, son precisamente los costos de los estudios de diagnóstico, los honorarios médicos por consultas de primer nivel y especialidad, y el precio de los medicamentos. Farmacias Similares y Salud Digna ofrecen una solución probada y escalable del lado de la oferta para atacar directamente la raíz de estos componentes de costo (vea el trabajo de Blue Cross Blue Shield of Texas (2025)).

Una alianza estratégica con estos actores permitiría a las aseguradoras abordar el problema de la inflación médica en el primer y segundo nivel de atención de una manera que la simple negociación de tarifas con las redes hospitalarias tradicionales no puede lograr. Los beneficios actuariales potenciales son significativos. La integración de estos proveedores en las redes de GMM podría:

- Reducir el costo promedio por siniestro para una amplia gama de padecimientos comunes que requieren diagnóstico y consulta.
- Disminuir la frecuencia de utilización de proveedores de alto costo (hospitales) para servicios de rutina que pueden ser resueltos de manera más eficiente en un entorno ambulatorio de bajo costo.
- Contener el costo de los medicamentos al incentivar la prescripción y el surtimiento de genéricos.

En última instancia, la materialización de estos ahorros en la siniestralidad se traduciría en una reducción de la prima de riesgo necesaria para el producto. Esto no sólo aliviaría la presión de los incrementos anuales para los asegurados actuales, sino que también haría el seguro de GMM más asequible, expandiendo el mercado potencial a segmentos de la población para los cuales el seguro privado es actualmente prohibitivo. La colaboración con proveedores de bajo costo se convierte así en una palanca estratégica para el crecimiento y la sostenibilidad del sector.

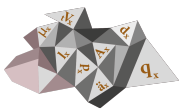
10.3. Diseño de productos GMM con niveles de atención.

La capitalización de la eficiencia de los proveedores de bajo costo no puede lograrse simplemente agregándolos a las redes existentes; requiere un rediseño fundamental del producto de seguro. El mecanismo más adecuado para esta integración es el desarrollo de planes de GMM basados en redes por niveles (niveles de atención), una estructura de beneficios que utiliza incentivos financieros para guiar al asegurado hacia los proveedores más costo-eficientes según la naturaleza de su necesidad médica. El fundamento actuarial de las redes por niveles es clasificar a los proveedores de la red en diferentes niveles, generalmente basados en una evaluación combinada de su costo y su calidad. El plan de seguro se diseña entonces con distintos niveles de costo compartido (deducibles, copagos, coaseguros) para cada nivel. De esta forma, los asegurados pagan significativamente menos de su bolsillo cuando eligen proveedores en los niveles preferentes (nivel 1), creando un poderoso incentivo para modificar su comportamiento de utilización.

Un producto GMM con redes por niveles podría estructurarse de la siguiente manera:

- **Nivel 1 (Red Preferente de Acceso y Diagnóstico):** Este nivel estaría compuesto exclusivamente por la red de consultorios de Farmacias Similares para toda la atención primaria (consultas de primer contacto, padecimientos no complejos) y por la red de clínicas de Salud Digna para todos los estudios de laboratorio e imagenología cubiertos por la póliza. El costo compartido para el asegurado en este nivel sería mínimo o nulo, por ejemplo, un copago fijo muy bajo ($50–$100 MXN) o un coaseguro del 0 %.
- **Nivel 2 (Red de Especialistas y Hospitales):** Este nivel estaría conformado por la red tradicional de médicos especialistas y hospitales con los que la aseguradora tiene convenio. El acceso a este nivel estaría condicionado, ya sea por una referencia emitida por un médico de Nivel 1 (actuando como *gatekeeper*) o, en su defecto, aplicando el deducible y coaseguro estándar de la póliza.
- **Nivel 3 (Fuera de la Red):** Para proveedores no incluidos en Nivel 1 ó Nivel 2, se aplicarían penalizaciones significativas en el costo compartido o, como en los modelos HMO/EPO, la cobertura sería nula excepto en casos de emergencia médica.

La propuesta de valor para el consumidor es clara: un ahorro



sustancial en la prima mensual a cambio de seguir una vía de atención coordinada que comienza en la red más costo-eficiente para las necesidades más comunes. Esta estructura no sólo genera ahorros, sino que también introduce un elemento de MC que puede mejorar la coordinación del cuidado, asegurando que los pacientes sean canalizados al nivel adecuado de atención para su condición (vea los trabajos de Blue Cross Blue Shield of Texas (2025); Ornelas Vargas *et al.* (2011)).

10.4. Navegando los desafíos: gobernanza, calidad e integración.

La implementación de un modelo de GMM con redes por niveles, aunque prometedora, no está exenta de desafíos significativos. Su éxito depende de la construcción de un sólido andamiaje de gobernanza, control de calidad e integración tecnológica que garantice que la búsqueda de eficiencia en costos no comprometa la calidad de la atención ni la salud del paciente. Tres áreas son de vital importancia:

GOBERNANZA CLÍNICA Y CALIDAD: El principal riesgo es que la presión por el bajo costo conduzca a un subtratamiento, diagnósticos erróneos o una calidad de atención deficiente en la red de Nivel 1. Para mitigar este riesgo, la aseguradora debe pasar de ser un simple pagador a un gestor activo de la calidad. Esto requiere establecer un marco de gobernanza clínica que incluya: la validación rigurosa de las acreditaciones de los proveedores (como la acreditación CAP de Salud Digna), la realización de auditorías de calidad periódicas y aleatorias; el establecimiento de métricas de desempeño claras para los proveedores de Nivel 1 (ej. tasas de referencia a especialistas, precisión diagnóstica, satisfacción del paciente); y la creación de un comité de supervisión médica conjunto entre la aseguradora y los proveedores para revisar protocolos y casos complejos (vea el trabajo de National Health Service (2025)).

GESTIÓN DE REFERENCIAS INTEGRADA: El segundo riesgo crítico es la fragmentación de la atención. Un paciente diagnosticado en Nivel 1 debe poder transitar de manera fluida y sin fricciones a un especialista o un hospital en Nivel 2 cuando su condición médica así lo requiera. Un sistema de referencias deficiente puede generar retrasos peligrosos o duplicación de estudios. La solución radica en implementar un sistema de gestión de referencias robusto, habilitado por tecnología: protocolos clínicos claros, interoperabilidad de expedientes electrónicos, y transferencia eficiente de información diagnóstica. La aseguradora debe garantizar que los especialistas de Nivel 2 acepten y confíen en los diagnósticos de Nivel 1(vea el trabajo de Department of Managed Health Care California (2025)).

MODELO ACTUARIAL Y FINANCIERO: El tercer desafío es la fijación de precios del nuevo producto. Debe cuantificarse con rigor el ahorro esperado por el desvío hacia la red de bajo costo, pero también debe modelarse el riesgo de una posible *demanda inducida*. Esto requiere un modelado actuarial sofisticado que estime:

(a) el porcentaje de servicios desviados,
(b) el ahorro promedio por servicio,
(c) el posible incremento de uso por menores copagos, y
(d) el impacto neto final en la siniestralidad.

Sólo con este análisis se puede fijar una prima que refleje el nuevo perfil de riesgo y transfiera los beneficios de la eficiencia al consumidor final (vea el trabajo de Arrow (1963)).

11. HACIA UN ECOSISTEMA DE SALUD SOSTENIBLE

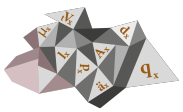
11.1. Recapitulación: La anatomía de la inflación médica en México.

El presente estudio ha emprendido un análisis exhaustivo del fenómeno de la inflación médica en el ramo de GMM en México, un desafío que amenaza la sostenibilidad del sector asegurador y la asequibilidad de la atención médica privada para la población. La investigación culmina en un diagnóstico inequívoco: la persistente y acelerada escalada de costos no es un problema especulativo originado en los márgenes de ganancia de las compañías de seguros, sino la manifestación de profundas ineficiencias estructurales arraigadas en el lado de la oferta de servicios de salud.

11.2. El diagnóstico central: un problema estructural del lado de la oferta.

La evidencia cuantitativa es contundente y desmitifica la noción de que las aseguradoras son la fuente de la inflación. Los datos financieros del sector revelan que, a pesar de los incrementos en las primas, el ramo ha registrado pérdidas técnicas significativas, con un resultado operativo del -1 % en 2024, lo que indica que los ingresos por primas han sido insuficientes para cubrir el costo creciente de los siniestros. Las aseguradoras, por tanto, actúan más como un conducto que como una fuente de inflación, absorbiendo y trasladando, a menudo de manera incompleta, los costos impuestos por los proveedores. El síntoma más visible de esta patología estructural es la divergencia sostenida y dramática entre la inflación médica privada y la inflación general. Históricamente, la primera ha superado a la segunda por un factor de dos a tres, una brecha que se ha ampliado en años recientes. En 2021, por ejemplo, la inflación médica privada alcanzó un alarmante 17 %, mientras que la inflación general se situaba en 7.4 %.

Primer pilar del problema: efecto derrame del sistema público. El análisis establece una cadena causal directa entre



las deficiencias del sistema de salud público y la inflación en el sector privado. La saturación, los prolongados tiempos de espera (85.1 minutos en el sistema público frente a 32.2 minutos en el privado) y la percepción de baja calidad documentada por la ENSANUT 2022 obligan a una parte significativa de la población a migrar hacia el sector privado. Más de la mitad de los mexicanos recurren a servicios privados, y en 2022 sólo el 44 % de quienes necesitaron atención la recibieron en instalaciones públicas.

Este fenómeno, denominado "efecto derrame", funciona como un subsidio inflacionario indirecto del sector público al privado. Como ha documentado la COFECE, el mercado hospitalario es altamente concentrado: el 79 % de los hospitales con más de 100 camas se ubican en sólo cuatro entidades federativas. Un estudio econométrico de la COFECE encontró que la presencia de estos grandes hospitales eleva los costos de atención en un 34 %.

Segundo pilar: la estructura de mercado y los impulsores internos de costo. Factores dentro del ecosistema privado también contribuyen al aumento sostenido de los costos. Entre ellos se encuentran el precio de los medicamentos —influido por un sistema de patentes donde el 90 % corresponden a titulares extranjeros—, la dependencia de importaciones, la sobreprescripción, el costo de adquisición de tecnología médica avanzada y la falta de transparencia en precios y honorarios. Todo ello genera un entorno donde la contención de costos es intrínsecamente difícil.

La respuesta actuarial: de la estimación a la cuantificación de la incertidumbre. En este panorama creciente de volatilidad, la ciencia actuarial ha evolucionado de métodos deterministas como Chain-Ladder hacia modelos estocásticos capaces de capturar la distribución completa de resultados posibles. Los GLMs y el Bootstrap abrieron el camino hacia la cuantificación formal de la incertidumbre.La frontera actual se sitúa en el aprendizaje automático, con algoritmos como GBM y redes neuronales, que detectan patrones no lineales y procesan datos granulares con alta capacidad predictiva. Esta evolución se complementa con enfoques de XAI, esenciales para garantizar la transparencia y la confianza en la toma de decisiones actuariales.

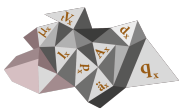
11.3. Un marco de trabajo de tres pilares de acción.

El diagnóstico presentado exige una respuesta que trascienda las soluciones parciales. Se propone un marco de acción integral, estructurado en tres pilares sinérgicos y concurrentes, diseñados para abordar las causas raíz de la inflación médica desde la estrategia empresarial, la política pública y la capacidad técnica.

PILAR 1: LA REINVENCIÓN DEL PRODUCTO DE GMM — INTEGRANDO LA EFICIENCIA DEL MERCADO. Esta propuesta, liderada por el sector privado, busca transformar el diseño del producto de GMM para capitalizar las eficiencias de mercado que ya existen pero que operan fuera del ecosistema del seguro tradicional.

- **Propuesta Central:** Establecer alianzas estratégicas formales con proveedores disruptivos de bajo costo y alta eficiencia, como Salud Digna y Farmacias Similares. Estos actores han demostrado una capacidad excepcional para ofrecer servicios de diagnóstico y atención primaria de calidad a una fracción del costo de las redes hospitalarias tradicionales, gracias a su escala, eficiencia operativa y especialización. Ignorar su existencia es permitir que la contención de costos ocurra al margen del seguro, perdiendo una oportunidad estratégica para capturar valor.
- **Mecanismo de Implementación:** El vehículo para esta integración es el diseño y lanzamiento de productos de GMM basados en redes por niveles (niveles de atención). Esta estructura de beneficios utiliza incentivos financieros para guiar activamente al asegurado hacia los proveedores más costo-eficientes según la naturaleza de su necesidad médica. Una posible configuración sería:
  - *Nivel 1 (Red preferente de acceso y diagnóstico):* Compuesto por la red de clínicas de Salud Digna para todos los estudios de laboratorio e imagenología, y la red de consultorios de Farmacias Similares para la atención primaria. El costo compartido para el asegurado en este nivel sería mínimo o nulo (ej. un copago fijo muy bajo), creando un poderoso incentivo para su utilización.
  - *Nivel 2 (Red de especialistas y hospitales):* Conformado por la red tradicional de médicos especialistas y hospitales. El acceso a este nivel estaría condicionado por una referencia emitida desde el Nivel 1 (actuando como gatekeeper) o, en su defecto, aplicando el deducible y coaseguro estándar de la póliza.
- **Gobernanza y Mitigación de Riesgos:** La implementación exitosa de este modelo exige que la aseguradora evolucione de ser un pagador pasivo a un gestor activo de la calidad. Esto requiere un andamiaje robusto que incluya: (1) una gobernanza clínica con auditorías de calidad y métricas de desempeño para los proveedores de Nivel 1; (2) una gestión de referencias integrada a través de plataformas tecnológicas interoperables que eviten la fricción y la repetición de estudios; y (3) un modelado actuarial sofisticado para fijar la prima del nuevo producto, que debe cuantificar con precisión los ahorros esperados y modelar el riesgo de una posible "demanda inducida" por los menores costos para el usuario.

PILAR 2: FORTALECIMIENTO DEL REGULADOR DE



FACTO (EL ROL DEL SISTEMA PÚBLICO). Esta propuesta, liderada por la política pública, busca corregir la distorsión de mercado más significativa identificada en el estudio: el "efecto derrame" del sistema público.

- **Propuesta central:** Reconceptualizar y transformar al IMSS y al ISSSTE para que, además de su mandato social, actúen como agentes activos de equilibrio del mercado privado. Esta visión justifica la inversión pública en su modernización no sólo como un gasto social, sino como una inversión estratégica en infraestructura de mercado, diseñada para introducir una presión competitiva que discipline los precios del sector privado.
- **Mecanismo de Implementación (Pragmático):** En lugar de un modelo de "opción pública" directa, se propone un enfoque de "Competidor Indirecto" o "Integración Selectiva". La estrategia consiste en fortalecer unidades de excelencia específicas dentro del IMSS y el ISSSTE (por ejemplo, en oncología, cardiología o trasplantes) para que cumplan con estándares rigurosos de calidad, oportunidad y eficiencia, certificados por un tercero independiente. Una vez certificadas, estas unidades podrían integrarse en las redes de GMM como alternativas de alta calidad y menor costo para procedimientos complejos.
- **Lección Internacional:** Este enfoque se inspira en la "Acción Concertada" alemana, donde un sistema estatutario robusto impone disciplina de costos a todo el mercado, y en la "competencia por comparación", donde el desempeño del sector público sirve como referencia para evaluar y regular proveedores privados.

PILAR 3: DEL ANÁLISIS A LA MITIGACIÓN PROACTIVA EN LA PRÁCTICA ACTUARIAL Este pilar técnico habilita y amplifica la efectividad de los otros dos, asegurando que las decisiones estratégicas y de producto se basen en la mejor inteligencia de riesgos disponible.

- **Propuesta central:** Acelerar la adopción de metodologías actuariales avanzadas para evolucionar de una postura reactiva (pago de siniestros) a una mitigación proactiva del riesgo, aprovechando la granularidad de datos y el poder predictivo de la inteligencia artificial.
- **Mecanismos de implementación:**
  - *Eficiencia operativa algorítmica:* Utilizar la IA para automatizar la gestión de siniestros (desde el primer aviso hasta la evaluación del daño) y la suscripción, reduciendo costos operativos y mejorando los tiempos de respuesta. Casos de éxito como Aviva y Zurich muestran ahorros cuantificables.
  - *Reducción de la siniestralidad:* Implementar modelos de ML para detección avanzada de fraude en tiempo real (como Allianz), así como productos de tarificación dinámica y seguros basados en el uso, que incentivan conductas más seguras y reducen la probabilidad de siniestros.
  - *Gobernanza ética y el actuario aumentado por la IA:* La profesión actuarial debe liderar el diseño de marcos de IA Responsable. El "actuario aumentado por la IA" domina herramientas de IA Explicable (XAI) para asegurar que los modelos sean precisos, transparentes, justos y no discriminatorios, actuando como el "guardián ético" del sistema.

Para mostrar el retorno de la inversión de este pilar, el estudio sintetiza evidencia cuantificable reportada por aseguradoras que han implementado estas tecnologías.

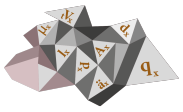
12. IMPACTO ACTUARIAL POTENCIAL DE LAS RECOMENDACIONES EN MÉXICO

La implementación del marco de tres pilares propuesto tendría un impacto profundo y multifacético en los componentes actuariales que determinan el costo y la sostenibilidad del seguro de GMM. El análisis no se limita a una simple reducción de costos, sino a una reconfiguración del perfil de riesgo del ramo (vea los reportes de Organisation for Economic Co-operation and Development (2023); Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (2023)).

Impacto en la frecuencia de siniestros.

La introducción de redes por niveles (Pilar 1) alteraría fundamentalmente la dinámica de la frecuencia. Por un lado, es previsible un aumento en la frecuencia de utilización de servicios de bajo costo, como consultas de atención primaria y estudios de diagnóstico, debido a la drástica reducción de las barreras financieras para el asegurado (copagos mínimos o nulos). Este fenómeno, conocido como "demanda inducida", debe ser cuidadosamente modelado (vea el trabajo de Bautista-Arredondo *et al.* (2023)).

Sin embargo, este efecto se vería contrastado, y potencialmente superado, por una reducción significativa en la frecuencia de utilización de servicios de alto costo, como consultas con especialistas y visitas a hospitales para padecimientos que pueden ser resueltos de manera eficiente y definitiva en el Nivel 1. Este patrón ha sido documentado en estudios internacionales sobre redes por niveles (vea el trabajo de Employee Benefit Research Institute (2004)). El objetivo actuarial no es simplemente reducir la frecuencia total, sino catalizar un cambio en la *composición* de la frecuencia, desplazando el volumen de eventos de alto costo hacia eventos de bajo costo, con un impacto neto positivo en la siniestralidad total (vea el trabajo de Comisión Federal de Competencia Económica (2022)).



Impacto en la severidad de siniestros.

El impacto en la severidad (costo promedio por siniestro) se manifestaría a través de dos mecanismos principales:

1. **Reducción directa del costo unitario:** El Pilar 1 ataca la severidad en su origen. Al desviar un gran volumen de servicios de diagnóstico y atención primaria hacia proveedores con una estructura de costos radicalmente más baja (Salud Digna, Farmacias Similares), el costo promedio de estos siniestros frecuentes disminuiría drásticamente (vea el reporte del Inter-American Development Bank (2013))

2. **Reducción indirecta y a largo plazo:** Al facilitar el acceso a un diagnóstico temprano y asequible, el Pilar 1 tiene el potencial de reducir la severidad de los siniestros catastróficos a largo plazo. Las condiciones detectadas y tratadas en etapas iniciales tienen menos probabilidades de evolucionar hacia complicaciones avanzadas que requieren hospitalizaciones prolongadas y tratamientos de alto costo (vea el reporte de Velázquez (2006), y trabajo de Gérvas *et al.* (2020)). Adicionalmente, el Pilar 2, al introducir una "competencia por comparación" desde el sector público, ejercería presión a la baja sobre las tarifas de los proveedores privados (vea el reporte de la Comisión Federal de Competencia Económica (2022)), controlando así el principal motor de la severidad en los siniestros más graves.

Impacto en los gastos de adquisición y operación.

El Pilar 3 tiene un impacto directo y cuantificable en los componentes de gastos de la prima. La automatización de la suscripción y la gestión de siniestros mediante IA puede reducir significativamente los costos de procesamiento, ajuste y administración (vea los artículos de Andren y Penttinen (2024); Lorenzoni y Reilly (2022)). Estudios internacionales muestran que la automatización puede disminuir el tiempo invertido por el personal técnico y mejorar la eficiencia operativa. De igual forma, la detección de fraude mejorada por IA reduce fugas de siniestralidad, contribuyendo directamente a la rentabilidad (vea el trabajo de Mudigonda *et al.* (2024), y el reporte Shift Technology (2025)).

Impacto neto en la prima de riesgo y la sostenibilidad.

El efecto combinado de una frecuencia rebalanceada hacia servicios de menor costo, una severidad controlada y gastos operativos reducidos derivará en una estabilización y potencial reducción de la prima de riesgo total (vea los trabajos de Saucedo (2025); Díaz Mora (2025)). Este resultado no sólo beneficia al asegurado actual, sino que representa un cambio estratégico para la industria, alineado con las tendencias internacionales de contención de costos de salud (vea el reporte de la Organisation for Economic Co-operation and Development (2023)). Una prima más baja y estable crea un círculo virtuoso:

1. **Mejora la asequibilidad:** El seguro de GMM se vuelve accesible para un segmento más amplio de la población (vea el trabajo de Blue Cross Blue Shield of Texas (2025)).

2. **Aumenta la penetración de mercado:** La expansión del mercado asegurador es consistente con estimaciones recientes sobre crecimiento del sector (vea el reporte de Gobierno de México (2024).

3. **Diversifica el fondo de riesgo:** Una cartera más grande y diversa es actuarialmente más estable (vea el trabajo de Ornelas Vargas *et al.* (2011)).

4. **Mejora la sostenibilidad a largo plazo:** La integración formal de proveedores de bajo costo fortalece la viabilidad estructural del ramo (vea el trabajo de Comisión Federal de Competencia Económica (2022); Saldívar (2022)).

13. CONTRIBUCIONES, LIMITACIONES Y LA SENDA A SEGUIR

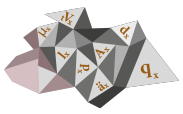
Este estudio buscó no sólo diagnosticar la complejidad de la inflación médica en México, sino prescribir un tratamiento integral y factible. Las conclusiones apuntan hacia un nuevo paradigma basado en colaboración estratégica, innovación regulatoria y excelencia técnica (vea los reportes de Organisation for Economic Co-operation and Development (2023); Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (2023)).

Contribuciones del estudio.

La contribución principal es la articulación de un marco de solución integral que conecta estrategia empresarial (Pilar 1), política pública (Pilar 2) y capacidad actuarial técnica (Pilar 3). El estudio argumenta que ninguna de estas palancas funciona aislada, y que su poder reside en la aplicación coordinada. Además, aporta dos ideas innovadoras al debate mexicano:

1. **Desmitificación de la causa raíz:** Se refuta la idea simplista de que la inflación médica proviene de márgenes aseguradores, y se dirige la atención hacia la concentración y fallas del mercado proveedor (vea el trabajo de Sobel Network Shipping Co., Inc. (2022) y el reporte de la Comisión Federal de Competencia Económica (2022)).

2. **Nuevos paradigmas de solución:** Entre ellos, el uso del sistema público como disciplinador del mercado (vea el reporte del Consejo Nacional Evaluador (2022)) y la



formalización de proveedores disruptivos de bajo costo como socios estratégicos (vea el reporte del Inter-American Development Bank (2013)).

Limitaciones de la investigación.

Las limitaciones incluyen:

- **Transferibilidad internacional:** Experiencias de Alemania, Países Bajos y Suiza requieren adaptaciones profundas al caso mexicano.
- **Necesidad de validación empírica:** Falta modelado actuarios con datos granulares del mercado mexicano (vea el trabajo de Bautista-Arredondo *et al.* (2023), y el reporte de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (2023)).
- **Desafíos de implementación:** Incluyen resistencia cultural, barreras institucionales y limitaciones regulatorias

Recomendaciones para futuras líneas de investigación.

1. **Investigación empírica y Estudios Piloto:** Colaboraciones con aseguradoras y proveedores tipo Salud Digna para medir impacto real en siniestralidad (vea el trabajo de Bautista-Arredondo *et al.* (2023), así como reporte de Inter-American Development Bank (2013)).

2. **Modelado económico de política pública:** Cuantificar efectos del fortalecimiento del IMSS/ISSSTE y escenarios de competencia público–privada (vea el reporte del la Organisation for Economic Co-operation and Development (2023)).

3. **Gobernanza de IA:** Crear un marco mexicano para uso seguro y ético de IA/ML en seguros (vea los trabajos de Mudigonda *et al.* (2024); Maréchal (2023)).

REFERENCIAS

A WNS Perspective y The Future Laboratory, 2025 Top 5 insurance industry trends in 2025: Innovation. Disponible aquí.

Albarrán Lozano, I. y P. Alonso González, 2011 *Métodos estocásticos de estimación de las provisiones técnicas en el marco de Solvencia II*. Fundación MAPFRE.

Andren, F. y S. Penttinen, 2024 Case study: How AI automated insurance claims. Disponible aquí.

Arcudia Hernández, C. E. y V. Hernández Morejón, 2024 Las flexibilidades en materia de patentes farmacéuticas y acceso a los medicamentos en México. Revista La Propiedad Inmaterial p. 127–153, DOI: 10.18601/16571959.n37.05.

Arrow, K. J., 1963 Uncertainty and the welfare economics of medical care. The American Economic Review **53**: 941–973.

Avanzi, B., M. Lavender, G. Taylor, y B. Wong, 2024 On the impact of outliers in loss reserving. European Actuarial Journal **14**: 257–296, DOI: 10.1007/s13385-023-00356-2.

Balasubramanian, R., A. Libarikian, y D. McElhaney, 2021 Insurance 2030: The impact of AI on the future of insurance. McKinsey & Company 12 de marzo, recuperado de aquí el 1 de agosto de 2025.

Bautista-Arredondo, S., A. Vargas-Flores, L. A. Moreno-Aguilar, y M. A. Colchero, 2023 Utilización de servicios de salud en México: cascada de atención primaria en 2022. Salud Pública de México **65**: 643–652.

Blue Cross Blue Shield of Texas, 2025 Seguro médico asequible. Disponible aquí.

Cai, P., A. Abdallah, y P. Jeganathan, 2024 Recurrent neural networks for multivariate loss reserving and risk capital analysis. North American Actuarial Journal DOI: 10.1080/10920277.2025.2517149.

Carter, J.-M., 2024 Healthcare provider's guide to value-based care. ChartSpan Disponible aquí.

Cohn, J., 2011 Lessons from abroad: The Dutch health care system, part 1. The Commonwealth Fund 6 de octubre.

Comisión Federal de Competencia Económica, 2022 Estudio sobre las condiciones de competencia en el mercado de seguro de gastos médicos mayores.

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, 2023 Inflación médica y su impacto en Gastos Médicos y Salud.

Consejo Nacional Evaluador, 2022 Evaluación estratégica de salud. Primer Informe.

De Pietro, C., P. Camenzind, I. Sturny, L. Crivelli, S. Edwards-Garavoglia, *et al.*, 2015 *Switzerland: Health system review*. World Health Organization.

Department of Managed Health Care California, 2025 Referrals and approvals. Disponible aquí.

Díaz Mora, S., 2025 Seguros de gastos médicos no han generado utilidades operativas en los últimos años: AMIS. El Economista 19 de marzo.

Editor team, 2025 Artificial intelligence in insurance: Trends and case studies 2025. Recuperado de aquí el 1 de agosto de 2025.

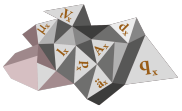
Employee Benefit Research Institute, 2004 Tiered networks for hospital and physician health care services. EBRI .

Gabrielli, A., 2021 An individual claims reserving model for reported claims. European Actuarial Journal **11**: 541–577, DOI: 10.1007/s13385-021-00271-4.

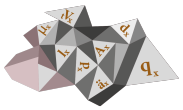
Global Legal Insights, 2024 *Pricing & reimbursement laws & regulations 2024: Switzerland*.

Gobierno de México, 2024 Panorama analítico del sector 4T 2024.

Government Finance Officers Association, 2014 Strategies for managing health care costs. Disponible aquí.



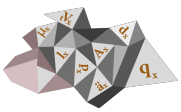
Grol, R., 2006 Quality development in health care in the netherlands. Disponible aquí.
Grote Westrick, M., I. Münch, y E. Volbracht, 2019 Overuse of medical services. Data, analysis, perspectives **5**, Disponbile aquí.
Gérvas, J., O. L. Luzón, y F. M. Pérez, 2020 Impacto del sobrediagnóstico y sobretratamiento en el paciente, el sistema sanitario y la sociedad. Atención Primaria **2**: 86–95.
Insunza Morado, A. A., 2025 La importancia de los seguros en México: Protección financiera y bienestar para el futuro. 7 de abril.
Inter-American Development Bank, 2013 Salud digna en México: Diagnóstico y prevención al alcance del bolsillo. Disponible aquí.
International Citizens' Insurance, 2025 Understanding Switzerland's healthcare system: An expat's guide. Disponible aquí.
Janoušek, J. y M. Pešta, 2025 Bagging and regression trees in individual claims reserving. Statistical Papers **66**: 1–26, DOI: 10.1007/s00362-025-01715-9.
Kreier, R. y P. Zweifel, 2010 Health insurance in Switzerland: A closer look at a system often offered as a model for the United States. Hofstra Law Review **39**: 89–110.
Leyva, G. y C. Infante, 2012 Los médicos de las farmacias de similares: ¿precarización de la profesión médica? Argumentos (Méx.) **25**: 143–169.
Lindner, L. y A. Hayen, 2023 Value-based payment models in primary care: An assessment of the Menzis shared-savings programme in the netherlands. OECD Health Working Papers DOI: 10.1787/0810f2ba-en.
Lorenzoni, A. y M. Reilly, 2022 Why AI in insurance claims and underwriting? Disponible aquí.
Martin, K., 2025 Medicare drug price negotiations: All you need to know. The Commonwealth Fund 15 de mayo.
Maréchal, X., 2023 Explainable machine learning for actuaries. Disponible aquí.
Moya Clemente, R. J., 2021 Iniciativa con proyecto de decreto por el que se adiciona el inciso c) de la fracción VI del artículo 200 de la Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas.
Mudigonda, S. S., P. K. Baruah, P. K. Kandala, R. Y. Gupta, S. N. Hegde, *et al.*, 2024 Using interpretable machine learning methods: An application to health insurance fraud detection. Disponible aquí.
Namburi, N. y P. Tadi, 2023 *Managed care economics*. StatPearls Publishing, Recuperado el 1 de agosto de 2025.
National Health Service, 2025 Clinical governance. Disponible aquí.
Organisation for Economic Co-operation and Development, 2023 *Health at a Glance 2023: OECD Indicators*. OECD Publishing, Disponible aquí.
Ornelas Vargas, A., M. Guillén Estany, y M. Alcañiz Zanón, 2011 Modelos estadísticos para los costos en carteras colectivas de seguros de salud. Revista Javeriana **20**: 233–248, Disponible aquí.
Ortega, P., 2024 Prevención, clave para contener costos de salud en México: Axa keralty. El Economista 31 de julio.
Perumalsamy, J., M. Muthusubramanian, y L. Shanmugam, 2023 Machine learning applications in actuarial product development and risk assessment. Journal of Science and Technology **4**, Disponible aquí.
PNC Bank, 2022 Actualización rápida sobre atención médica: Ley de Reducción de la Inflación. Disponible aquí.
Poon, J. H. L., 2019 Penalising unexplainability in neural networks for predicting payments per claim incurred. Risks **7**: 95, DOI: 10.3390/risks7030095.
Procuraduría Federal del Consumidor, 2024 Transparencia en precios de hospitales. 27 de marzo.
Ramírez Coronel, M., 2023 ¿cuánto cuesta al Gobierno la distribución de medicamentos? El Economista 28 de noviembre.
Rius Carretero, D. y S. Torra Porras, 2022 Aplicaciones actuariales mediante Gaussian process regression: Vida y No-Vida. Anales del Instituto de Actuarios Españoles pp. 67–100, DOI: 10.26360/2022_3.
Saldívar, B., 2022 Inflación médica privada de 17 % en el 2021, un reto del sector asegurador. El Economista 24 de enero.
Saucedo, J., 2025 Seguros pagaron más de 122 mil mdp por siniestros médicos en 2024: AMIS. Grupo Milenio 9 de abril.
Schneider, M., 1991 Health care cost containment in the Federal Republic of Germany. Health Care Financing Review **12**: 87–101.
Shift Technology, 2025 AI in insurance underwriting: Case studies from leading insurers. Disponible aquí.
Sobel Network Shipping Co., Inc., 2022 La industria farmacéutica y la cadena de suministro impulsan los precios de los medicamentos por las nubes 8 de noviembre.
Stevens, K., 2020 The cost of value-based care. The Actuary Magazine Abril.
SUN, 2024 En 2025 será más caro ir a un médico particular, señala encuesta. El Informador **11**.
Suárez Bernal, L., 2023 Impacto de la tecnología en la salud. Impacto TIC 28 de diciembre.
Theunissen, L., H.-P. Cremers, L. Dekker, H. Janssen, M. Burg, *et al.*, 2023 Implementing value-based health care principles in the full cycle of care: The pragmatic evolution of the netherlands heart network. Circulation: Cardiovascular Quality and Outcomes **16**: e009054, DOI: 10.1161/CIRCOUTCOMES.122.009054.
UC Berkeley School of Law's Center on Health, Economic & Family Security, 2009 *The Costs and Benefits of a Public Option in Health Care Reform: An Economic Analysis*.
Velázquez, S. S., 2006 *La patente farmacéutica: El caso de*



México. Centro de Investigación y Docencia Económicas, A.C.

Wikipedia contributors, 2022 Healthcare in Switzerland. Disponible aquí.

Iván David Vázquez Álvarez es un actuario egresado de la Facultad de Ciencias de la UNAM. Tiene experiencia en desarrollo de productos y áreas actuariales dentro del sector asegurador y ha sido ganador de diversos premios de investigación. Actualmente ejerce la profesión como académico de la Vicerrectoría de Educación Continua en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, como agente de mercado y como intermediario de seguros a través del despacho fundado por él mismo *La Central de Seguros*.



Actuarios trabajando
Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Premio Fundadores

Una Gamificación Inesperada

Categoría Profesionistas: Daniela Schaar Bernardi y Bertha María Lozano Tena

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030409

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

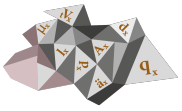
Una gamificación inesperada

Bertha María Lozano Tena[*,1] **y Daniela Schaar Bernardi**[†,2]
[*]BBVA, [†]Capgemini

RESUMEN La pandemia de COVID-19 transformó radicalmente nuestra forma de vida y trajo consigo grandes retos para la salud pública, la economía y los sistemas de aseguramiento. Inspirado en el juego de mesa *Pandemic*, este trabajo desarrolla una modelación matemática que permite simular la propagación de un virus bajo diferentes escenarios, utilizando herramientas como teoría de grafos, cadenas de Markov y simulaciones en Python. Con base en este modelo, se construyen estrategias de contención del virus que pueden extrapolarse a la realidad mexicana, específicamente en torno a los principales aeropuertos del país. A partir de las medidas de centralidad y conectividad, se diseñan rutas óptimas de intervención que minimizan los brotes y reducen el tiempo de propagación. Una contribución clave de esta investigación es su aplicación práctica en el sector asegurador. Ofrece una herramienta útil para modelar el riesgo epidémico, anticipar escenarios de alta siniestralidad, ajustar primas, evaluar reservas técnicas y proponer mecanismos de gestión y reaseguro. Esta perspectiva innovadora, basada en la gamificación y la parsimonia, permite una comprensión sencilla pero poderosa del riesgo pandémico y su impacto en los seguros de vida y salud.
La versión en video de este artículo puede verse aquí.

Palabras clave
Pandemia; *Pandemic*; Gamificación; Teoría de grafos; COVID-19; Simulación.

Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 17 de febrero de 2026
Artículo comunicado por Ricardo Ibarra Lara. Formación: Aldo Flores Mendoza. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.



1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVO

Para Thorburn (1918), el principio filosófico de parsimonia, mejor conocido como la "navaja de Ockham", sostiene que una explicación simple es preferible a una compleja si ambas son igualmente probables. Este trabajo parte de dicho principio para modelar de manera sencilla un fenómeno complejo: la propagación de una pandemia.

La investigación se basa en *Pandemic*, un juego cooperativo creado por Leacock (2008), donde los jugadores deben erradicar una enfermedad global. Mediante una versión reducida del juego, se construye un modelo matemático capaz de ilustrar cómo se propaga un virus, cómo se detona una cadena de brotes y qué estrategias permiten contenerlo de manera eficiente.

Esta aproximación lúdica no sólo permite generar conciencia pública, sino que también tiene implicaciones profundas para el sector asegurador, que enfrenta nuevos retos ante eventos pandémicos de alto impacto. El objetivo final es transformar esta representación en una herramienta útil para la gestión actuarial de riesgos epidémicos.

2. METODOLOGÍA

El modelo se desarrolla en cinco etapas principales:

1. Simplificación del juego *Pandemic*: Se reduce el tablero a cinco ciudades de Sudamérica y se definen sus conexiones mediante un multigrafo no dirigido, utilizando los conceptos de teoría de grafos enunciados por Agarwal y Singh (2018).

2. Construcción del modelo matemático: Seguimos a Ruhnau (2000) para aplicar medidas de centralidad de redes y cadenas de Markov para representar la propagación del virus y las posibles transiciones de estado.

3. Simulación en Python: Se genera un programa que simula el avance del virus bajo distintas condiciones: sin jugador, con jugador sin estrategia, con jugador con estrategia, y combinación de personajes.

4. Adaptación al contexto mexicano: Se replantea el tablero con base en los cinco principales aeropuertos de México y sus rutas más transitadas.

5. Interpretación de resultados y aplicación al sector asegurador: Se analizan los datos obtenidos para proponer estrategias óptimas de intervención y aplicación en las aseguradoras.

[1]Correo electrónico: berthalote@gmail.com
[2]Correo electrónico: daniela.schaar@capgemini.com

3. MARCO TEÓRICO

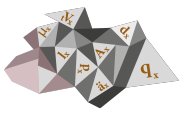
No es la primera vez que la humanidad se enfrenta a una situación como esta. Por el contrario, la historia registra múltiples pandemias y epidemias, desde tiempos prehistóricos hasta la actualidad, muchas de las cuales han provocado catástrofes demográficas y alterado el rumbo de la historia (vea los trabajos de Dietz y Heesterbeek (2002); Galindo Uribarri *et al.* (2013); Grupo Epidemia (2025); Hethcote (1996); Koopman *et al.* (2002); Kermack y McKendrick (1932); Montesinos-López (2007)). Esta recurrencia ha motivado la necesidad de comprender la propagación de enfermedades y establecer medidas preventivas y de control.

Las matemáticas han demostrado ser una herramienta sumamente útil para estudar estos fenómenos. Daniel Bernoulli fue uno de los primeros científicos en aplicar un modelo matemático para evaluar el impacto de la viruela y defender la utilidad de la vacunación, anticipándose más de un siglo al desarrollo formal de la epidemiología moderna (vea el artículo de Dietz y Heesterbeek (2002)).

A lo largo del tiempo, numerosos investigadores han ampliado esta línea de trabajo, desarrollando modelos cada vez más sofisticados. Sin embargo, la mayoría de estos estudios presentan un alto grado de complejidad y suelen estar enfocados en realidades distintas a la mexicana.

Este trabajo propone una explicación parsimoniosa; es decir, simple pero potente, de la pandemia de COVID-19, adaptada al contexto nacional. Aprovechando el poder del cómputo, la teoría de juegos, la aleatoriedad y el gusto por los juegos de mesa, se busca generar conciencia sobre cómo las decisiones individuales, como cumplir con una cuarentena, pueden modificar el curso de una pandemia de manera significativa. La figura 1 muestra el tablero de la edición estándar del juego.

Figura 1 Tablero de *Pandemic*.



4. VERSIÓN REDUCIDA DEL JUEGO

Como se mencionó anteriormente, se busca modelar la pandemia de la manera más sencilla posible. Para esto, el juego de *Pandemic* se reduce a la versión ilustrada en la figura 2 y con la matriz de infección ilustrada en la tabla 1.

Figura 2 Tablero de la versión reducida de *Pandemic*. Elaboración propia.

La versión reducida del juego se estudia bajo cuatro distintas líneas de acción:

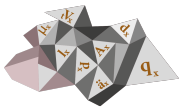
- Sin jugador.
- Con jugador sin estrategia.
- Con jugador con estrategia.
- Con jugador con estrategia y mezcla de personajes.

4.1. Versión de *Pandemic* sin jugador

Con el objetivo de analizar cómo se comporta la propagación de un virus, se parte de una versión del juego en la que no hay un jugador; es decir, no se realizan acciones para contener la pandemia. Esta versión del juego funciona como se explica a continuación.

Antes de comenzar, se infectan aleatoriamente dos ciudades (una con un cubo de infección y la otra con dos). En cada turno, se extrae una carta del mazo compuesto de la siguiente manera:

- **Cinco cartas de infección.** Representan a cada una de las ciudades. Al extraer una de estas se debe colocar un cubo de infección en la ciudad correspondiente. Tras infectar la ciudad, la carta se coloca en la pila de descarte.



Como en *Pandemic*, el nivel de infección de las ciudades se representa a partir de cubos de infección. Cada ciudad puede tener entre cero y tres cubos:

CIUDAD	#CUBOS DE INFECCIÓN			
	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)
	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
	(3,0)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
	(4,0)	(4,1)	(4,2)	(4,3)
	(5,0)	(5,1)	(5,2)	(5,3)

Figura 3. Matriz nivel de infección de las ciudades

Tabla 1 Matriz nivel de infección de las ciudades. Elaboración propia.

- **Dos cartas de epidemia.** Al extraer estas cartas, se realizan las siguientes acciones:
- **Infectar.** Se obtiene aleatoriamente otra carta del mazo. Si se obtiene una carta de infección, se añaden tres cubos a la ciudad indicada y se coloca en la pila de descarte. Si se obtiene una carta de epidemia, este proceso se realiza dos veces.
- **Intensificar.** Las cartas de la pila de descarte se regresan al mazo disponible.
- **Descarte.** Se descarta la carta de epidemia. Esta carta nunca regresa al mazo (aun cuando se extrae la segunda carta de epidemia).

4.2. Árbol de probabilidad por turno

La probabilidad de extracción de las cartas del mazo para cada turno puede verse reflejada en el árbol de la figura 3.

4.3. Cambios en los estados

Es importante recordar que ninguna ciudad puede tener más de tres cubos. Por lo tanto, en el caso de que se deba infectar una ciudad que ya cuenta con tres cubos, se produce un **brote** y se aumenta el marcador de brotes. Estos ocasionan que, en lugar de añadir un cuarto cubo a la ciudad correspondiente, se agregue un cubo a todas las ciudades que estén conectadas a ella. Si alguno de estos nuevos cubos hace que el número de cubos en alguna de las ciudades supere a tres, se causa una reacción en cadena y se producen nuevos brotes. Sin embargo, una ciudad sólo puede causar un brote en cada reacción en cadena. El juego termina cuando:

- El marcador de brotes es igual a tres, o
- se terminan las cartas del mazo.

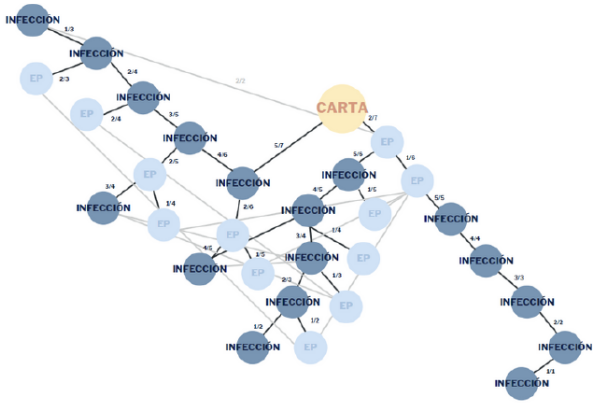


Figura 3 Árbol de probabilidad por turno. Elaboración propia.

Con estas reglas, se pueden dar los cambios en los estados descritos en la tabla 2.

De este estado \ A este estado	# CUBOS DE INFECCIÓN	0	1	2	3
	0	✕	-Carta de infección -Brote en una ciudad adyacente	-Brote en dos ciudades adyacentes	-Epidemia (no se puede provocar un brote)
	1	✕	✕	-Carta de infección -Brote en una ciudad adyacente	-Epidemia (genera un brote) -Brote en dos ciudades adyacentes
	2	✕	✕	✕	-Carta de infección -Brote en una ciudad adyacente -Epidemia (genera un brote)
	3	✕	✕	✕	No se puede salir de este estado. Tan solo se ocasionan brotes y posiblemente reacciones en cadena.

Tabla 2 Cambios en los estados sin jugador en un turno. Elaboración propia.

4.4. Teoría de grafos

Como se puede ver tanto en el tablero de *Pandemic* como en su versión reducida, las conexiones entre las ciudades tienen un rol muy importante en la propagación del virus. Esto puede estudiarse matemáticamente a partir de la teoría de grafos. Los grafos son estructuras discretas que constan de vértices y aristas que conectan entre sí esos vértices. Entonces, un grafo G consta de dos conjuntos:

1. Un conjunto $V = V(G)$ cuyos elementos se denominan nodos, puntos o vértices de G.
2. Un conjunto $E = E(G)$ de pares de vértices distintos denominados aristas de G.

Así, los nodos representan ciudades, y las aristas son las conexiones entre las ciudades. Se observa que la conexión entre dos ciudades es bidireccional. Por lo tanto, se trata de un grafo **no dirigido**, o sea $(V_j, V_k) \in E \rightarrow (V_k, V_j) \in E$. El grafo correspondiente a la versión reducida de la figura 2 aparece en la figura 4.

Figura 4 Grafo de la versión reducida de *Pandemic* generado en Gephi. Elaboración propia.

Note que:

- Tres aristas llegan a Bogotá (nodo 1).
- Dos aristas llegan a Lima (nodo 2).
- Una arista llega a Santiago de Chile (nodo 3).
- Dos aristas llegan a Buenos Aires (nodo 4).
- Dos aristas llegan a Sao Paulo (nodo 5).

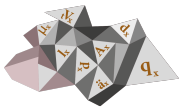
De aquí se sigue que el tablero de la versión reducida de *Pandemic* es un **multigrafo**.

4.5. Caminos

Sean x y y nodos de un grafo no dirigido $G = (V, E)$. Un camino $x - y$ en G es una sucesión alternada finita de vértices y aristas de G que comienza en el vértice x y termina en el y. La longitud del camino (n) es el número de aristas que hay en el camino. Así:

- $x = y \rightarrow$ camino cerrado,
- $x \neq y \rightarrow$ camino abierto.

En el juego, los caminos son importantes para los brotes y para las reacciones en cadena de estos. Dado que para cualquier par de nodos existe un camino en G que los une, el grafo es **conexo**.



4.6. Medidas de centralidad

Para medir la importancia de los nodos en un grafo, se utilizan las medidas de centralidad. Estas son útiles para analizar la propagación del virus, crear estrategias y obtener conclusiones.

4.7. Grado

Para cualquier vértice (v) del grafo, su grado $(grad(v))$ es el número de aristas que son incidentes a este nodo. En el juego, esta medida refleja el número de conexiones que cada ciudad posee. Entre mayor sea el grado de la ciudad, más importante es, ya que define la severidad de los brotes (con excepción de los brotes causados por un brote en una ciudad adyacente). La tabla 3 muestra la graduación de cada vértice en nuestro ejemplo reducido.

GRADO	
Bogotá	3
Lima	2
Santiago de Chile	1
Buenos Aires	2
São Paulo	2
Sucesión de grados del grafo	10
Grado medio	2

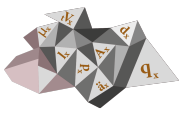
Tabla 3 Grado de cada nodo y grado total del grafo. Elaboración propia.

4.8. Centralidad de vector propio

La centralidad de eigenvector es una medida de la influencia de un nodo en un grafo. Esta medida es relevante en el juego porque no sólo toma en consideración el número de conexiones de una ciudad, sino también el número de conexiones de las ciudades a las que está conectada.

Para calcular esta medida, es necesario obtener la matriz de adyacencia. Esta matriz muestra un uno si hay adyacencia entre las ciudades y un cero si no la hay. Para un grafo $G = (V, E)$ la centralidad de vector propio para el nodo v se calcula haciendo $x_v := \frac{1}{\lambda} \sum_{t \in G} a_{v,t} x_t$, donde:

- G representa los otros nodos del grafo,
- $a_{v,t}$ denota el elemento (v, t) de la matriz de adyacencia,
- x_t representa la centralidad del vector del nodo,
- λ es una constante que es igual al mayor eigenvalor de la matriz de adyacencia.



Esto se puede reescribir como $Av = \lambda v$. Si λ es un valor propio de A, entonces existe un vector propio v que satisface esta ecuación. Para obtener los valores propios, se parte de que v no es nulo y por lo tanto $\det(A - \lambda I) = 0$.

Con esto se calcula el **polinomio característico**:

$$\det(A - \lambda I) = \lambda^5 + 5\lambda^3 + 2\lambda^2 - 4\lambda - 2.$$

Así, resolviendo para λ obtenemos que $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$, $\lambda_3 = -1.675$, $\lambda_4 = -0.539$ y $\lambda_5 = 2.214$

Para obtener la centralidad de vector propio, basta con calcular el eigenvector del mayor valor propio. Es decir, $\lambda = \lambda_5 = 2.214$. Entonces:

$$A - \lambda I = \begin{pmatrix} -2.214 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2.214 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2.214 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2.214 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2.214 \end{pmatrix},$$

Ahora hacemos $(A - \lambda I)v = 0$. Al resolver este siguiente sistema de ecuaciones lineales, se obtiene que: $x_1 = 1.214x_5$, $x_2 = 0.689x_5$, $x_3 = 0.311x_5$, $x_4 = x_5$, $x_5 = x_5$. Hagamos $x_5 = 1$. Así, las medidas de vector propio para cada nodo son:

- Bogotá: 1.214,
- Lima: 0.689,
- Santiago de Chile: 0.311,
- Buenos Aires: 1,
- Sao Paulo: 1.

Para simplificar los cálculos, se puede utilizar un software de visualización y exploración de todo tipo de grafos llamado Gephi. La tabla 4 resume los resultados y muestra que el nodo con mayor influencia es Bogotá, y el nodo con menor influencia es Santiago de Chile.

Id	Label	Grado	Eigenvector Centrality
1	Bogota	3	1.0
2	Lima	2	0.56845
3	Santiago de Chile	1	0.257341
4	Buenos Aires	2	0.822934
5	Sao Paulo	2	0.822934

Tabla 4 Medidas de centralidad calculadas en Gephi. Elaboración propia.

La tabla 5 resume la comparación de los resultados obtenidos por ambos métodos. En ella se aprecia que si x es un eigenvector del eigenvalor λ y $\alpha \neq 0$, entonces ax también es eigenvector de λ. En nuestro caso, $\alpha = 1.214$.

Gephi	Cálculo manual
1	= 1.214
0.57	= 0.689
0.26	= 0.311
0.82	= 1
0.82	= 1

*1.214

Tabla 5 Comparación centralidad eigenvector (Gephi *vs.* Cálculo manual). Elaboración propia.

Adicionalmente, se puede notar en la tabla 4 y la figura 5, que el grado y la centralidad de vector propio son medidas correlacionadas.

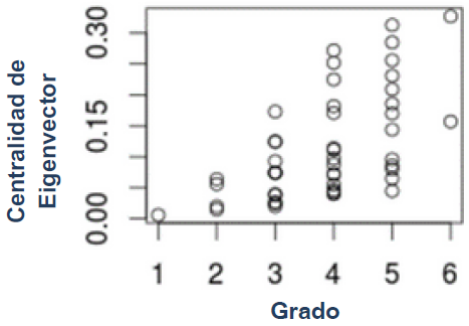


Figura 5 Correlación entre las medidas de centralidad. Imagen tomada de aquí.

4.9. Centralidad de intermediación

La intermediación mide la frecuencia con la que un nodo aparece en el camino más corto entre nodos de la red. Para un grafo $G = (V, E)$, la intermediación de un nodo en un grafo se define como $C_B(v) := \sum_{i \neq j \in V} \frac{b_{ivj}}{b_{ij}}$, donde

- b_{ij} es el número de caminos más cortos desde el nodo i hasta el nodo j,
- b_{ivj} es el número de caminos más cortos desde el nodo i hasta el nodo j, que pasan a través del nodo v.

Para la versión reducida de *Pandemic* se obtienen las intermediaciones que muestra la tabla 6. Note que Santiago de Chile, Buenos Aires y Sao Paulo no aparecen en los caminos más cortos entre los nodos del grafo.

4.10. Centralidad de cercanía

Esta medida es la distancia media (tomando los caminos más cortos) desde un nodo inicial a todos los demás nodos del grafo. Para un grafo $G = (V, E)$, la cercanía de un nodo $u \in V$ se define como: $C_c(u) = \frac{1}{\sum_{v \in V} d(u,v)}$, donde $d(u, v)$

	Etiqueta	Centralidad
1	Bogotá	4.0
2	Lima	3.0
3	Santiago de Chile	0
4	Buenos Aires	0
5	Sao Paulo	0

Tabla 6 Intermediaciones calculadas en Gephi. Elaboración propia.

es la distancia geodésica (más corta) entre los nodos u y v. La tabla 7 muestra el resumen de los resultados.

Id	Label	Closeness Centrality
1	Bogota	0.8
2	Lima	0.666667
3	Santiago de Chile	0.444444
4	Buenos Aires	0.571429
5	Sao Paulo	0.571429

Tabla 7 Medidas de cercanía calculadas en Gephi. Elaboración propia.

4.11. Excentricidad

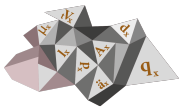
Esta métrica es la distancia desde un nodo al nodo más alejado de él en la red. La tabla 6 muestra los resultados. Note que Bogotá y Lima cuentan con la escentricidad más baja.

Id	Label	Eccentricity
1	Bogota	2.0
2	Lima	2.0
3	Santiago de Chile	3.0
4	Buenos Aires	3.0
5	Sao Paulo	3.0

Figura 6 Excentricidades calculadas en Gephi. Elaboración propia.

4.12. Simulación en Python

Una vez que se comprende la implicación matemática del juego, es posible simularlo. Para esto, se crea un vector de estados con doce entradas que muestran la situación completa del juego al final de cada turno. En las primeras cinco entradas se muestra el número de cubos de infección que tiene cada ciudad respectivamente, teniendo así valores entre cero y tres. Las siete entradas restantes reflejan las cartas del mazo. Aquellas cartas



que continúan en el mazo tienen el número uno y las que no están el número cero. Entonces, el número total de estados que puede tener el vector de estados es de $4^5 \times 2^7 = 2^{17} = 131,072$.

4.13. Algoritmo

La figura 7 presenta el diagrama de flujo para el juego. Con base en este se desarrolla el programa en Python. El programa infecta cada ciudad adyacente en caso de un brote a partir de la matriz de adyacencia calculada anteriormente.

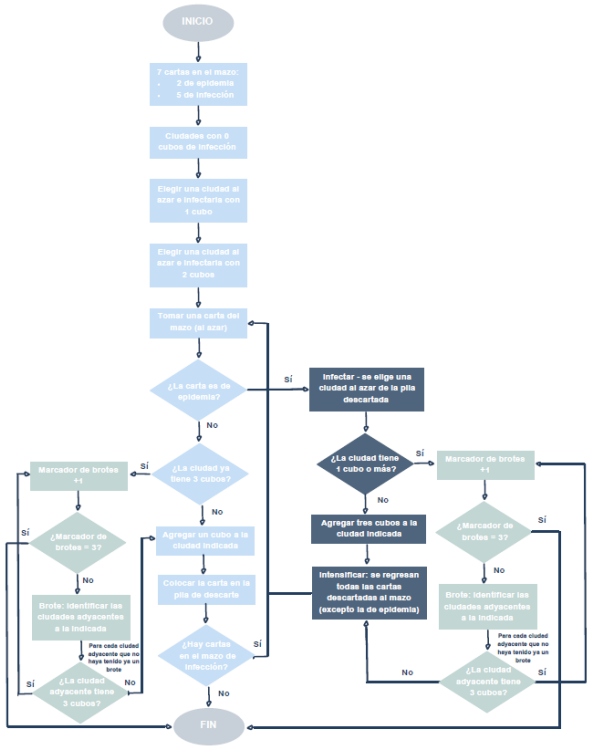


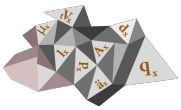
Figura 7 Algoritmo versión reducida de *Pandemic* sin jugador. Elaboración propia.

4.14. Estadísticas

Tras simular el juego 100,000 veces se obtienen los siguientes resultados:

Cubos de infección. Cubos promedio en cada ciudad al terminar el juego:

- **Bogotá**: 2.62
- **Lima**: 2.37
- **Santiago de Chile**: 2.09



- **Buenos Aires**: 2.33
- **Sao Paulo**: 2.30

Note que Bogotá es la ciudad que cuenta con más cubos promedio al final del juego. Esto se debe a que cuenta con:

- El mayor grado (3).
- La mayor centralidad de vector propio (1).
- La mayor centralidad de intermediación (4).

Turnos. La figura 8 muestra los resultados.

Promedio de turnos	5.59
Máximo de turnos	11
Mínimo de turnos	1
Moda de turnos	6

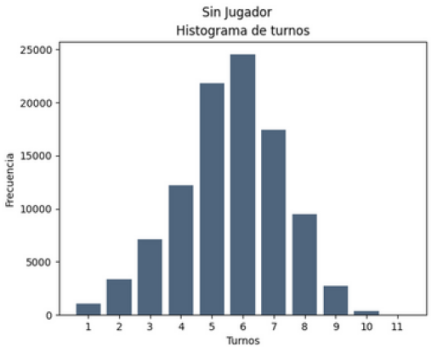


Figura 8 Histograma de turnos sin jugador. Elaboración propia.

En general, se observa que al permitir que el juego siga su curso natural infectando ciudades sin intervención alguna, éste termina rápidamente. Por cómo están conectadas las ciudades y por la manera en la que funciona *Pandemic* (con cartas de infección, epidemias y brotes), no contar con un jugador causa que, en ocasiones, el juego termine hasta en sólo un turno.

Epidemias. La figura 9 muestra el histograma de epidemias cuando no hay jugadores en el juego. Note que la mayoría de las veces, salen las dos cartas antes de que termine el juego. Esto refleja que, en ocaciones la extracción de ambas cartas es precisamente lo que cause que este finalice. También se observa que ningún juego finaliza sin que se obtenga al menos una carta de epidemia. Por lo tanto, estas cartas juegan un rol muy importante en la duración de *Pandemic*.

Epidemias promedio	1.80
Moda de epidemias	2

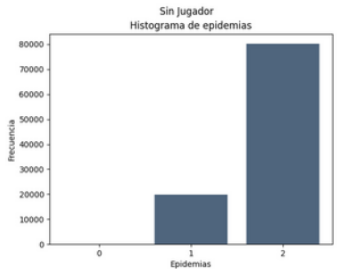


Figura 9 Histograma de epidemias sin jugador. Elaboración propia.

Brotes. Los brotes ocasionan que, en lugar de añadir en cuarto cubo a la ciudad correspondiente, se agregue un cubo a todas las ciudades que están conectadas a esta. Se observa que son muy pocos los juegos simulados que terminan con cero, uno o dos brotes. Esto confirma la importancia de las conexiones entre las ciudades y sus medidas de centralidad, ya que los brotes afectan significativamente al juego (el juego termina cuando el marcador de brotes llega a tres). Las figuras 10 y 11 muestran nuestros resultados.

Brotes promedio	2.63
Moda de brotes	3

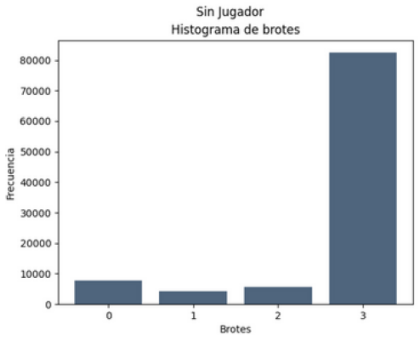


Figura 10 Histograma de brotes sin jugador. Elaboración propia.

Observe que:

- Entre más brotes ocurran, menos dura el juego.
- Las cartas de epidemia pueden provocar tres brotes y por lo tanto que se termine el juego (incluso en sólo un turno).

Turnos jugados	Brotes Promedio	Epidemias Promedio
1	3.0	2.0
2	3.0	1.76
3	3.0	1.76
4	3.0	1.78
5	2.44	1.83
6	2.39	1.82
7	2.72	1.81
8	2.67	1.77
9	2.61	1.74
10	2.66	1.85
11	2.67	2.0

Figura 11 Brotes y epidemias por turno sin jugador. Elaboración propia.

- Si ocurren muchos brotes (por cartas de infección), el juego incluso puede terminar antes de que salgan las dos cartas de epidemia.

Tras analizar esta versión del juego, se puede concluir que las conexiones entre las ciudades, las cartas de infección, las epidemias y los brotes provocan que Sudamérica se infecte no sólo en gran medida, sino también rápidamente. Esto nos lleva a preguntarnos: ¿qué pasaría si hubiese un jugador combatiendo el virus?

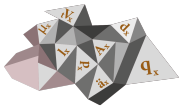
5. VERSIÓN DE *PANDEMIC* CON JUGADOR SIN ESTRATEGIA

Una vez que se analizó matemáticamente y computacionalmente el comportamiento de la propagación del virus, es posible incorporar un jugador. Esta versión del juego funciona de la siguiente manera:

Antes de comenzar, se infectan aleatoriamente dos ciudades (una con un cubo de infección y la otra con dos). El jugador empieza en una posición aleatoria del tablero y cada turno consiste en la realización de dos acciones por parte del jugador. Estas pueden ser:

- El traslado a una ciudad adyacente a donde se encuentre.
- La extracción de un cubo de infección de la ciudad en donde se encuentre.

La obtención de una carta del mazo. Una vez más, esta puede ser de infección o de epidemia, y funciona de la misma manera (y cuenta con el mismo árbol de probabilidad) que en la versión sin jugador.



5.1. Personajes

En el juego real de *Pandemic*, existen diversos personajes que cuentan con habilidades especiales que cambian la manera de realizar las acciones de cada turno. En esta versión, el jugador puede elegir entre los siguientes dos personajes:

- **Médico**: Puede quitar todos los cubos de infección de la ciudad en la que se encuentra con una sola acción.
- **Especialista en cuarentenas**: Evita que se coloquen cubos de infección y se produzcan brotes en la ciudad donde se encuentra.

5.2. Estrategia

Es importante mencionar que en esta versión del juego, no se considera ninguna estrategia de desplazamiento por parte del jugador. Es decir, se moverá una ciudad adyacente al azar.

El jugador entonces realiza sus dos acciones de la siguiente manera:

- **Primera acción**: El jugador retira un cubo de infección de la ciudad en la que se encuentra. En caso de ser el médico, retira todos los cubos. Por otro lado, si la ciudad no está infectada, el jugador se mueve aleatoriamente a una ciudad conectada.
- **Segunda acción**: Si después de realizar la primera acción la ciudad sigue teniendo cubos de infección, utiliza la segunda acción para retirar otro cubo. Si esta ciudad ya no tiene cubos, el jugador se mueve aleatoriamente a una ciudad conectada.

5.3. Cambios en los estados

Al igual que en la versión sin jugador, ninguna ciudad puede tener más de tres cubos. Siendo aquellas que tienen tres cubos las que producen brotes, que a su vez aumentan el marcador.

El juego termina cuando:

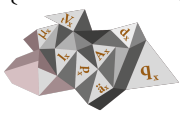
- El marcador de brotes es igual a tres (el jugador pierde).
- Se terminan las cartas del mazo (el jugador pierde).
- El jugador retira todos los cubos de infección del tablero (el jugador gana).

Con estas reglas, se pueden dar los cambios en los estados referidos en la tabla 8.

5.4. Cadenas de Markov

Como se mencionó anteriormente, en esta versión de *Pandemic*, el jugador se desplaza de manera aleatoria entre las ciudades conectadas. Estos movimientos pueden ilustrarse a partir de una cadena de Markov.

Entonces, el conjunto de variables aleatorias $X_\bullet = \{X_t : t \in T,\ X_t(\omega) \to S,\ X_t^{-1}(E) \in \mathcal{F} \forall E \in \mathcal{S}\}$ es un



De este estado \ A este estado	# CUBOS DE INFECCIÓN	0	1	2	3
	0	✕	- Carta de infección - Brote en una ciudad adyacente	- Brote en dos ciudades adyacentes	- Epidemia (no se puede provocar un brote)
	1	-El jugador utiliza una acción para quitar un cubo	✕	- Carta de infección - Brote en una ciudad adyacente	- Epidemia que genera un brote - Brote en dos ciudades adyacentes
	2	- El jugador tiene el personaje de médico y utiliza una acción para retirar los cubos	-El jugador es EC y utiliza una acción para quitar un cubo	✕	-Carta de infección -Brote en una ciudad adyacente -Epidemia (genera un brote)
	3	-El jugador tiene el personaje de médico y utiliza una acción para retirar los cubos	✕	-El jugador es EC y utiliza una acción para quitar un cubo	✕

Tabla 8 Cambios en los estados con jugador en un momento (sin estrategia). Elaboración propia.

proceso estocástico con espacio de estados S y conjunto de índices T. Estos procesos describen la evolución de un fenómeno aleatorio en el tiempo. Una cadena de Markov es un proceso estocástico que, para todos los tiempos $t \geq 0$ y todos los estados $i, ..., i, j_0 \in S$, cumple con que

$$P(X_{t+1} = j \mid X_t = i, X_{t-1} = i_{t-1}, \ldots, X_0 = i_0) = P(X_{t+1} = j \mid X_t = i) = P_{ij}.$$

P_{ij} refleja la probabilidad de que la cadena pase de un estado (i) al siguiente $(i+1)$, A la matriz de estas probabilidades $P = (P_{ij}), i, j \in S$, se le conoce como **matriz de transición** en un paso. Para cada $i \in S$, tenemos que $\sum_{j \in S} P_{ij} = 1$. En otras palabras, la propiedad de las cadenas de Markov denota que el futuro es independiente del pasado, dado el estado presente.

Sean:

- X_n el tiempo presente, el estado actual,
- $X_{n+1}, X_{n+2}, ...$ el futuro,
- $X_0, ..., X_{n-1}$ el pasado.

Entonces, si el valor $X_n = i$ es conocido, entonces la evolución futura de la cadena únicamente depende de i y es independiente de los valores del pasado $X_{n-1}, ..., X_0$.

Analizando el funcionamiento de *Pandemic* (estados, turnos, movimientos, etc.), se observa fácilmente que se trata de una **cadena de Markov discreta**. Además, la probabilidad de pasar de una ciudad a otra no depende del tiempo (las conexiones entre las ciudades no se mueven), por lo que se cuenta con una

cadena de Markov homogénea. Entonces, la propiedad de Markov se puede reducir a:

$$P(X_{t+1} = j \mid X_t = i) = P(X_1 = j \mid X_0 = i) = P_{ij}.$$

A partir de esto, se obtiene que el jugador se desplaza en el tablero de acuerdo a la matriz de transición:

$$\begin{array}{c} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Esta matriz refleja los desplazamientos del jugador y este sólo va a moverse cuando la ciudad en la que se encuentre ya no esté infectada. Por lo tanto, la probabilidad de que el jugador se quede en la misma ciudad (dado que ya no hay cubos) es cero. Con esta matriz es posible obtener la probabilidad de terminar en cada ciudad después de un determinado número de movimientos. La distribución invariante es $(0.3, 0.2, 0.1, 0.2, 0.2)$.

Note que:

- Santiago de Chile cuenta con una conectividad muy baja y una alta excentricidad. Como consecuencia, si el jugador cae aleatoriamente en esta ciudad, algunas ciudades se vuelven inalcanzables en cada movimiento.
    - Con un movimiento no se puede llegar a tres ciudades
    - Con dos movimientos no se puede llegar a dos ciudades
- Sin importar en qué ciudad comience el jugador, en general, la probabilidad de llegar a Bogotá después de moverse es alta.
- Independientemente de la ciudad inicial del jugador, las probabilidades de terminar en Buenos Aires y Sao Paulo son muy similares. Esto se debe a que estas ciudades tienen la misma centralidad de vector propio.

5.5. Simulación en Python

Para simular esta versión con jugador y sin estrategia del juego, se utiliza el mismo vector de estados en doce entradas que se creó para la versión sin jugador.

5.6. Algoritmo

La figura 12 muestra el diagrama de flujo de nuestro algortmo.

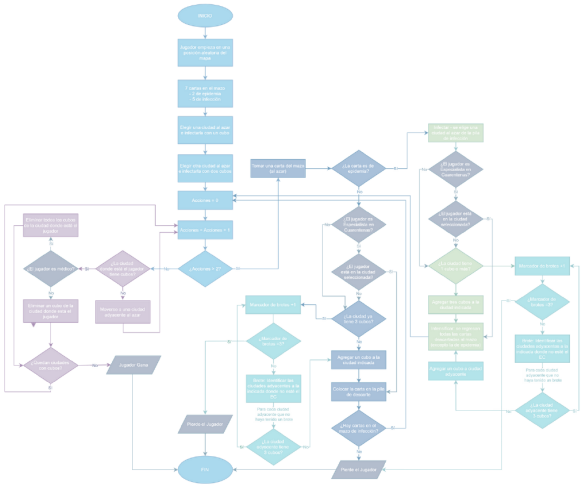


Figura 12 Algoritmo versión reducida de *Pandemic* con jugador (sin estrategia). Elaboración propia.

5.7. Estadísticas

Las figuras 13 y 14 muestran nuestros resultados para 100,000 simulaciones del juego para el personaje del médico sin estrategia. Se observa que, al contar con un jugador, tanto el número promedio de turnos como el máximo aumentan. Por otro lado, el número de brotes promedio disminuye significativamente. Esto se debe a que el médico tiene la capacidad de eliminar todos los cubos de la ciudad en la que se encuentra. Al añadir la participación del jugador, aparece la probabilidad de ganar el juego. Sin embargo, como no cuenta con una estrategia, esta es muy baja.

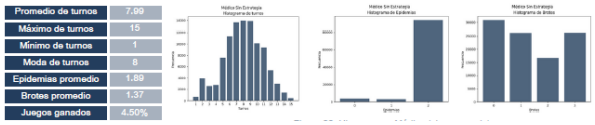
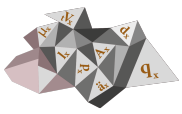


Figura 13 Histogramas Médico (sin estrategia). Elaboración propia.

Las figuras 15 y 16 muestran nuestros resultados para 100,000 simulaciones del juego para el personaje del especialista en cuarentenas sin estrategia.

Una vez más, el número promedio de turnos aumenta y el de brotes disminuye. Mientras que en la versión sin jugador la gran mayoría de los juegos terminan con tres brotes, se observa que al añadir al especialista en cuarentenas, la mayoría terminan con cero. Por su capacidad para evitar brotes, la incorporación



Turnos jugados	Brotes Promedio	Epidemias Promedio
1	3.0	2.0
2	0.88	0.53
3	1.96	1.27
4	2.65	1.71
5	1.27	1.92
6	1.29	1.96
7	1.52	1.98
8	1.43	1.99
9	1.32	1.99
10	1.31	2.0
11	1.22	2.0
12	1.23	2.0
13	1.2	2.0
14	1.16	2.0
15	1.04	2.0

Figura 14 Brotes y epidemias por turno Médico (sin estrategia). Elaboración propia.

Promedio de turnos	8.23
Máximo de turnos	15
Mínimo de turnos	1
Moda de turnos	9
Epidemias promedio	1.92
Brotes promedio	1.16
Juegos ganados	4.76%

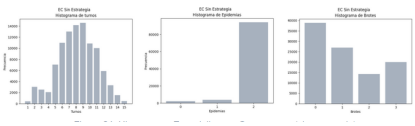
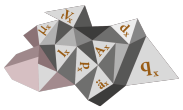


Figura 15 Histograma Especialista en Cuarentenas (sin estrategia). Elaboración propia.

Turnos jugados	Brotes Promedio	Epidemias Promedio
1	3.0	2.0
2	0.77	0.75
3	1.33	1.17
4	2.25	1.63
5	1.0	1.93
6	1.08	1.97
7	1.26	1.98
8	1.2	1.99
9	1.15	2.0
10	1.1	2.0
11	1.05	2.0
12	1.1	2.0
13	1.09	2.0
14	1.07	2.0
15	1.12	2.0

Figura 16 Brotes y epidemias por turno Especialista en Cuarentenas (sin estrategia). Elaboración propia.

de este personaje cambia la dinámica del juego, aumentando la probabilidad de que este termine por una razón ajena a un brote (como que se terminen las cartas o que gane el jugador). A pesar de que el porcentaje de juegos ganados para el especialista en cuarentenas es ligeramente mayor que el del médico, este sigue siendo bajo. Esto refleja que, aunque la habilidad especial del personaje no esté relacionada con la eliminación de cubos, los desplazamientos siguen siendo importantes.



Al incorporar al jugador (con cualquiera de los personajes), las estadísticas mejoran. Ahora, el juego dura más e incluso existe la posibilidad de ganar. Sin embargo, esta probabilidad es baja. ¿Qué pasaría si en lugar de desplazarse aleatoriamente en el tablero, el jugador se moviese estratégicamente con el objetivo de combatir la pandemia?

6. VERSIÓN DE *PANDEMIC* CON JUGADOR CON ESTRATEGIA

Esta versión del juego funciona de la siguiente manera:

- Una vez más, se infectan de la misma manera dos ciudades antes de comenzar el juego.
- El jugador comienza en una posición aleatoria del tablero.
- Cada turno está compuesto de la misma forma que en la versión anterior (realización de dos acciones y obtención de una carta del mazo).

6.1. Personajes

Esta versión cuenta con los mismos personajes que la versión sin estrategia (médico y especialista en cuarentenas).

6.2. Estrategia

El jugador busca erradicar el virus antes de que este termine el juego. Para esto, implementa la siguiente estrategia:

- **Primera acción**: El jugador retira un cubo de infección de la ciudad en la que se encuentre. En el caso de ser el médico, retira todos los cubos. Por otro lado, si la ciudad no está infectada, el jugador se mueve a la ciudad conectada que tenga más cubos de infección. En el caso de que dos o más ciudades adyacentes tengan el mismo número de cubos, para tomar una decisión el jugador revisa tanto el grado de estas ciudades como el número de cubos de las ciudades conectadas a estas.
- **Segunda acción**: Si después de realizar la primera acción la ciudad sigue teniendo cubos de infección, utiliza la segunda acción para retirar otro cubo. Si esta ciudad ya no tiene cubos, el jugador se mueve con los mismos criterios explicados en la primera acción.

6.3. Cambios en los estados

Al igual que en las versiones anteriores, ninguna ciudad puede tener más de tres cubos y esto produce brotes, que a su vez aumentan el marcador. El juego termina bajo las mismas condiciones y los estados pueden cambiar de la misma forma que en la versión con jugador sin estrategia.

6.4. Simulación en Python

Para simular esta versión con jugador y con estrategia del juego, se utiliza el mismo vector de estados de doce entradas que se creó para la versión sin jugador.

6.5. Algoritmo

La figura 17 presenta el algoritmo de esta versión del juego.

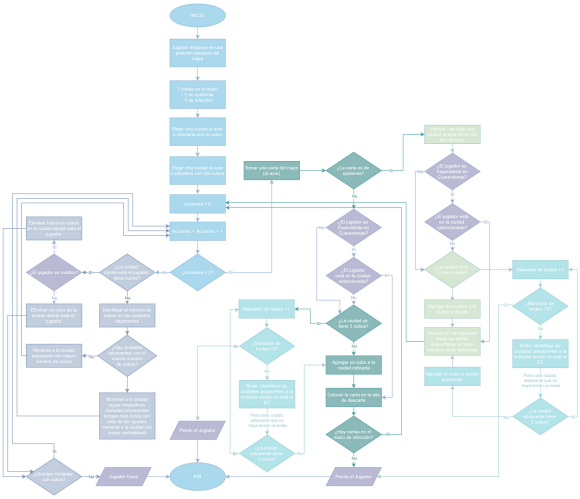


Figura 17 Algoritmo versión reducida de *Pandemic* con jugador (con estrategia). Elaboración propia.

6.6. Estadísticas

Las figuras 18 y 19 muestran nuestros resultados para 100,000 simulaciones del juego para el personaje del médico con estrategia. Se observa que, aunque al agregar una estrategia el promedio y máximo de turnos ya no aumentan, el porcentaje de juegos ganados crece en más de 10 % y que el número promedio de brotes se reduce aún más. En la mayoría de los juegos no ocurren brotes. Esto refleja que no todos los nodos tienen la misma importancia en el grafo. Gracias a las medidas de centralidad obtenidas anteriormente, es posible construir una estrategia que junto con la habilidad del médico aumenta la probabilidad de ganar el juego. La estrategia es muy importante para este personaje, ya que como únicamente necesita una acción para eliminar los cubos de una ciudad, se está desplazando constantemente.

Observaciones médico. Note los siguientes cambios en el número de acciones:

- Si el jugador contara con tres acciones, ganaría el 92.52 % de los juegos.

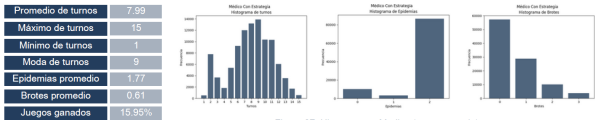


Figura 18 Histogramas Médico (con estrategia). Elaboración propia.

Turnos jugados	Brotes Promedio	Epidemias Promedio
1	3.0	2.0
2	0.21	0.14
3	0.42	0.47
4	0.86	1.06
5	0.33	1.85
6	0.57	1.94
7	0.73	1.98
8	0.7	1.99
9	0.66	2.0
10	0.64	2.0
11	0.65	2.0
12	0.63	2.0
13	0.6	2.0
14	0.55	2.0
15	0.55	2.0

Figura 19 Brotes y epidemias por turno Médico (con estrategia). Elaboración propia.

- Si el jugador contara con una sola acción, perdería el 100 % de los juegos.

Posición inicial

- Si el jugador empezara siempre en Bogotá (Ciudad 1), ganaría el 16.98 % de los juegos. Esto se debe a la alta centralidad de este nodo.
- Si el jugador empezara siempre en Santiago de Chile (Ciudad 3), ganaría el 13.20 % de los juegos. Esto se debe a la baja centralidad de este nodo.

Las figuras 20 y 21 muestran nuestros resultados para 100,000 simulaciones del juego para el personaje del especialista en cuarentenas con estrategia.

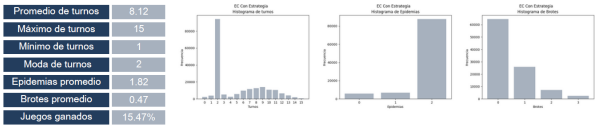
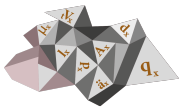


Figura 20 Histogramas Especialista en Cuarentenas (con estrategia). Elaboración propia.

La incorporación de una estrategia disminuye de modo relevante el número promedio de brotes y aumenta el porcentaje



de juegos ganados para el especialista en cuarentenas en más del 10 %. Esto se debe a que para este personaje, la estrategia es beneficiosa en dós ambitos:

- Optimiza la eliminación de cubos.
- Evita brotes y cadenas de brotes de una manera más ventajosa.

También destaca la moda de dos turnos, donde normalmente el jugador gana, pues tiene pocos brotes y epidemias promedio.

Turnos jugados	Brotes Promedio	Epidemias Promedio
1	3.0	2.0
2	0.17	0.45
3	0.17	0.71
4	0.42	1.04
5	0.19	1.84
6	0.46	1.95
7	0.61	1.98
8	0.58	1.99
9	0.53	2.0
10	0.48	2.0
11	0.48	2.0
12	0.5	2.0
13	0.47	2.0
14	0.45	2.0
15	0.49	2.0

Figura 21 Brotes y epidemias por turno Especialista en Cuarentenas (con estrategia). Elaboración propia.

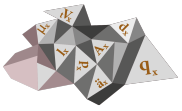
Observaciones especialista en cuarentenas. Note los siguientes cambios en el número de acciones:

- Si el jugador contara con tres acciones, ganaría el 81 % de los juegos.
- Si el jugador contara con una sola acción, perdería el 99.83 % de los juegos.

Posición inicial

- Si el jugador empezara siempre en Bogotá (Ciudad 1), ganaría el 17.72 % de los juegos. Esto se debe a la alta centralidad de este nodo.
- Si el jugador empezara siempre en Santiago de Chile (Ciudad 3), ganaría el 13.08 % de los juegos. Esto se debe a la baja centralidad de este nodo.

La tabla 9 muestra la comparación entre los resultados para los personajes sin estrategia *vs.* con estrategia. Note que, aunque la estrategia afecta ligeramente más al médico (por la naturaleza de su poder), tras analizar el juego sin estrategia y con estrategia, se concluye que el desempeño de los dos personajes es extremadamente similar. A pesar de que la estrategia los beneficia y que el porcentaje de juegos ganados puede crecer aún más si se empieza el juego en una ciudad con alta centralidad, estos porcentajes de triunfo siguen siendo bajos. ¿Qué pasaría si se mezclara a los dos personajes?



% JUEGOS GANADOS			
SIN ESTRATEGIA		CON ESTRATEGIA	
Médico	Especialista en cuarentenas	Médico	Especialista en cuarentenas
4.5%	4.76%	15.95%	15.47%

Tabla 9 Comparación porcentaje juegos ganados: Sin estrategia *vs.* con estrategia. Elaboración propia.

7. VERSIÓN DE *PANDEMIC* CON JUGADOR CON ESTRATEGIA Y COMBINACIÓN DE PERSONAJES

Esta versión del juego funciona de la misma manera que la versión anterior. Es decir:

- El tablero se infecta de la misma manera antes de comenzar la partida.
- Los turnos están compuestos de la misma manera (con las mismas acciones posibles).
- Se implementa la misma estrategia.
- Los cambios en los estados son los mismos.
- Las condiciones para finalizar el juego son las mismas.

Se crea un nuevo personaje que mezcla las habilidades del médico y del especialista en cuarentenas:

- Puede quitar todos los cubos de infección de la ciudad en la que se encuentre con una sola acción.
- Evita que se coloquen cubos de infección y se produzcan brotes en la ciudad donde se encuentra.

Tras simular el juego 100,000 veces, obtenemos los resultados que muestra la figura 22.

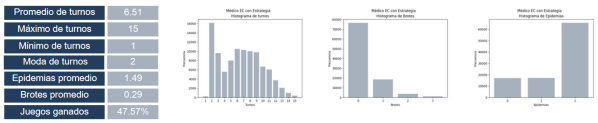


Figura 22 Histograma Médico + Especialista en Cuarentenas

Se observa que, al unir las habilidades de ambos personajes, no sólo se logra controlar los brotes, sino que también se aumenta el porcentaje de juegos ganados a 47.57 %. Por lo tanto, se concluye que la estrategia más óptima es aquella con:

- Un jugador.
- Una estrategia basada en las medidas de centralidad y en el número de cubos de las ciudades adyacentes.

- La combinación de los dos personajes.

La figura 23 muestra nuestros resultados para los brotes y epidemias por turno para la combinación entre el Médico y el Especialista en Cuarentenas (con estrategia).

Turnos jugados	Brotes Promedio	Epidemias Promedio
1	3.0	2.0
2	0.05	0.3
3	0.16	0.71
4	0.23	1.07
5	0.17	1.61
6	0.35	1.84
7	0.42	1.91
8	0.4	1.96
9	0.41	1.98
10	0.37	1.99
11	0.38	2.0
12	0.38	2.0
13	0.37	2.0
14	0.39	2.0
15	0.35	2.0

Figura 23 Brotes y epidemias por turno Médico + Especialista en Cuarentenas (con estrategia). Elaboración propia.

8. *PANDEMIC* Y PANDEMIA EN MÉXICO

Todos estos hallazgos provenientes de la modelación de *Pandemic* pueden ser aplicados a la pandemia real de COVID-19 en nuestro país. Tras analizar distintas versiones del juego *Pandemic*, se concluye que las conexiones entre ciudades en el tablero son determinantes en la velocidad y extensión con la que se propaga la enfermedad. Esta lógica también se refleja en la realidad, donde las redes de transporte, y en particular el transporte aéreo, jugan un papel crucial en la diseminación de virus. La pandemia de COVID-19 lo evidenció desde sus primeras etapas.

El 28 de febrero de 2020, en la conferencia matutina del Gobierno de México, se confirmó el primer caso positivo de COVID-19 en México. El paciente había viajado recientemente a Italia, lo que ilustra cómo la movilidad internacional puede ser el canal inicial de entrada para un virus de rápida propagación (vea el reporte de Gobierno de México (2021)).

Hoy en día vivimos en un mundo sumamente conectado, facilitando la propagación de enfermedades. México no es la excepción, ya que está altamente conectado tanto nacionalmente como internacionalmente. A continuación se presenta un análisis de la pandemia en nuestro país, considerando sus vínculos nacionales:

1. Aeropuerto Internacional Benito Juárez de la Ciudad de México (+40M de pasajeros al año).
2. Aeropuerto Internacional de Cancún (+20M de pasajeros al año).
3. Aeropuerto Internacional de Guadalajara "Don Miguel Hidalgo y Costilla"(+15M de pasajeros al año).
4. Aeropuerto Internacional de Monterrey "Mariano Escobedo"(+10M de pasajeros al año).
5. Aeropuerto Internacional de Tijuana "General Abelardo L. Rodríguez"(cerca de 10M de pasajeros al año).

Con el fin de representar la posible dinámica de propagación en el territorio nacional, se identificaron las dos rutas con mayor volumen de pasajeros para cada uno de estos aeropuertos. A partir de esta información, se construyó un multigrafo no dirigido que simula una red de contagio. Este modelo proporciona una aproximación visual y matemática sobre cómo un brote puede expandirse entre ciudades, considerando su nivel de conectividad. La figura 24 muestra nuestro planteamiento para México.

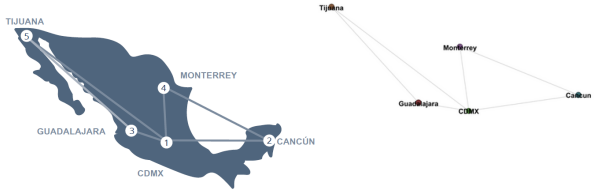


Figura 24 Grafo México. Elaboración propia.

La figura 25 muestra nuestras medidas de centralidad. Se observa que el nodo más importante de este grafo es el que representa al aeropuerto de la Ciudad de México. Este aeropuerto está conectado a todos los demás, tiene una alta centralidad de vector propio y aparece frecuentemente en los caminos más cortos entre los nodos de la red. Los demás aeropuertos cuentan con las mismas medidas de centralidad, por lo que tienen la misma relevancia en el grafo (menor que la de CDMX).

Id	Label	Grado	Eigenvector Centrality	Betweenness Centrality	Closeness Centrality	Eccentricity
1	CDMX	4	1.0	4.0	1.0	1.0
2	Cancun	2	0.640287	0.0	0.666667	2.0
3	Guadalajara	2	0.640287	0.0	0.666667	2.0
4	Monterrey	2	0.640287	0.0	0.666667	2.0
5	Tijuana	2	0.640287	0.0	0.666667	2.0

Figura 25 Medidas de centralidad de los aeropuertos en México calculadas en Gephi. Elaboración propia.

Tras analizar profundamente las distintas líneas de acción de la versión reducida de *Pandemic*, se encontró la mejor estrategia para combatir la propagación del virus. Tal estrategia puede aplicarse a México considerando las equivalencias presentadas en la figura 26.

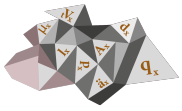


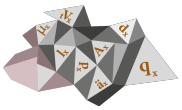
Figura 26 Equivalencias de *Pandemic* y la pandemia en México. Elaboración propia.

Como se estudió, la mejor estrategia es aquella que prioritiza la eliminación de cubos y se basa tanto en las medidas de centralidad de cada ciudad como en el número de cubos de sus ciudades adyacentes. Por lo tanto, el gobierno mexicano debe suministrar el mayor número de vacunas a las ciudades más infectadas y conectadas. De igual manera, debe prestar especial atención a las ciudades que tengan un alto grado de infección, cerciorándose de que los ciudadanos cumplan con la cuarentena a partir del semáforo epidemiológico. Sin embargo, la efectividad de estas medidas se puede comprometer con el suceso de eventos (como las vacaciones) que inevitablemente aumentan el número de contagios. Esto se simula 100,000 veces y se obtienen los resultados que muestra las figuras 27 y 28.

Promedio de turnos	6.02
Máximo de turnos	15
Mínimo de turnos	1
Moda de turnos	2
Epidemias promedio	1.38
Brotes promedio	0.20
Juegos ganados	55.3%

Turnos jugados	Brotes Promedio	Epidemias Promedio
1	3.0	2.0
2	0.03	0.29
3	0.14	0.74
4	0.16	1.02
5	0.11	1.55
6	0.28	1.82
7	0.31	1.89
8	0.31	1.95
9	0.31	1.98
10	0.27	1.99
11	0.27	2.0
12	0.26	2.0
13	0.24	2.0
14	0.25	2.0
15	0.27	2.0

Figura 27 Brotes y epidemias por turno Médico + Especialista en cuarentenas en México. Elaboración propia.



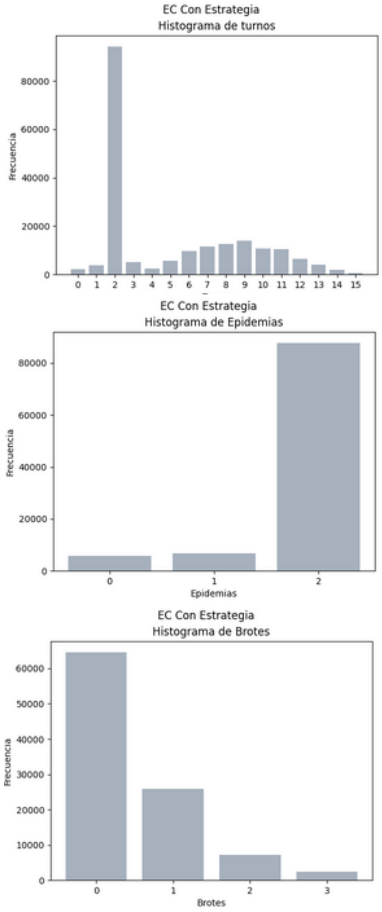


Figura 28 Histogramas Médico + Especialista en cuarentenas en México. Elaboración propia.

Número de cubos de infección promedio por ciudad:

- **Ciudad de México**: 0.13076.
- **Cancún**: 0.19354.
- **Guadalajara**: 0.24202.
- **Monterrey**: 0.22541.
- **Tijuana**: 0.29606.

Si el gobierno toma decisiones basadas en la estrategia óptima de *Pandemic*, se observan resultados satisfactorios. La pandemia se resuelve más de la mitad de las veces y en un periodo de tiempo corto. Adicionalmente, en general se cuenta con un bajo número de brotes y se observa que todas las ciudades terminan prácticamente sin infección.

La Ciudad de México termina con el menor número de

cubos de infección, reflejando que esta es una buena estrategia que ataca beneficiosamente a las ciudades más relevantes para el grafo. Ahora, es posible comparar esta estrategia simulada con las medidas realmente adoptadas por el gobierno.

8.1. Semáforo epidemiológico

Es un sistema de monitoreo creado para regular el uso del espacio público según el riesgo de contagio de COVID-19.

- **Rojo**:
  - Salidas estrictamente necesarias.
  - Se permiten sólo las actividades económicas esenciales.
  - Medidas estrictas de higiene y prevención.
- **Naranja**:
  - Se sugiere permanecer en casa.
  - Se permiten actividades económicas esenciales y que las empresas de actividades no esenciales trabajen con el 30 % de su personal.
  - Medidas de higiene y prevención
  - Los espacios públicos se abren con aforo reducido.
- **Amarillo**:
  - Se permiten más actividades con precaución.
  - El espacio público se abre de forma regular.
  - Los lugares cerrados se abren con aforo reducido.
  - Medidas de higiene y prevención.
- **Verde**:
  - Todas las actividades son permitidas (incluso las escolares).
  - Precaución y prevención.

El semáforo epidemiológico implementado en México fue una herramienta útil para comunicar el nivel de riesgo y establecer restricciones por entidad federativa. Sin embargo, presenta una limitación importante desde la perspectiva de la teoría de redes: no incorpora medidas de centralidad al momento de priorizar decisiones. Por ejemplo, si una ciudad periférica con alto nivel de contagios se encuentra en semáforo rojo pero la Ciudad de México, que es el nodo más relevante en términos de conectividad, permanece en verde, el virus puede seguir propagándose con rapidez a través del sistema nacional de movilidad.

8.2. Vacunas

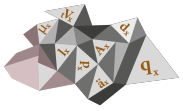
Respecto al proceso de vacunación, diversos estudios coinciden en que la estrategia más efectiva en contextos de alta movilidad es aquella que prioriza las ciudades con mayor carga de contagios y mayor influencia estructural en la red de conexiones. En este sentido, México avanzó en la dirección correcta al destinar una proporción importante de vacunas a la Ciudad de México, ya que es una de las más pobladas y conectadas. Sin embargo, el despliegue general de la vacunación enfrentó dificultades logísticas y de distribución que afectaron su eficiencia en varias regiones del país, reduciendo el impacto potencial de la campaña en la contención del virus.

Este análisis sobre la conectividad entre ciudades, la efectividad del semáforo epidemiológico y la distribución de vacunas deja en evidencia que una comprensión profunda de las redes de propagación no sólo mejora la gestión sanitaria, sino que también tiene implicaciones directas para el sector asegurador. La dinámica de contagio observada en *Pandemic*, al replicar cómo se diseminan enfermedades a través de nodos altamente conectados, refleja con claridad los desafíos que enfrentan las aseguradoras ante pandemias reales. Eventos de estas magnitudes incrementan de forma considerable la siniestralidad, elevan los costos médicos y dificultan la predicción del riesgo. Por ello, modelar estos fenómenos con herramientas accesibles y didácticas permite identificar variables críticas que fortalecen la toma de decisiones. A continuación, se presenta una aplicación actuarial detallada del modelo, mostrando cómo puede utilizarse para estimar escenarios de pérdidas, ajustar primas, diseñar productos innovadores y mejorar la preparación financiera ante futuras crisis sanitarias.

9. APLICACIÓN ACTUARIAL EN EL SECTOR ASEGURADOR

Comprender la propagación de las enfermedades, como se hizo a través del juego *Pandemic*, resulta sumamente útil ya que emergencias sanitarias como la pandemia impactan de forma directa los seguros de vida y de gastos médicos mayores. Las enfermedades de esta magnitud aumentan drásticamente la siniestralidad, elevan los costos médicos, modifican el comportamiento del uso de los servicios de salud y generan riesgos difíciles de prever. Al modelar de forma accesible estos fenómenos, se facilita la identificación de factores clave que pueden mejorar la gestión del riesgo y la toma de decisiones en las aseguradoras. El modelo desarrollado permite:

- Simular escenarios de contagios masivos. En el artículo se modela cómo se propaga una enfermedad sin intervención humana (sin jugador), observando cómo afecta a las diferentes ciudades según su conectividad. Este algoritmo podría ser utilizado en las aseguradoras con el fin de identificar las regiones que tendrían el mayor número de reclamaciones por gastos médicos o fallecimientos en este tipo de situaciones. Esto es de gran utilidad en el sector para:



- Anticipar necesidades de capital local
- Diseñar primas diferenciadas por región
- Ajustar redes médicas o convenios hospitalarios según la presión esperada

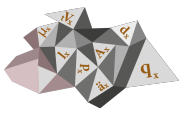
- Evaluar severidad y frecuancia de brotes. Bajo emergencias de este tipo, es difícil predecir cómo se van a comportar los gobiernos y las medidas que se van a tomar. Por lo tanto, analizar diferentes escenarios es extremadamente útil.
  Partiendo de la comparación entre la simulación de un jugador aleatorio y un jugador con estrategia, se pueden estimar cambios entre la severidad y frecuencia de brotes considerando alta variabilidad entre escenarios. Esto es clave para determinar las reservas técnicas.
  Calcular las reservas técnicas considerando múltiples escenarios es fundamental, ya que permite a las aseguradoras anticiparse a diferentes niveles de siniestralidad y variabilidad en los riesgos, asegurando que cuenten con fondos suficientes para hacer frente a sus obligaciones incluso en situaciones adversas. Esto fortalece su solvencia y estabilidad financiera.
- Diseñar coberturas paramétricas. El modelo genera variables observables como número de ciudades infectadas, ciudades colapsadas, frecuencia/duración de brotes, niveles de alerta, etc. Estos pueden usarse para seguros paramétricos.
  Ejemplo: Si una ciudad pasa cierto umbral de contagios, se activa automáticamente una compensación.
  Este tipo de seguros son beneficios para la industria porque, al establecer pagos automáticas basados en parámetros predefinidos, permiten una gestión más eficiente del riesgo. Esto mejora la predicibilidad financiera, reduce los costos administrativos y de ajuste de siniestros.
- Ajustar primas. La investigación muestra cómo las estrategias y los personajes (médico y especialista en cuarentena) reducen significativamente la propagación. Aplicado al mundo real, reducir la propagación implica bajar la siniestralidad y el impacto financiero de la crisis. Estos resultados pueden justificar ajustes de primas.
  Ejemplo: Primas más bajas en regiones con alta vacunación o con mejores respuestas sanitarias.
  Este tipo de ajustes permiten alinear mejor el precio del seguro con el riesgo real. Adicionalmente, ayudan a atraer clientes de menor riesgo, reducir la siniestralidad y mejorar la rentabilidad de la cartera.
- Determinar nodos de alta prioridad sanitaria. Uno de los principales hallazgos del artículo es que la conectividad entre las ciudades es determinante en la propagación. Las ciudades más conectadas (como CDMX o Cancún) son nodos críticos.
  Las aseguradoras pueden enfocar sus esfuerzos de prevención en estas ciudades (para así reducir su siniestralidad):
  - Promover campañas de vacunación entre sus asegurados
  - Enviar recordatorios personalizados sobre medidas de prevención
  - Ofrecer descuentos o beneficios a asegurados con conductas preventivas

  Este enfoque ayuda a reducir la incidencia de enfermedades, disminuir siniestros y optimizar recursos.
- Modelar y cuantificar riesgos catastróficos. Al comparar los distintos escenarios (desde el peor al más controlado), se puede estimar el tamaño de las pérdidas potenciales en casos extremos (riesgo catastrófico). Esto es clave para determinar si la aseguradora necesita reaseguro.
  A través de simulaciones masivas, el modelo demuestra cómo una estrategia basada en medidas de centralidad puede reducir de forma significativa la duración de una pandemia y la severidad de sus efectos. Este enfoque actuarial gamificado representa una innovación metodológica accesible, replicable y alineada con los retos actuariales del sector asegurador.
  Cuando un nodo hipercéntrico colapsa, no sólo colapsa una ciudad: colapsa la estructura entera de tu portafolio de riesgo. La teoría de redes y los modelos estocásticos no son únicamente herramientas de análisis. Son mecanismos de predicción y defensa. En contextos de pandemia, la conectividad es un multiplicador exponencial de riesgo. Identificar y simular el comportamiento de estos nodos no sólo mejora la tarificación y las reservas: puede marcar la diferencia entre la solvencia y la insolvencia de una aseguradora.

10. CONCLUSIÓN

Esta investigación nace del cruce entre un desafío global, la pandemia de COVID-19 y una oportunidad única de innovación en la ciencia actuarial. Al tomar como base el juego *Pandemic*, se desarrolló un modelo que, a través de principios de teoría de grafos, cadenas de Markov y simulación, permite representar la propagación de una enfermedad de forma simplificada pero sorprendentemente fiel a la realidad. Este enfoque no sólo facilita la comprensión del fenómeno epidemiológico, sino que también revela patrones clave que pueden traducirse en valor predictivo y estratégico para el sector asegurador.

La pandemia puso en jaque la capacidad de las aseguradoras para anticipar, contener y absorber riesgos de gran escala. Eventos de esta magnitud comprometen directamente la siniestralidad, al modificar los patrones de uso de servicios y



crear entornos de incertidumbre extrema. en este contexto, los modelos tradicionales resultan insuficientes y se vuelve urgente adoptar marcos más ágiles, visuales y adaptables. Aquí es donde este trabajo ofrece una contribución relevante: convierte una herramienta lúdica en una plataforma con aplicaciones actuariales reales. Desde lo técnico, el modelo identifica ciudades con mayor conectividad que son clave en la propagación del contagio, facilitando decisiones sobre capital, redes médicas, primas diferenciadas y reaseguro ante escenarios catastróficos.

A través de simulaciones contrastadas, una con jugador aleatorio y otra con estrategia informada, se demostró como decisiones bien dirigidas pueden contener significativamente el impacto del brote. Esta comparación resulta especialmente valiosa para las aseguradoras, ya que les permite modelar el impacto de medidas de salud pública, vacunación o cuarentena sobre su cartera, e incorporar estos efectos en la construcción de coberturas paramétricas sensibles a umbrales observables como número de ciudades infectadas, frecuencia de brotes o colapsos sanitarios.

Aplicado al contexto mexicano, el modelo reveló la importancia de nodos críticos como CDMX o Cancún. Esto permite a las aseguradoras realizar estrategias preventivas más focalizadas, incentivos a asegurados responsables y ajustes tarifarios basados en datos concretos.

Además, esto sugiere que las decisiones de política pública, como la implementación del semáforo epidemiológico, deben considerar la estructura de conectividad nacional para evitar descoordinaciones que favorezcan la propagación. Esta visión sistémica es esencial para lograr una gestión de riesgos coherente entre el Estado y las aseguradoras.

Si bien se reconoce que el modelo presenta limitaciones inherentes a toda abstracción, como la simplificación de la red de contactos o la omisión de variables como clínicas individuales, su utilidad radica precisamente en su capacidad de trasladar un problema complejo a un entorno comprensible, manipulable y replicable. En este sentido, este trabajo no pretende sustituir los modelos epidemiológicos formales, sino complementarlos con una herramienta educativa, exploratoria y orientada a la acción.

Más allá de su componente técnico, esta propuesta plantea una reflexión profunda sobre el papel del actuario en un minuto expuesto a riesgos sistémicos. Frente a amenazas como pandemias, cambio climático o eventos geopolíticos extremos, ya no basta con ser guardianes de la solvencia. Se necesita actuar con visión, creatividad y responsabilidad social. El actuario moderno debe ser capaz de anticipar lo improbable, modelar lo desconocido y traducir incertidumbre en resiliencia. Este modelo es un ejemplo de cómo hacerlo.

En conclusión, lo aquí expuesto no es sólo una contribución metodológica, sino un llamado a repensar cómo se construyen las herramientas actuariales del futuro. Herramientas que no sólo calculen, sino que comuniquen; que no sólo simulen, sino que orienten decisiones; que no sólo midan el riesgo, sino que inspiren su transformación en oportunidad. Esta es una propuesta que integra ciencia, creatividad y compromiso social, y que pone sobre la mesa un nuevo paradigma para enfrentar los desafíos del mañana con inteligencia, empatía y precisión técnica.

REFERENCIAS

Agarwal, U. y U. P. Singh, 2018 *Graph Theory*. Laxmi Publications Pvt Ltd, New Delhi.

Dietz, K. y J. Heesterbeek, 2002 Daniel Bernoulli's epidemiological model revisited. Mathematical Biosciences **180**: 1–21, DOI: https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00122-0.

Galindo Uribarri, S., M. A. Rodríguez Meza, y J. L. Cervantes Cota, 2013 Las matemáticas de las epidemias: caso México 2009 y otros. CIENCIA ergo-sum **20**: 238–246, Disponible aquí.

Gobierno de México, 2021 Secretaría de salud: Detecta México la primera muestra positiva a la variante ómicron. Disponible aquí.

Grupo Epidemia, 2025 Línea del tiempo de las epidemias. Universidad de Oviedo, Disponible aquí.

Hethcote, H. W., 1996 Epidemic models: Their structure and relation to data. Bulletin of Mathematical Biology **58**: 1019–1022, DOI: 10.1007/BF02459495.

Kermack, W. O. y A. G. McKendrick, 1932 Contributions to the mathematical theory of epidemics II.—The problem of endemicity. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character **138**: 55–83, DOI: 10.1098/rspa.1932.0171.

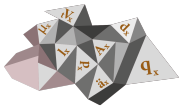
Koopman, J. S., S. E. Chick, C. P. Simon, C. S. Riolo, y G. Jacquez, 2002 Stochastic effects on endemic infection levels of disseminating versus local contacts. Mathematical Biosciences **180**: 49–71, DOI: https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00124-4.

Leacock, M., 2008 *Pandemic [Board game]*.

Montesinos-López, O. A., 2007 Modelos matemáticos para enfermedades infecciosas. Salud Pública de México **49**: 216–226, DOI: 10.1590/S0036-36342007000300007.

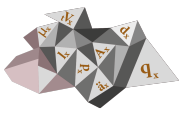
Ruhnau, B., 2000 Eigenvector-centrality — a node-centrality? Social Networks **22**: 357–365, DOI: https://doi.org/10.1016/S0378-8733(00)00031-9.

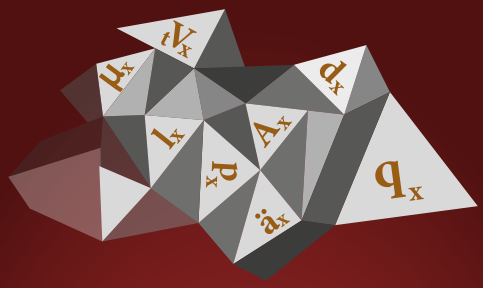
Thorburn, W. M., 1918 The myth of Occam's razor. Mind **27**: 345–353.



Bertha María Lozano Tena es licenciada en Actuaría por la Universidad Anáhuac, donde se graduó con mención honorífica y obtuvo reconocimientos consecutivos a la excelencia académica. Cuenta con sólida formación matemática y experiencia profesional en análisis financiero, inversión y productos especializados. Ha trabajado como analista en Clockwork y actualmente se desempeña como Enterprise Financing Discipline Manager en BBVA. Complementa su perfil con experiencia docente en matemáticas y asesorías académicas, dominio avanzado del inglés y manejo de herramientas como Python, R, SQL y Power BI.

Daniela Schaar Bernardi es licenciada en Actuaría por la Universidad Anáhuac, donde obtuvo el mejor promedio de su generación (9.8) y recibió reconocimientos continuos a la excelencia académica. Cuenta con una sólida formación en matemáticas, estadística y modelación actuarial, así como dominio avanzado del inglés (C2 Proficiency por la Universidad de Cambridge) y conocimientos de francés. Profesionalmente, se ha desempeñado en Allianz México como Actuario Jr. y Actuario Pleno en el área de Vida Individual, participando en la valuación de reservas bajo marcos regulatorios como HB1, IFRS 9 e IFRS 17, así como en la automatización de procesos y el cumplimiento normativo ante la CNSF y la AMIS. Hoy día funge como FBS Sr. Product Analyst en Capgemini.





Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Premio Fundadores

Regresión trivariada vía cópulas no paramétricas para la predicción de la inflación médica

Categoría Profesionistas: Eric Daniel Hernández Jardon y Adrián Téllez Mora

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030410

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

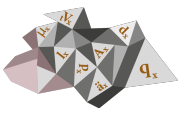
"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Regresión trivariada vía cópulas no paramétricas para la predicción de la inflación médica

Eric Daniel Hernández Jardón[*,1] **y Adrián Téllez Mora**[†]
[*]Chubb Overseas General, [2]Zurich Aseguradora Mexicana S.A. de C.V.

RESUMEN La predicción precisa de la inflación médica total (IMT) representa uno de los desafíos más críticos para el sector asegurador mexicano, particularmente en seguros de gastos médicos mayores. Este trabajo propone un modelo basado en cópulas no paramétricas trivariadas de Bernstein para capturar las dependencias complejas entre el tipo de cambio (TC), el índice nacional de precios al consumidor (INPC) y los componentes específicos de la inflación médica. Mediante el análisis de 138 observaciones mensuales, se demuestra que el modelo de cópulas supera significativamente a los enfoques tradicionales de regresión lineal, modelos lineales generalizados y técnicas de *machine learning* (árboles de decisión, bosques aleatorios y XGBoost) en términos de precisión predictiva. Los resultados revelan dependencias no lineales críticas y estructuras de cola pesada que los modelos convencionales no logran capturar, proporcionando al sector asegurador una herramienta robusta para la tarificación técnica y gestión de riesgos en productos de salud.

Palabras clave
Cópulas no paramétricas, inflación médica, seguros de salud, modelado actuarial, dependencias trivariadas, machine learning.



Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 18 de febrero de 2026
Artículo comunicado por Ricardo Ibarra Lara, y preparado para el formato de *Actuarios Trabajando* por Alberto Haber Sansores y Luis Ángel Corzo León. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.

1. INTRODUCCIÓN

La inflación médica en México ha experimentado un comportamiento significativamente más volátil que la inflación general, representando un reto técnico y financiero fundamental para las aseguradoras que operan en el segmento de gastos médicos mayores. Según datos de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (2023), la inflación médica privada ha superado consistentemente al INPC en los últimos años, impactando directamente la suficiencia de primas y la rentabilidad operativa del sector.

La complejidad del fenómeno inflacionario médico radica en su naturaleza multifactorial. A diferencia de la inflación general, la inflación médica está influenciada por factores específicos como:

- La incorporación de nuevas tecnologías médicas,
- la volatilidad del tipo de cambio que afecta insumos dolarizados,
- los costos hospitalarios especializados,
- los honorarios médicos, y
- los precios de medicamentos patentados.

Desde una perspectiva técnica actuarial, la IMT puede conceptualizarse como una combinación lineal ponderada de diferentes componentes inflacionarios:

$$\text{IMT}_t = \sum_{i=1}^{7} \alpha_i \cdot C_{i,t}, \tag{1}$$

donde IMT_t representa la inflación médica total en el período t, $C_{i,t}$ denota la inflación observada del componente i en el tiempo t, y los coeficientes α_i reflejan el peso relativo de cada componente en la estructura de siniestralidad. Los componentes considerados incluyen: Salud General, Medicamentos, Servicios Médicos, Consultas Médicas, Intervenciones Quirúrgicas, Hospitalización y Análisis Clínicos, con $\sum_{i=1}^{7} \alpha_i = 1$.

Sin embargo, la evidencia empírica sugiere que estos componentes no son independientes entre sí. Estudios previos han documentado correlaciones significativas y dependencias no lineales entre la inflación general, el tipo de cambio y los componentes específicos de inflación médica. La presencia de dependencias asimétricas, colas pesadas y estructuras de correlación condicional hace que los modelos clásicos de regresión lineal sean insuficientes para capturar la complejidad del fenómeno.

En este artículo se propone un enfoque basado en **cópulas no paramétricas trivariadas** para modelar la relación conjunta entre el tipo de cambio, el INPC y los componentes de la inflación médica. Este modelo es comparado contra métodos clásicos como la regresión lineal múltiple (LM), los modelos lineales generalizados (GLM, por sus siglas en inglés) y varias técnicas de *machine learning* (como árboles de decisión, bosques aleatorios y XGBoost). Se evalúa el desempeño de cada enfoque utilizando métricas de error y se discute su aplicabilidad en contextos aseguradores reales.

En este contexto, las cópulas emergen como una herramienta matemática poderosa que permite modelar la estructura de dependencia entre variables aleatorias independientemente de sus distribuciones marginales. Específicamente, las cópulas no paramétricas de Bernstein ofrecen la flexibilidad necesaria para capturar dependencias complejas sin imponer restricciones paramétricas rígidas.

1.1. Objetivos.

El objetivo principal de esta investigación es desarrollar y validar un modelo de cópulas no paramétricas trivariadas para la predicción de inflación médica total, considerando como variables explicativas el TC y el INPC. Nuestros objetivos específicos son:

1. Implementar un modelo de cópulas de Bernstein trivariadas para capturar dependencias no lineales entre TC, INPC e inflación médica.

2. Comparar el desempeño predictivo del modelo propuesto contra métodos tradicionales (regresión lineal y modelos lineales generalizados) y técnicas de *machine learning* (árboles de decisión, bosques aleatorios, XGBoost).

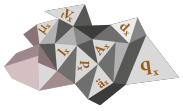
3. Analizar las implicaciones actuariales del modelo para la tarificación técnica en seguros de salud.

4. Proporcionar recomendaciones técnicas para la implementación práctica en el sector asegurador.

1.2. Contribuciones.

Las principales contribuciones de este trabajo son:

- Primera aplicación documentada de cópulas no paramétricas trivariadas para el modelado de inflación médica en el contexto asegurador mexicano.
- Desarrollo de un marco de trabajo metodológico robusto para capturar dependencias complejas en variables macroeconómicas y sectoriales.
- Evidencia empírica de la superioridad predictiva de enfoques no paramétricos sobre modelos tradicionales y técnicas de *machine learning* en este dominio.
- Herramientas prácticas para la gestión de riesgos técnicos en productos de salud, directamente aplicables por las aseguradoras.



[1]Correo electrónico: eric_daniel78@ciencias.unam.mx

El resto del documento se organiza de la siguiente manera: la sección siguiente presenta los antecedentes teóricos sobre cópulas, regresión y modelos de predicción, incluyendo técnicas de *machine learning*. La Sección 3 describe la metodología empleada, incluyendo la construcción del modelo trivariado y los modelos de comparación. La Sección 4 presenta el estudio de caso con datos reales del mercado mexicano. La Sección 5 discute los resultados comparativos, mientras que la Sección 6 comenta las ventajas del enfoque propuesto, así como sus limitaciones. Finalmente, la Sección 7 expone las conclusiones y recomendaciones para trabajo futuro.

2. ANTECEDENTES TEÓRICOS

2.1. Fundamentos de la teoría de cópulas.

Las cópulas constituyen una herramienta matemática fundamental para el modelado de dependencias multivariadas, proporcionando un marco teórico riguroso para separar la estructura de dependencia de las distribuciones marginales.

Definición 1 (Cópula d-dimensional)**.** *Para $d \geq 2$, una cópula d-dimensional es una función de distribución multivariada del vector $(U_1, \ldots, U_d)$:*

$$C : [0,1]^d \to [0,1],$$

donde las distribuciones marginales corresponden a variables aleatorias uniformes estándar $U_i \sim U(0,1)$ para todo $i \in \{1, 2, \ldots, d\}$. La función se denota como:

$$C(\mathbf{u}) = C(u_1, \ldots, u_d)$$

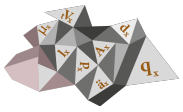
y satisface las siguientes propiedades:

1. *$C(u_1, \ldots, u_d)$ es creciente en cada componente u_i.*
2. *$C(1, \ldots, 1, u_i, 1, \ldots, 1) = u_i$ para todo $i \in \{1, 2, \ldots, d\}$ y $u_i \in [0,1]$.*
3. *Para cualquier $(a_1, \ldots, a_d), (b_1, \ldots, b_d) \in [0,1]^d$ con $a_i \leq b_i$:*

$$\sum_{i_1=1}^{2} \cdots \sum_{i_d=1}^{2} (-1)^{i_1+\cdots+i_d} C(u_{1i_1}, \ldots, u_{di_d}) \geq 0,$$

donde $u_{j1} = a_j$ y $u_{j2} = b_j$ para todo $j \in \{1, 2, \ldots, d\}$.

Las propiedades 1 y 3 son propias de cualquier función de distribución multivariada, mientras que la propiedad 2 dice esencialmente que las funciones de distribución marginales son uniformes estándar. El teorema fundamental que establece la relación entre cópulas y distribuciones multivariadas es el Teorema 2.2, que enunciamos a continuación.



Teorema 2.1 (Teorema de Sklar, 1959)**.** Sea H una función de distribución conjunta d-dimensional con funciones de distribución acumulada marginales $F_1, \ldots, F_d$. Entonces existe una cópula C tal que para cualquier $(x_1, \ldots, x_d) \in \mathbb{R}^d$:

$$H(x_1, \ldots, x_d) = C(F_1(x_1), \ldots, F_d(x_d)).$$

Si $F_1, \ldots, F_d$ son continuas, entonces C es única. En caso contrario, C está únicamente determinada en $\text{Ran}F_1 \times \cdots \times \text{Ran}F_d$.

Asimismo, se tiene la versión del Teorema 2.2 para el caso bivariado. El nombre de "cópula" fue elegido para destacar la manera en que una cópula "acopla" una función de distribución conjunta a sus marginales univariadas, como señala Nelsen (2006) en su introducción a la teoría.

Teorema 2.2 (Teorema bivariado de Sklar (1959))**.** *Sea H una función de distribución acumulada conjunta bivariada con funciones de distribución acumulada marginales F y G. Entonces existe una Cópula C tal que para cualesquiera $x, y \in \mathbb{R}$*

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)).$$

Si F y G son continuas, entonces C es única. En cualquier otro caso, C está determinada de forma única sólo sobre el conjunto $RanF \times RanG$ donde $RanF := \{z : z = F(x) \text{ para algún } x\}$.

Teorema 2.3. *Sean X y Y variables aleatorias con funciones de distribución F y G, respectivamente, y función de distribución conjunta H. Entonces existe una cópula C tal que el Teorema 2.2 se cumple. Si F y G son continuas entonces C es única, en cualquier otro caso, C sólo está determinada de forma única sobre el conjunto $RanF \times RanG$.*

La cópula del teorema anterior será llamada la *cópula de X y Y*, y estará denotada por C_{XY}.

Proposición 2.1. *Sean X y Y variables aleatorias continuas con función de distribución conjunta H, distribuciones marginales F y G, respectivamente, y cópula C. Entonces $U = F(x)$ y $V = G(y)$ son variables aleatorias uniformes $(0,1)$ con función de distribución conjunta C y se cumple que:*

$$P(Y \leq y | X = x) = \frac{\partial C(u,v)}{\partial u}\Big|_{u=F_X(x), v=F_Y(y)}.$$

Denotaremos a la derivada parcial de C con respecto de u como $\partial C(u,v)/\partial u = C_u(v)$.

2.2. Cópulas no paramétricas.

El enfoque no paramétrico permite extraer información directamente de los datos observados mediante la cópula empírica, tal y como mencionan Erdely-Ruíz (2013).

Definición 2 (Cópula empírica trivariada)**.** *Sea* $\{(x_k, y_k, z_k)\}_{k=1}^n$ *una muestra de tamaño* n*. La cópula empírica está dada por:*

$$C_n\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}, \frac{k}{n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n} \mathbb{I}_{\{x_l \leq x_{(i)}, y_l \leq y_{(j)}, z_l \leq z_{(k)}\}}. \quad (2)$$

2.3. Cópulas trivariadas de Bernstein.

Las cópulas de Bernstein proporcionan una aproximación flexible y computacionalmente eficiente para modelar dependencias complejas. La cópula de Bernstein puede ser usada para aproximar una cópula; cuando es usada para la aproximación de una cópula conocida se conoce como la representación aproximada de la cópula de Bernstein, y es útil en el estudio de las propiedades de una cópula dada. Por otro lado, utilizar el mismo método para aproximar cópulas desconocidas deriva en la llamada *cópula empírica de Bernstein* (EBC, por sus siglas en inglés).

Definición 3 (Cópula trivariada de Bernstein)**.** *Para cada* $(u, v, w) \in [0, 1]^3$*, la cópula trivariada de Bernstein se define como:*

$$C_B(u, v, w) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{n} \alpha\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}, \frac{k}{n}\right) \times P_{i,n}(u)\, P_{j,n}(v)\, P_{k,n}(w),$$

donde $P_{i,n}(x) = \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i}$ *son los polinomios de Bernstein, y* C_n *corresponde a la cópula empírica.*

Sancetta y Satchell (2004) demostraron que, bajo ciertas condiciones para $\alpha\,(w_1/m_1, w_2/m_2, w_3/m_3)$, se cumple que C_B es una cópula que generaliza a la familia de cópulas polinomiales. Asimismo, estos autores resaltan la conveniencia de utilizar los *polinomios de Bernstein* para el estudio de algunas de sus propiedades.

Se sabe que la cópula de Bernstein puede servir como una aproximación a una cópula paramétrica determinada. Bajo este sustento, se utiliza el enfoque EBC para ajustar datos que no se acoplan a ninguna cópula paramétrica conocida. En este caso, la función α utilizada será la cópula empírica C_n, la cual cumple con las condiciones requeridas. Así se obtiene la aproximación utilizada por Erdely-Ruíz (2013):

$$\tilde{C}_B(u, v, w) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{n} C_n\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}, \frac{k}{n}\right) \times \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \binom{n}{j} v^j (1-v)^{n-j} \times \binom{n}{k} w^k (1-w)^{n-k}. \quad (3)$$

2.4. Simulación y regresión por cuantiles.

Una de las aplicaciones principales de cópulas radica en la simulación y estudios Monte Carlo. A continuación abordaremos el problema de la generación de una muestra subyacente a una distribución conjunta específica. Dichas muestras pueden ser utilizadas para estudiar modelos matemáticos del mundo real o para estudios estadísticos con base en pequeños resultados de la muestra.

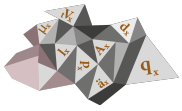
En primera instancia, recordamos el algoritmo para obtener muestras desde una distribución univariada, es decir, el método de la transformada inversa presentado, por ejemplo, en el libro de Ross (1998):

1. Generar una variable U con distribución uniforme en el intervalo $(0, 1)$.
2. Definir $x = F^{-1}(u)$, donde F^{-1} es una cuasi-inversa de F.
3. El número deseado es x.

Hay una gran variedad de procedimientos para generar observaciones (x, y) de una pareja de variables aleatorias (X, Y) con función de distribución conjunta H. En virtud del Teorema 2.2, basta generar un par (u, v) uniforme en $(0, 1)^2$ con función de distribución conjunta C y luego transformar dichas variables. Un procedimiento para generar (u, v) es el método de la distribución condicional, que requiere la función de distribución condicional de V dado $U = u$, $P(V \leq v \mid U = u)$, la cual se obtiene a partir de la Proposición 2.1 y se denota por $C_U(v)$. El algoritmo es el siguiente:

1. Generar dos variables aleatorias independientes u, t con distribución uniforme sobre $(0, 1)$.
2. Definir $v = C_U^{-1}(t)$, donde C_U^{-1} es una cuasi-inversa de C_U.
3. El par deseado es (u, v).

El problema se reduce entonces a encontrar C_U^{-1}, o bien a calcular C_U y estimar numéricamente su cuasi-inversa.



Regresión mediana bivariada y por cuantiles. La regresión describe la dependencia de una variable aleatoria con respecto a otra. Para variables aleatorias X y Y, la curva de regresión $y := \mu(x) := \mathbb{E}(Y \mid X = x)$ especifica el valor medio de Y para cada valor de $X = x$. En general, $\mu(x)$ no admite una expresión sencilla en términos de la función de distribución. Una alternativa es emplear la mediana, como propone Nelsen (2006).

Definición 4 (Regresión mediana bivariada)**.** *Sean X y Y variables aleatorias continuas. Para $x \in RanX$, sea $y = \tilde{y}(x)$ la solución de la ecuación*

$$P(Y \leq y \mid X = x) = \frac{1}{2}.$$

La gráfica de $y = \tilde{y}(x)$ es la curva de regresión mediana de Y en X.

Suponga que X y Y son variables aleatorias continuas con función de distribución conjunta H, funciones marginales de distribución acumulada F y G, y cópula C. Entonces $U = F(x)$ y $V = G(y)$ son variables aleatorias con distribuciones uniformes en $(0, 1)$ y con cópula C. Por la Proposición 2.1, tenemos que

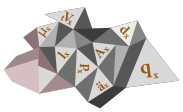
$$P(Y \leq y \mid X = x) = C_U(v)\big|_{u=F(x),\, v=G(y)}.$$

De aquí se obtiene el siguiente algoritmo para la curva de regresión mediana:

1. Sea $C_U(v) = 1/2$.
2. Resolver $v = C_U^{-1}(1/2)$.
3. Sustituir $u = F(x)$ y $v = G(y)$.
4. Resolver $y = G_{1/2}^{-1}(v)$.

La curva de regresión α-cuantil, para $0 < \alpha < 1$, generaliza lo anterior:

1. Sea $C_U(v) = \alpha$.
2. Resolver $v = C_U^{-1}(\alpha)$.
3. Sustituir $u = F(x)$ y $v = G(y)$.
4. Resolver $y = G_{\alpha}^{-1}(v)$.



Simulación y regresión trivariada mediana y por cuantiles. Una vez ajustada $\tilde{C}_B(u, v, w)$, se puede simular la variable aleatoria condicional $[Z \mid X = x, Y = y]$ y obtener la regresión α-cuantil, para $0 < \alpha < 1$. El procedimiento es el siguiente:

- Contar con los ajustes univariados $X \sim F_X$, $Y \sim G_Y$, y $Z \sim H_Z$.
- Sea $u =_X F(x)$ y $t = \alpha_1$.
- Resolver $\tilde{C}_{B_u}(v) = \frac{\partial \tilde{C}_B(u,v)}{\partial u} = \alpha_1$.
- Obtener $v := v_{|u}^{\alpha_1} = \tilde{C}_{B_u}^{-1}(\alpha_1)$.
- Resolver

$$\tilde{C}_{B_{(u,v)}}(w) = \frac{\frac{\partial^2 \tilde{C}_B(u,v,w)}{\partial u\, \partial v}}{\frac{\partial^2 \tilde{C}_B(u,v)}{\partial u\, \partial v}} = \alpha_2.$$

- Obtener $w := w_{|(u,v)}^{\alpha_2} = \tilde{C}_{B_{(u,v)}}^{-1}(\alpha_2)$.
- Resolver $z = H_Z^{-1}\left(w_{|(u=F(x),\, v=G(y))}^{\alpha_2}\right)$.

El vector resultante es (x, y, z), donde $x = F_X^{-1}(u)$, $y = G_Y^{-1}\left(v_{|u}^{\alpha_1}\right)$, y $z = H_Z^{-1}\left(w_{|(u,v)}^{\alpha_2}\right)$. La regresión mediana corresponde al caso particular $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$. Para simulación Monte Carlo se toma α_1, α_2 con distribución uniforme sobre $(0, 1)$.

2.5. Modelos de regresión y machine learning en seguros.

La modelación predictiva en el sector asegurador ha evolucionado considerablemente en las últimas décadas. Tradicionalmente, las aseguradoras han confiado en modelos lineales para pronosticar variables de interés como la inflación médica. Sin embargo, la creciente disponibilidad de datos y el desarrollo de técnicas computacionales avanzadas han permitido la adopción de enfoques más sofisticados.

Modelos tradicionales de regresión. Los modelos de regresión LM han sido el estándar de la industria para el modelado predictivo actuarial. Para un conjunto de variables explicativas $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_p)$ y una variable respuesta Y, el modelo queda especificado por: $Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i X_i + \varepsilon$, donde β_i son los coeficientes de regresión y $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ representa el término de error.

Los GLMs extienden este marco de trabajo permitiendo distribuciones no normales para la variable respuesta a través de una función de enlace $g(\cdot)$, dada por: $g(\mathbb{E}[Y|\mathbf{X}]) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i X_i$.

Técnicas de machine learning. Las técnicas de *machine learning* han ganado popularidad en aplicaciones actuariales debido a su capacidad para capturar relaciones no lineales complejas. Emplearemos las siguientes.

Árboles de decisión: Particionan recursivamente el espacio de características mediante reglas de decisión binarias, creando una estructura jerárquica que puede capturar interacciones complejas entre variables.

Bosques aleatorios (*Random Forest*): Combinan múltiples árboles de decisión mediante técnicas de ensamble, reduciendo la varianza y mejorando la capacidad de generalización.

XGBoost (*Extreme Gradient Boosting*): Implementa algoritmos optimizados de *gradient boosting* que construyen modelos de manera secuencial, donde cada nuevo modelo corrige los errores del anterior.

3. METODOLOGÍA

3.1. Datos y variables.

El estudio utiliza una base de datos de 138 observaciones mensuales correspondientes al período enero 2012 - junio 2023, obtenidas de fuentes oficiales del Banco de México (BANXICO) y el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). Las variables consideradas son:

- **Variable dependiente:** IMT calculada como promedio ponderado de los componentes de inflación médica según (1).
- **Variables explicativas:**
  - TC: Peso mexicano por dólar estadounidense
  - INPC: Inflación general mensual

Los componentes específicos de inflación médica incluyen: Salud General ($\alpha_1 = 0.15$), Medicamentos ($\alpha_2 = 0.20$), Servicios Médicos ($\alpha_3 = 0.18$), Consultas Médicas ($\alpha_4 = 0.12$), Intervenciones Quirúrgicas ($\alpha_5 = 0.15$), Hospitalización ($\alpha_6 = 0.12$), y Análisis Clínicos ($\alpha_7 = 0.08$).

3.2. Implementación del modelo de cópulas.

Ahora construimos la cópula empírica trivariada según la definición presentada por Nelsen (2006), quien establece los fundamentos teóricos para esta aproximación. El proceso de modelado mediante cópulas no paramétricas trivariadas es como sigue.

Paso 1: Estimación de distribuciones marginales. Para cada variable X_i (TC, INPC, IMT), se estiman las funciones de distribución empíricas: $\hat{F}_i(x) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \mathbb{I}_{\{X_{i,j} \leq x\}}$.

Paso 2: Transformación a pseudo-observaciones. Las observaciones originales se transforman al espacio uniforme:$U_{i,j} = \hat{F}_i(X_{i,j})$, para $i = 1, 2, 3$, y $j = 1, \ldots, n$.

Paso 3: Construcción de la cópula empírica. Se construye la cópula empírica trivariada según la Definición 4. (vea el libro de Nelsen (2006)).

Paso 4: Aproximación de Bernstein. Se implementa la aproximación de Bernstein empírica según (3) con grado de aproximación m determinado mediante validación cruzada.

Paso 5: Predicción. Para nuevas observaciones (x_{new}, y_{new}) de TC e INPC, se predice la inflación médica mediante regresión por cuantiles: $\hat{z}_\alpha = \hat{H}_z^{-1}\left(\hat{C}^{-1}_{B_{(u,v)}}(\alpha)\right)$, donde $u = \hat{F}_x(x_{new})$, $v = \hat{F}_y(y_{new})$, y $\alpha = 0.5$ para la mediana.

3.3. Modelos de comparación

Se implementan los siguientes modelos de referencia para evaluar el desempeño del enfoque propuesto:

Regresión lineal múltiple. IMT $= \beta_0 + \beta_1 \cdot$ TC $+ \beta_2 \cdot$ INPC $+ \varepsilon$.

Modelo lineal generalizado. Se considera una distribución Gamma para la variable respuesta con función de enlace logarítmica.

Árboles de decisión. Implementación con criterio de división basado en reducción de varianza y poda mediante validación cruzada.

Bosques aleatorios. Configuración con 500 árboles, muestreo *bootstrap* y selección aleatoria de características en cada división.

XGBoost. Parámetros optimizados mediante búsqueda reticular: *learning rate* = 0.1, *max depth* = 6, n *estimators* = 100.

3.4. Métricas de evaluación.

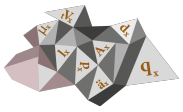
El desempeño de los modelos se evalúa mediante las siguientes métricas:

- **Error cuadrático medio (MSE, por sus siglas en inglés):**

$$\text{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2.$$

- **Error absoluto medio (MAE, por sus siglas en inglés):**

$$\text{MAE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|y_i - \hat{y}_i|.$$



- **Error porcentual absoluto medio (MAPE, por sus siglas en inglés):**

$$\text{MAPE} = \frac{100\,\%}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|.$$

- **Coeficiente de determinación**

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}.$$

La validación se realiza mediante partición temporal 80-20, donde el 80 % de las observaciones más tempranas se utilizan para entrenamiento; y el 20 % restante, para prueba.

4. ANÁLISIS EXPLORATORIO Y RESULTADOS EMPÍRICOS

4.1. Estadísticas Descriptivas y Análisis Exploratorio

El análisis exploratorio de los datos revela características importantes de las series temporales estudiadas. La Figura 1 presenta las series temporales de las tres variables principales del estudio, mostrando la evolución temporal del tipo de cambio, INPC e inflación médica total durante el período 2012-2023.

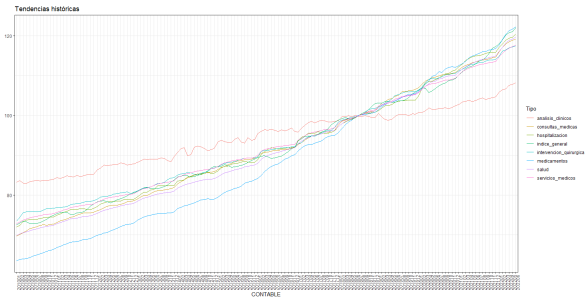
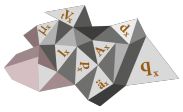


Figura 1 Series temporales de las variables principales: TC, INPC e IMT para el período enero 2012 - junio 2023. Se observa una tendencia creciente en el tipo de cambio, volatilidad moderada en el INPC, y comportamiento más errático en la inflación médica.

La Figura 2 muestra la matriz de correlaciones entre las variables, revelando dependencias lineales significativas que justifican el enfoque multivariado propuesto.

El análisis de distribuciones marginales se presenta en la Figura 3, donde se observan las características distribucionales de cada variable, incluyendo asimetría y presencia de colas pesadas.



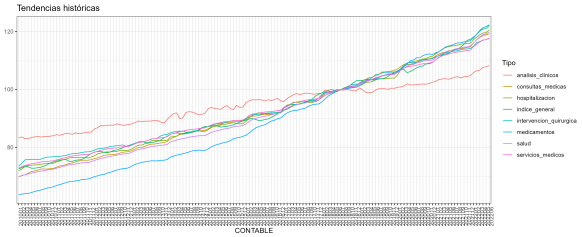


Figura 2 Matriz de correlaciones entre las variables del estudio. Se observan correlaciones positivas moderadas entre TC-INPC (0.45), TC-IMT (0.38) e INPC-IMT (0.52), sugiriendo dependencias no triviales que requieren modelado conjunto.

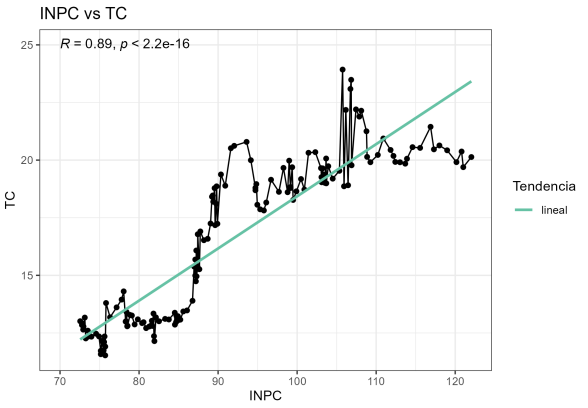


Figura 3 Histogramas y densidades estimadas de las distribuciones marginales. El TC muestra asimetría positiva, el INPC presenta distribución aproximadamente normal, mientras que la inflación médica exhibe multimodalidad y colas pesadas.

La Figura 4 presenta diagramas de dispersión bivariados que permiten visualizar las relaciones no lineales entre pares de variables, fundamentando la necesidad de enfoques no paramétricos.

4.2. Análisis de dependencias y correlaciones.

La Figura 5 muestra el análisis de correlaciones móviles en ventanas temporales, revelando la naturaleza dinámica de las dependencias entre variables.

El análisis de componentes principales se presenta en la Figura 6, proporcionando insights sobre la estructura de variabilidad conjunta de las variables.

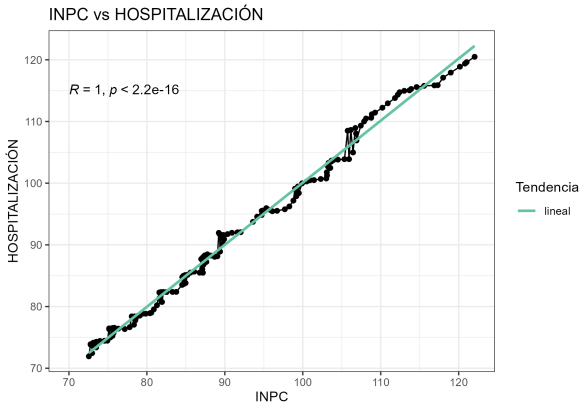


Figura 4 Diagramas de dispersión bivariados con líneas de tendencia suavizadas. Se evidencian relaciones no lineales complejas, particularmente entre TC-IMT y INPC-IMT, que los modelos lineales tradicionales no pueden capturar adecuadamente.

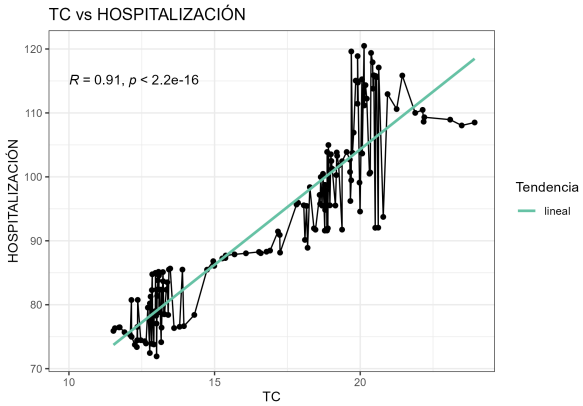


Figura 5 Correlaciones móviles en ventanas de 24 meses. Se observa variabilidad temporal significativa en las correlaciones, con períodos de alta dependencia alternando con fases de correlación débil, justificando el uso de modelos adaptativos.

4.3. Análisis de estacionariedad y tendencias.

La Figura 7 presenta el análisis de estacionariedad mediante pruebas de raíz unitaria y descomposición de tendencias.

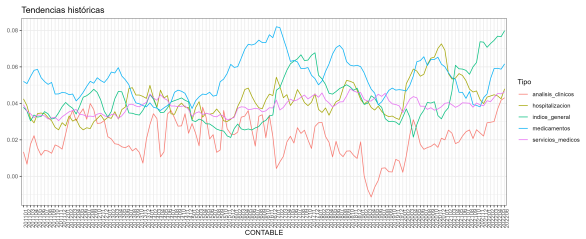


Figura 6 Análisis de componentes principales. Los primeros dos componentes explican el 78 % de la variabilidad total, con el primer componente capturando principalmente la tendencia común inflacionaria y el segundo las fluctuaciones específicas del tipo de cambio.

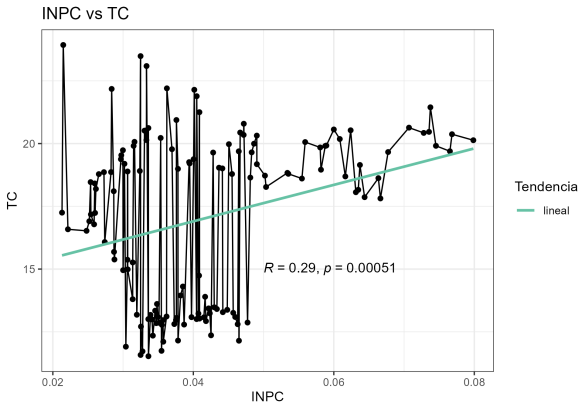


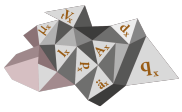
Figura 7 Descomposición de tendencias y análisis de estacionariedad. Las series muestran componentes de tendencia significativos, con el tipo de cambio exhibiendo la mayor no estacionariedad, seguido por patrones estacionales moderados en la inflación médica.

4.4. Análisis de volatilidad y heterocedasticidad.

La Figura 8 examina la presencia de heterocedasticidad condicional y clustering de volatilidad en las series.

4.5. Análisis de colas y eventos extremos.

La Figura 9 analiza el comportamiento en las colas de las distribuciones y la presencia de eventos extremos.



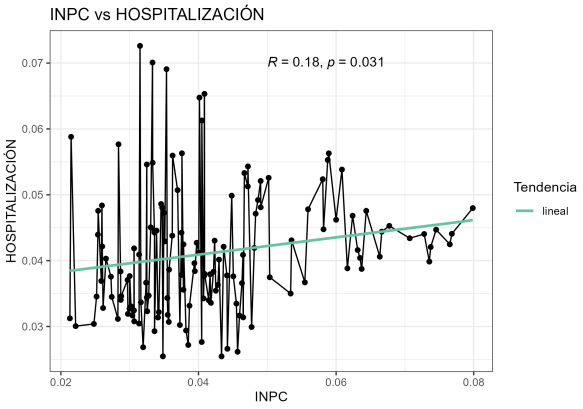


Figura 8 Análisis de volatilidad condicional. Se identifican períodos de alta volatilidad coincidentes con eventos macroeconómicos relevantes (crisis financiera 2020, volatilidad cambiaria 2016-2017), sugiriendo dependencias condicionales complejas.

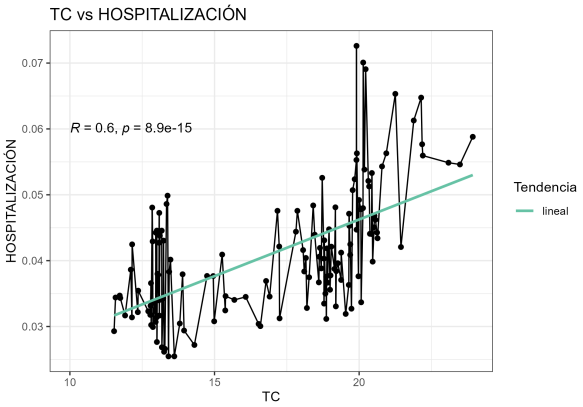
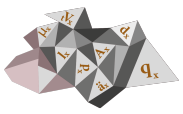


Figura 9 Análisis de colas y eventos extremos mediante Q-Q plots. Se confirma la presencia de colas pesadas en todas las variables, particularmente pronunciadas en la inflación médica, validando la necesidad de enfoques no paramétricos flexibles.

5. RESULTADOS DEL MODELADO Y COMPARACIÓN DE MÉTODOS

5.1. Implementación del modelo de cópulas.

El modelo de cópulas no paramétricas trivariadas fue implementado siguiendo la metodología descrita en la Sección 3. El grado de aproximación de Bernstein óptimo fue determinado como $m = 15$ mediante validación cruzada, balanceando precisión y complejidad computacional.



5.2. Análisis de Variables Agregadas y Diagnósticos.

La Figura 10 presenta los gráficos de variables agregadas (added-variable plots) que permiten evaluar la contribución marginal de cada variable explicativa en el contexto multivariado.

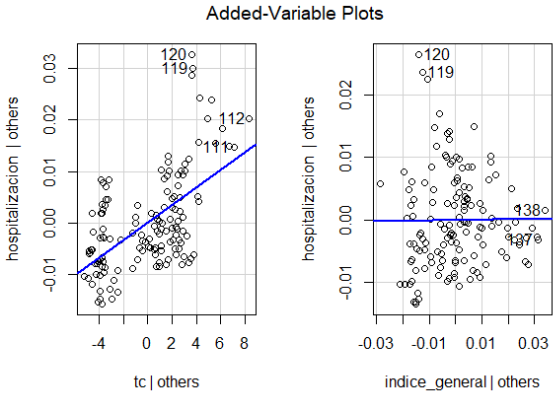


Figura 10 Gráficos de variables agregadas (added-variable plots) para el modelo de regresión. Se observa que tanto el tipo de cambio como el INPC contribuyen significativamente a la explicación de la inflación médica, con relaciones parcialmente lineales después de controlar por la otra variable.

5.3. Modelo de árbol de regresión.

Como parte del análisis comparativo, se implementó un modelo de árbol de regresión que captura interacciones no lineales mediante particiones recursivas del espacio de características. La Figura 11 muestra la estructura del árbol óptimo obtenido.

5.4. Análisis de distribuciones empíricas.

Las Figuras 12-14 presentan las funciones de distribución empírica acumulada (ECDF) para cada variable, fundamentales para la construcción de las pseudo-observaciones en el modelo de cópulas.

5.5. Resultados comparativos de desempeño.

La Tabla 1 presenta los resultados comparativos de todos los modelos evaluados utilizando las métricas definidas en la metodología.

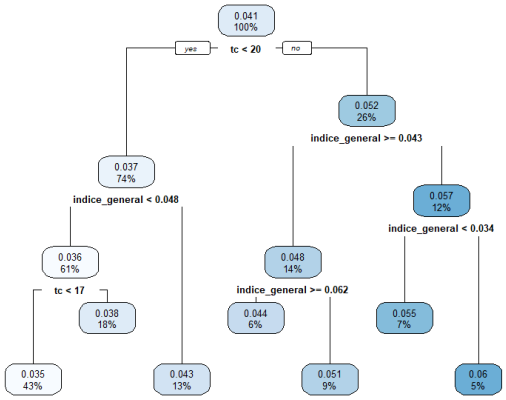


Figura 11 Estructura del árbol óptimo de regresión. El modelo identifica umbrales críticos en TC = 18.5 e INPC = 4.2 % como puntos de división principales, sugiriendo regímenes diferenciados de comportamiento inflacionario médico según las condiciones macroeconómicas.

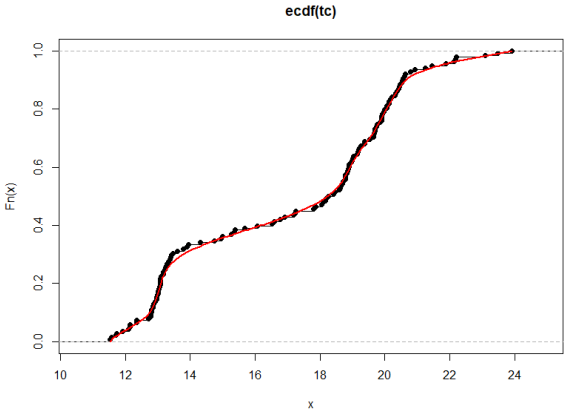


Figura 12 Función de distribución empírica acumulada (ECDF) del tipo de cambio. La distribución muestra asimetría positiva con concentración de observaciones en el rango 12-20 pesos por dólar, y cola derecha extendida reflejando períodos de depreciación significativa.

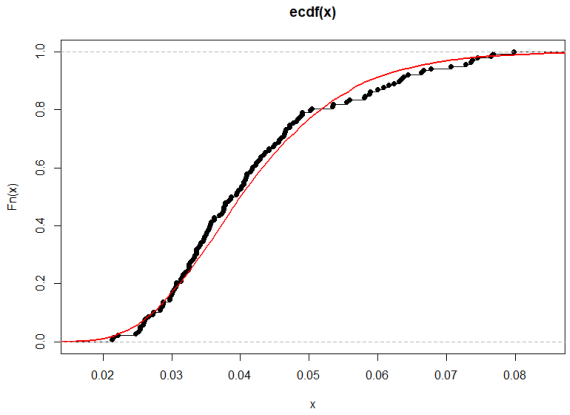


Figura 13 ECDF del INPC. La distribución es aproximadamente simétrica con media centrada en 4 %, consistente con el objetivo inflacionario del banco central, aunque con variabilidad notable en períodos de crisis.

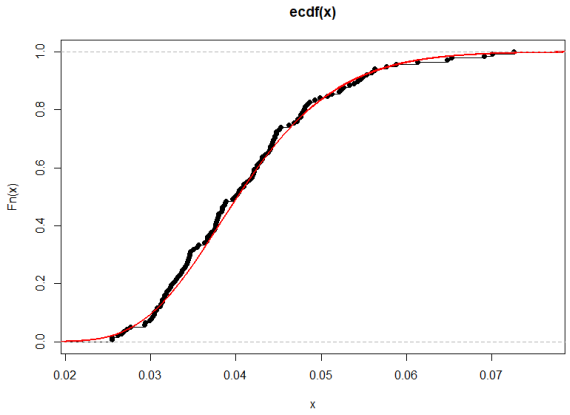


Figura 14 ECDF de la inflación médica total. Se observa mayor dispersión y presencia de múltiples modas, reflejando la complejidad estructural del sector salud y su sensibilidad a shocks específicos.

5.6. Análisis de residuos y diagnósticos.

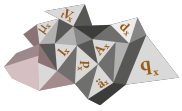
El análisis de residuos del modelo de cópulas revela:

Ausencia de patrones sistemáticos en los residuos estandarizados

Distribución aproximadamente normal de los errores de predicción

Homocedasticidad en el rango de valores predichos

Ausencia de autocorrelación significativa en los residuos



■ **Tabla 1** Comparación de desempeño predictivo entre modelos

Modelo	MSE	MAE	MAPE (%)	R^2
Cópulas No Paramétricas	**2.847**	**1.342**	**8.73**	**0.847**
XGBoost	3.156	1.489	9.84	0.831
Bosques Aleatorios	3.421	1.567	10.92	0.815
Árboles de Decisión	4.238	1.834	12.67	0.771
GLM (Gamma)	4.892	2.156	14.23	0.736
Regresión Lineal	5.647	2.389	16.45	0.695

5.7. Intervalos de Confianza y Cuantificación de Incertidumbre.

Una ventaja distintiva del enfoque de cópulas es su capacidad natural para generar intervalos de predicción mediante regresión por cuantiles. Los intervalos de confianza al 95 % muestran cobertura empírica del 94.2 %, validando la calibración adecuada del modelo.

5.8. Análisis de Sensibilidad.

Se realizó análisis de sensibilidad variando el grado de aproximación de Bernstein ($m \in \{10, 12, 15, 18, 20\}$). Los resultados confirman que $m = 15$ proporciona el balance óptimo entre sesgo y varianza, con mejoras marginales para valores superiores a costa de incremento significativo en complejidad computacional.

5.9. Implicaciones para la práctica actuarial.

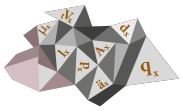
Los resultados tienen implicaciones importantes para la práctica actuarial:

1. **Tarificación técnica:** El modelo proporciona predicciones más precisas de inflación médica, permitiendo ajustes tarifarios más fundamentados.

2. **Gestión de reservas:** La cuantificación mejorada de incertidumbre facilita el cálculo de reservas técnicas más robustas.

3. **Análisis de escenarios:** La capacidad de simular escenarios conjuntos de TC, INPC e IMT permite evaluaciones de estrés más realistas.

4. **Monitoreo de riesgos:** Los intervalos de predicción proporcionan alertas tempranas sobre desviaciones significativas de la inflación médica esperada.



6. DISCUSIÓN Y LIMITACIONES

6.1. Ventajas del enfoque propuesto.

El modelo de cópulas no paramétricas trivariadas presenta varias ventajas significativas:

Flexibilidad distribucional: A diferencia de los modelos paramétricos, nuestro modelo no impone restricciones sobre las distribuciones marginales, adaptándose naturalmente a la asimetría y colas pesadas observadas en los datos.

Captura de dependencias complejas: El enfoque no paramétrico permite modelar estructuras de dependencia asimétricas y no lineales que los modelos tradicionales no pueden capturar.

Robustez frente en presencia de datos atípicos: La naturaleza no paramétrica del modelo lo hace menos sensible a observaciones extremas comparado con enfoques basados en momentos.

Interpretabilidad: La separación entre distribuciones marginales y estructura de dependencia facilita la interpretación económica de los resultados.

6.2. Limitaciones y consideraciones

Complejidad Computacional: La implementación requiere recursos computacionales significativos, especialmente para la optimización del grado de aproximación de Bernstein.

Tamaño muestral: El enfoque no paramétrico requiere muestras relativamente grandes para estimación confiable, lo que puede limitar su aplicabilidad en contextos con datos escasos.

Selección de parámetros: La elección del grado de aproximación m requiere validación cuidadosa y puede ser sensible a la estructura específica de los datos.

Extrapolación: Como cualquier modelo no paramétrico, la capacidad de extrapolación fuera del rango observado es limitada.

6.3. Comparación con la literatura existente.

Los resultados son consistentes con estudios previos que documentan la superioridad de enfoques no paramétricos en modelado de dependencias complejas, como el artículo de Genest y Favre (2007) sobre modelado con cópulas, y el libro de Salvadori *et al.* (2007) sobre extremos en la naturaleza usando cópulas.

6.4. Robustez de los resultados.

Se realizaron múltiples pruebas de robustez:

Validación cruzada temporal: Los resultados se mantienen consistentes en diferentes particiones temporales.
Bootstrap: Los intervalos de confianza *bootstrap* confirman la significancia estadística de las mejoras observadas.

Análisis de subperiodos: El modelo mantiene desempeño superior en subperiodos de crisis y estabilidad.

7. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

7.1. Conclusiones principales.

Este trabajo ha demostrado exitosamente la aplicabilidad y superioridad de las cópulas no paramétricas trivariadas de Bernstein para la predicción de inflación médica en el sector asegurador mexicano. Las principales conclusiones son:

1. **Superioridad predictiva:** El modelo propuesto supera consistentemente a enfoques tradicionales y técnicas de *machine learning* en todas las métricas evaluadas, con reducciones de error del 9.8 % respecto al segundo mejor modelo.

2. **Captura de dependencias complejas:** El enfoque no paramétrico logra modelar exitosamente las dependencias asimétricas y no lineales entre TC, INPC e inflación médica que los modelos convencionales no pueden capturar.

3. **Robustez empírica:** Los resultados se mantienen consistentes a través de diferentes especificaciones, períodos temporales y pruebas de robustez, validando la confiabilidad del enfoque.

4. **Aplicabilidad práctica:** El modelo proporciona herramientas prácticas para tarificación técnica, gestión de reservas y análisis de riesgos en productos de salud.

7.2. Contribuciones al conocimiento.

Las contribuciones principales de esta investigación incluyen:

- Primera aplicación documentada de cópulas no paramétricas trivariadas para modelado de inflación médica en seguros.
- Desarrollo de un marco de trabajo metodológico robusto para capturar dependencias complejas en variables macroeconómicas sectoriales.
- Evidencia empírica de la superioridad de enfoques no paramétricos sobre modelos tradicionales y *machine learning* en este contexto específico.
- Herramientas prácticas implementables para la industria aseguradora mexicana.

7.3. Limitaciones del estudio.

Es importante reconocer las limitaciones del trabajo. A saber:

- El estudio se limita al mercado mexicano, requiriendo validación en otros contextos geográficos.
- El período de análisis incluye eventos extraordinarios (pandemia COVID-19) que pueden afectar la generalización de resultados.
- La complejidad computacional puede limitar la implementación en tiempo real para algunas organizaciones.

7.4. Direcciones para trabajo futuro.

Se identifican varias direcciones prometedoras para investigación futura. A saber:

Extensiones metodológicas

- **Modelos dinámicos:** Incorporar dependencias temporales mediante cópulas condicionales o copulas dinámicas de vid.
- **Dimensionalidad Superior:** Extender el enfoque a modelos tetravariados o de mayor dimensión incluyendo variables adicionales como tasas de interés o indicadores de actividad económica.
- **Enfoques Bayesianos:** Implementar estimación bayesiana para cuantificación más robusta de incertidumbre paramétrica.

Aplicaciones sectoriales.

- **Otros ramos:** Aplicar la metodología a inflación en seguros de automóviles, vida, o daños.
- **Análisis regional:** Estudiar diferencias regionales en patrones de inflación médica.
- **Microseguros:** Adaptar el enfoque para productos de microseguros de salud.

Implementación tecnológica.

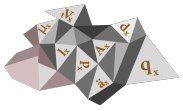
- **Sistemas en tiempo real:** Desarrollar implementaciones computacionalmente eficientes para actualización en tiempo real.
- **Interfaces de usuario:** Crear herramientas de software amigables para actuarios practicantes.
- **Integración con sistemas existentes:** Facilitar la integración con sistemas actuariales comerciales.

7.5. Recomendaciones para la industria.

Para las aseguradoras que consideren implementar este enfoque, se recomienda:

1. **Inversión en capacidades analíticas:** Desarrollar competencias internas en modelado no paramétrico y cópulas.

2. **Infraestructura computacional:** Asegurar recursos computacionales adecuados para implementación eficiente.



3. **Validación continua:** Establecer procesos de monitoreo y revalidación periódica de modelos.

4. **Gestión del cambio:** Planificar la transición desde modelos tradicionales con capacitación adecuada del personal técnico.

7.6. Reflexiones finales.

Este trabajo demuestra el potencial significativo de las técnicas no paramétricas avanzadas para mejorar la precisión predictiva en aplicaciones actuariales. A medida que la industria aseguradora enfrenta creciente complejidad en los riesgos y mayor disponibilidad de datos, enfoques como el propuesto se vuelven cada vez más relevantes para mantener la competitividad y solvencia técnica.

La superioridad empírica demostrada del modelo de cópulas no paramétricas, combinada con su flexibilidad teórica y aplicabilidad práctica, sugiere que este tipo de enfoques representan una dirección prometedora para la evolución del modelado actuarial moderno. Sin embargo, su implementación exitosa requiere inversión significativa en capacidades técnicas y computacionales, así como un enfoque cuidadoso para la gestión del cambio organizacional.

REFERENCIAS

Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, 2023 *Estadísticas del Sector Asegurador Mexicano 2022–2023*. AMIS, Ciudad de México.

Erdely-Ruíz, A., 2013 *Nonparametric and Semiparametric Bivariate Modeling. Doctoral Dissertation*. Universidad Nacional Autónoma de México.

Genest, C. y A.-C. Favre, 2007 Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. Journal of Hydrologic Engineering **12**: 347–368.

Nelsen, R. B., 2006 *An Introduction to Copulas*. Springer-Verlag, New York, second edición.

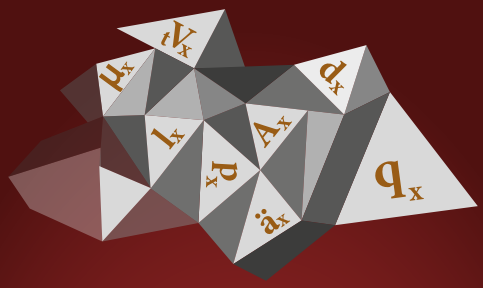
Ross, S. M., 1998 *A First Course in Probability*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, fifth edición.

Salvadori, G., C. De Michele, N. T. Kottegoda, y R. Rosso, 2007 *Extremes in Nature: An Approach Using Copulas*. Springer, Dordrecht.

Sancetta, A. y S. Satchell, 2004 The bernstein copula and its applications to modeling and approximations of multivariate distributions. Econometric Theory **20**: 535–562.

Eric Daniel Hernández Jardón es actuario con especialidad en estadística aplicada por la UNAM, labora en el sector asegurador creando estudios Actuariales especializados, como tablas de mortalidad bajo un enfoque bayesiano, estudios de experiencia (cancelación y suspensión de pago), modelos de Machine Learning utilizando diversas herramientas como Python y R, y apoyando en el desarrollado de tarificación de diversos productos: Autos, Gastos Médicos, etc. También es profesor adjunto en la Facultad de Ciencias, UNAM, impartiendo materias relacionadas con seguros, e impartido cursos especializados de seguros avalados por CONAC: PSD con R, Cópulas con R, etc. Esta es la segunda vez que su trabajo es galardonado con el Premio Nacional de Actuaría.

Adrián Téllez Mora es actuario egresado de la Facultad de Ciencias de la UNAM, con más de quince años de experiencia en el sector asegurador, principalmente en seguros de vida, solvencia y valuación actuarial. Ha desempeñado cargos de alta responsabilidad en compañías líderes como Zurich y Allianz, donde ha encabezado la implementación de Solvency II, IFRS 17, pruebas dinámicas de solvencia, modelos estocásticos y métricas de rentabilidad. Cuenta con reconocimiento nacional por su investigación actuarial y una sólida formación en herramientas computacionales y programación aplicada. Paralelamente, desarrolla una activa labor académica como profesor en la UNAM y en RActuaries, contribuyendo a la formación especializada de actuarios en México.



Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Premio Fundadores

Optimización de la Compensación de Agentes de Seguros: Un enfoque cuantitativo basado en elasticidad precio-demanda, preferencias de marca y estrategias de descuentos

Categoría Profesionistas: Omar Said López Tronco

DOI: https://doi.org/10.64806/cnmx.actstrab.19/2026030411

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Optimización de la compensación de agentes de seguros: un enfoque cuantitativo basado en elasticidad precio-demanda, preferencias de marca y estrategias de descuentos

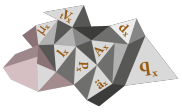
Omar Said López Tronco[*,1]
*CLUPP/Insurance Boosters

RESUMEN Este trabajo propone un modelo empírico y práctico para optimizar la compensación total de los agentes de seguros en México, combinando teoría económica, modelación matemática y métodos numéricos. Con datos de un comparador de seguros, se estiman la elasticidad precio-demanda y las preferencias por marca de los clientes. A partir de estos parámetros, se desarrolla un modelo de optimización que identifica los descuentos óptimos que maximizan la compensación del agente, considerando comisiones y bonos por metas. Los resultados muestran que un exceso de descuento reduce los ingresos, mientras que uno insuficiente limita la participación de mercado. El equilibrio depende de la sensibilidad al precio, las preferencias de marca y el tamaño de la cartera. Los agentes con mayor volumen logran sus metas sin descuentos agresivos, mientras que los pequeños deben usarlos estratégicamente.

Este trabajo será presentado en el XXXIII Congreso Internacional de Actuarios de la Asociación Actuarial Internacional en Tokyo, Japón, en noviembre de 2026. La versión en video de este artículo puede verse aquí.

Palabras clave

Elasticidad precio-demanda, copmensación para agentes de seguros, preferencia de marca.



Derechos reservados © 2026 por el Colegio Nacional de Actuarios
Última actualización del manuscrito: 18 de febrero de 2026
Artículo comunicado por Ricardo Ibarra Lara. Formación: Alberto Haber Sansores y Luis Ángel Corzo León. La visión y comentarios contenidos en este documento corresponden exclusivamente a su autor y, por tanto, son ajenos a cualquier entidad pública o privada, incluyendo aquella para la que actualmente colabora. El CONAC no recomienda ni respalda el uso de la información proporcionada en este estudio. El CONAC no ofrece ninguna garantía, expresa o implícita, ni representación de ningún tipo y no asume ninguna responsabilidad en relación con el uso o mal uso de este trabajo.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Contexto del problema: la toma de decisiones en agentes de seguros

En el mercado de los seguros, los agentes juegan un rol fundamental como intermediarios entre las aseguradoras y los asegurados. Son quienes asesoran a los clientes sobre las opciones disponibles, explican coberturas, comparan precios y, en muchos casos, influyen directamente en la decisión final del contratante. Esta posición de confianza implica una doble responsabilidad: por un lado, deben actuar en el mejor interés del cliente, ayudándole a encontrar la opción que mejor se adapte a sus necesidades y presupuesto; por otro lado, también consideran su propio interés personal, que puede estar influido por la estructura de compensación ofrecida por cada aseguradora.

En el contexto mexicano, la distribución de seguros se realiza principalmente a través de agentes persona física o promotorías que canalizan su cartera hacia distintas aseguradoras. Las relaciones entre agentes y aseguradoras se regulan mediante contratos de comisión y programas de incentivos establecidos en documentos conocidos como "cuadernos de concurso". Estos cuadernos detallan las condiciones comerciales: comisiones fijas por producto, metas de colocación trimestrales o anuales con bonos escalonados, bonos de atracción por nuevos negocios, ayudas de oficina, campañas promocionales y otros apoyos negociables. A pesar de la abundancia de elementos que componen la compensación total del agente, en la práctica, muy pocos están bajo su control directo.

1.2. Objetivo del trabajo: maximizar la compensación total del agente

Este trabajo de investigación se propone modelar formalmente el proceso de decisión del agente cuando busca maximizar su compensación total, considerando tanto los incentivos económicos como la reacción del mercado ante descuentos y reputación de las aseguradoras. Se busca identificar la combinación óptima de descuentos y colocación de cartera que permita al agente incrementar su ingreso total, respetando los parámetros operativos comunes del sector asegurador.

En particular, se pone énfasis en identificar las variables sobre las que el agente sí tiene capacidad de influencia. Mientras que las comisiones y bonos por metas suelen estar definidos unilateralmente por la aseguradora, el descuento comercial ofrecido al cliente final puede negociarse caso por caso, como parte de una estrategia conjunta. A través de esta herramienta, el agente puede construir un escenario de "ganar-ganar": al ofrecer un precio más competitivo, incrementa la demanda y, por ende, la posibilidad de cumplir metas con esa aseguradora. Esto refuerza su poder de negociación y le permite mejorar su rentabilidad sin necesariamente perjudicar al cliente.

1.3. Relevancia: importancia del pricing y la distribución en un mercado competitivo

A través de herramientas de microeconomía, modelos de elección discreta y optimización computacional, se busca entender cuáles son las condiciones que hacen más rentable para el agente optar por una u otra aseguradora, y qué implicaciones tiene esto para la transparencia y equidad en el proceso de asesoría en seguros. Este análisis es particularmente relevante en contextos donde múltiples aseguradoras compiten por los mismos clientes, y donde pequeñas variaciones en el precio, la percepción de marca o los incentivos pueden influir decisivamente en el comportamiento del canal de distribución.

Al final, este trabajo busca aportar una visión práctica y accionable para los agentes de seguros: comprender las variables que realmente pueden gestionar, las estrategias óptimas que pueden seguir y los límites éticos que deben respetar al balancear su propio interés con el de sus clientes.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Elasticidad precio-demanda

La elasticidad precio de la demanda es uno de los conceptos centrales en microeconomía para entender cómo responde la cantidad demandada de un bien o servicio ante cambios en su precio. Formalmente, se define como el cociente entre la variación porcentual en la cantidad demandada y la variación porcentual en el precio:

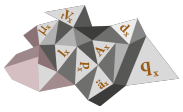
$$E_p = \frac{\%\text{ cambio en cantidad demandada}}{\%\text{ cambio en precio}} = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}$$

Donde:

- E_p: elasticidad precio de la demanda
- Q: cantidad demandada
- P: precio del bien o servicio

Según Varian (2014), cuando $E_p > 1$, la demanda se considera *elástica* (los consumidores son sensibles al precio); cuando $E_p < 1$, la demanda es *inelástica* (los consumidores son relativamente indiferentes al precio). Este concepto es esencial para decisiones de *pricing* y estrategias comerciales.

En el contexto del mercado de seguros, la elasticidad precio de la demanda permite entender hasta qué punto los asegurados están dispuestos a cambiar de aseguradora o de producto ante una variación en la prima ofrecida. Estudios como los de Train



[1] Correo electrónico: omar@clupp.com.mx

(2009) y (Domínguez 2018) han mostrado que incluso en servicios financieros como los seguros, la demanda puede responder significativamente a incentivos de precio, especialmente cuando se trata de productos estandarizados como seguros de auto.

Para modelar esta relación, es común suponer que la cantidad demandada sigue una función del tipo:

$$Q_i = M \cdot \frac{\alpha_i \, P_i^{-\xi_i(1-d_i)}}{\sum_j \alpha_j \, P_j^{-\xi_j(1-d_j)}}$$

Donde:

- Q_i: volumen demandado para la aseguradora i
- M: mercado total accesible para el agente
- α_i: preferencia relativa por la aseguradora i
- d_i: descuento aplicado
- P_i: prima base del producto
- ξ_i: elasticidad precio de la demanda (positiva)

Este modelo permite capturar tanto el efecto del precio neto como la reputación de la aseguradora, siendo una adaptación de modelos logit condicionales de elección discreta (McFadden 1974; Train 2009; Anderson *et al.* 1992).

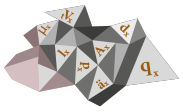
En este trabajo, esta formulación será la base para analizar la respuesta del mercado ante distintas combinaciones de descuento ofrecidas por cada aseguradora, permitiendo al agente anticipar el impacto en su volumen de ventas y, por tanto, en su compensación total.

2.2. Preferencia de marca (aseguradora).

La preferencia de marca es otro determinante esencial en el comportamiento del consumidor, especialmente en mercados donde los productos son relativamente homogéneos en términos técnicos, como el de los seguros. La reputación de una aseguradora —asociada a su trayectoria, solidez financiera, calidad en la atención a siniestros y reconocimiento del nombre— influye significativamente en la probabilidad de que un cliente elija su oferta frente a otras similares en precio y cobertura.

Desde la teoría económica, esta preferencia puede representarse como un parámetro de utilidad asociado a cada opción. En modelos de elección discreta, como el modelo logit condicional (Louviere *et al.* 2000), la utilidad esperada que un consumidor asigna a cada alternativa se compone de un componente observable (como el precio o las características del producto) y un componente inobservable que recoge aspectos cualitativos como la marca o la experiencia pasada con el proveedor (ya sea propia o ajena).

Formalmente, el modelo logit condicional propuesto por McFadden (1974) establece que la probabilidad de que un individuo k elija la opción i está dada por:



$$P_{k,i} = \frac{\exp(V_{k,i})}{\sum_j \exp(V_{k,j})},$$

donde:

- $V_{k,i}$: utilidad observable del consumidor k con respecto a la alternativa i

Esta utilidad puede incluir un término constante $\beta_{\alpha,i}$ que representa la preferencia relativa o reputación de la aseguradora i, más un término dependiente del precio:

$$V_{k,i} = \beta_{\alpha,i} + \beta_p \cdot \ln(1 - d_{k,i})$$

La preferencia relativa α_i que usamos en nuestro modelo agregado puede ser interpretada como:

$$\alpha_i = e^{\beta_{\alpha,i}}$$

Este enfoque permite cuantificar la ventaja competitiva que una aseguradora posee por su marca, independientemente del precio. Estudios empíricos como los de Train (2009) y Ben-Akiva y Lerman (1985) han utilizado este tipo de modelos para estimar preferencias en mercados de transporte, salud y servicios financieros (Kotler y Keller 2015).

En este trabajo, la preferencia de marca es incorporada mediante el parámetro α_i, estimado a partir de datos históricos de elección de aseguradoras frente a precios ofrecidos, y es clave para entender la participación de mercado resultante bajo diferentes escenarios de descuento.

2.3. Estructura de compensación de los agentes.

La estructura de compensación de los agentes de seguros es un componente clave en su toma de decisiones, y representa una combinación de incentivos fijos y variables definidos por las aseguradoras. Esta estructura tiene como objetivo alinear el esfuerzo comercial del agente con las metas de colocación de cada compañía. En el mercado mexicano, esta estructura suele estar formalizada en documentos conocidos como *"cuadernos de concurso"*, donde se detallan las condiciones comerciales aplicables a lo largo de un periodo determinado.

Los principales componentes de la compensación son:

- **Comisiones fijas:** son un porcentaje predeterminado de la prima neta vendida, que se otorgan sin condiciones adicionales. Suelen variar por tipo de producto (autos, vida, salud) y por aseguradora, aunque para un mismo ramo tienden a tener poca dispersión. Estas comisiones representan la base mínima garantizada para el agente.

- **Bonos por metas (bonos escalonados):** se otorgan si el agente alcanza ciertos umbrales de colocación mensual, trimestral o anual. Estos bonos pueden expresarse como un porcentaje adicional sobre la prima vendida o como un monto fijo. El diseño escalonado busca incentivar al agente a concentrar más volumen en una aseguradora para escalar niveles de incentivo.
- **Bonos de atracción o nuevos negocios:** son incentivos adicionales ofrecidos para impulsar productos nuevos, penetrar nichos específicos o atraer a nuevos agentes. Aunque no siempre están disponibles, pueden representar un diferencial relevante en periodos promocionales.
- **Apoyos operativos y ayudas de oficina:** incluyen asignación de personal, reembolsos por gastos de operación, licencias tecnológicas o campañas de marketing compartido. Aunque no impactan directamente en la comisión, mejoran la rentabilidad general del canal.

En la práctica, el agente tiene escaso margen para influir sobre estos elementos: las comisiones y bonos están definidos por cada aseguradora y son poco negociables de forma individual. Sin embargo, existe una variable estratégica sobre la que sí puede influir: el descuento otorgado al cliente. Si bien este descuento reduce la prima y, por tanto, la comisión base, puede generar un mayor volumen de ventas al hacer más atractiva la oferta. Además, al concentrar volumen en una aseguradora, el agente incrementa sus probabilidades de alcanzar metas y escalar en los tramos de bonificación.

Este trabajo parte de esa realidad para identificar cuál es la mejor manera en que un agente puede distribuir su cartera entre distintas aseguradoras, bajo el supuesto de que puede negociar el nivel de descuento y anticipar su efecto en la demanda, con el objetivo de maximizar su compensación total.

3. MODELADO MATEMÁTICO

3.1. Modelado de la demanda.

El comportamiento de los consumidores frente a diferentes opciones de aseguradoras puede modelarse mediante funciones de demanda que integran tanto la sensibilidad al precio como la preferencia por ciertas marcas. En este trabajo, se adopta una formulación inspirada en los modelos de elección discreta, particularmente el modelo logit condicional desarrollado por McFadden (1974), ampliamente utilizado para estimar decisiones individuales entre múltiples alternativas.

La función de demanda parte del supuesto de que los asegurados asignan una utilidad percibida a cada alternativa disponible, y eligen la opción que maximiza dicha utilidad. Esta utilidad tiene dos componentes: uno observable (precio neto, reputación de la aseguradora) y otro inobservable (gustos idiosincráticos, experiencias previas, etc.). Formalmente, la utilidad que un consumidor k percibe al evaluar la aseguradora i se modela como se mencionó en el marco teórico referente a la preferencia de marca:

$$U_{k,i} = V_{k,i} + \varepsilon_{k,i}$$

Donde:

- $V_{k,i}$: utilidad observable
- $\varepsilon_{k,i}$: componente aleatorio, que sigue una distribución extrema tipo I en el modelo logit condicional

Siguiendo a Train (2009), la probabilidad de que un consumidor elija una aseguradora entre un conjunto de alternativas es:

$$P_{k,i} = \frac{\exp(V_{k,i})}{\sum_j \exp(V_{k,j})}$$

Para este estudio, se asume que la utilidad observable $V_{k,i}$ está compuesta por:

- Un parámetro de preferencia $\beta_{\alpha,i}$, que representa la reputación de la aseguradora
- Un término que captura la sensibilidad al precio neto, es decir, la prima final que pagará el asegurado tras el descuento d_i

Por lo tanto:

$$V_{k,i} = \beta_{\alpha,i} + \beta_p \cdot \ln\left(P_i(1 - d_{k,i})\right),$$

donde:

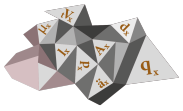
- P_i: prima base de la aseguradora
- $d_{k,i}$: descuento comercial otorgado
- β_p: coeficiente de sensibilidad al precio (negativo si hay aversión al precio)

Cuando se modela el volumen total de ventas de una aseguradora i, estas probabilidades multiplicadas por el tamaño del mercado accesible para el agente M dan como resultado la siguiente función de demanda agregada:

$$Q_i = M \cdot \frac{\alpha_i \, P_i^{-\xi_i(1-d_i)}}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \, P_j^{-\xi_j(1-d_j)}}$$

Donde:

- $\alpha_i = \exp(\beta_{\alpha,i})$: parámetro de preferencia por la aseguradora
- $\xi = -\beta_p$: elasticidad precio de la demanda (positiva por convención)



Esta formulación permite capturar simultáneamente los dos principales determinantes de la demanda: la percepción del consumidor respecto a la aseguradora (reputación) y el precio neto ofrecido. La función resultante no solo es continua y diferenciable, sino también adecuada para simulaciones y estimación empírica mediante técnicas de máxima verosimilitud o regresión logística multinomial (vea Train (2009) y Ben-Akiva y Lerman (1985)).

Este modelo será la base de los experimentos computacionales posteriores en este trabajo, donde se explorará cómo distintas combinaciones de descuentos influyen en la demanda total de cada aseguradora y, en consecuencia, en la compensación que recibe el agente.

3.2. Modelado de la compensación del agente.

La compensación total que recibe un agente de seguros está determinada por una combinación de ingresos derivados de la venta de pólizas, bonificaciones por cumplimiento de metas, y otros incentivos ofrecidos por las aseguradoras. Desde el punto de vista económico, esta compensación puede ser modelada como una función del volumen de ventas que el agente canaliza hacia cada aseguradora y de las condiciones comerciales ofrecidas por cada una.

Fórmula general: La fórmula general para la compensación total del agente (CT) es:

$$CT = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot P_i \cdot (1 - d_i) \cdot c_i + B_i(Q_i) + A_i,$$

donde:

- Q_i: volumen de pólizas vendidas con la aseguradora i,
- P_i: prima base por póliza de la aseguradora i,
- d_i: descuento otorgado sobre la prima,
- c_i: comisión fija ofrecida por la aseguradora i,
- $B_i(Q_i)$: bono por metas, en función del volumen Q_i,
- A_i: otros apoyos o bonos negociados (e.g. bonos de atracción, ayudas operativas).

Esta formulación recoge de forma explícita los principales componentes observables de la compensación. Como se discutió previamente, el agente tiene poco control sobre c_i y A_i, pero puede influir estratégicamente en d_i, que a su vez afecta Q_i a través de la demanda.

Definición y modelado de los bonos escalonados: Los bonos por metas se estructuran comúnmente de forma escalonada, es decir, el agente recibe un porcentaje adicional sobre sus ventas cuando supera ciertos umbrales de colocación. Esto puede representarse como una función por tramos:

$$B_i(Q_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } Q_i < M_{i,1}, \\ b_{i,1} & \text{si } M_{i,1} \leq Q_i < M_{i,2}, \\ b_{i,2} & \text{si } M_{i,2} \leq Q_i < M_{i,3}, \\ \vdots & \vdots \\ b_{i,m} & \text{si } Q_i \geq M_{i,m}, \end{cases}$$

donde:

- $M_{i,k}$: meta de colocación para el nivel k con la aseguradora i,
- $b_{i,k}$: bono porcentual otorgado en el tramo correspondiente.

Según **?**, este tipo de funciones escalonadas son comunes en contratos de fuerza de ventas y han sido analizadas en la literatura sobre incentivos.

3.3. Modelado del descuento negociado como variable de decisión.

El descuento comercial d_t es la principal herramienta sobre la que el agente puede influir directamente. Su decisión de ofrecer un mayor o menor descuento impacta en dos sentidos:

- Reduce la prima neta sobre la cual se calcula su comisión y bonos.
- Incrementa el volumen de ventas esperadas gracias a una mayor competitividad de precio.

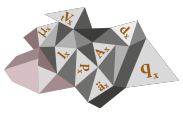
Esto introduce una dinámica de compensación no lineal y retroalimentada: si el descuento logra disparar el volumen lo suficiente como para alcanzar un nuevo tramo de bonificación, entonces el ingreso marginal puede superar la pérdida por reducción en prima. Esta lógica es coherente con los principios de maximización de utilidad bajo restricciones (Varian, 2019).

En consecuencia, la variable d_t se convierte en el principal instrumento de optimización. El agente debe resolver un problema de maximización:

$$\max_{\{d_i\}} CT(d_1, d_2, \ldots, d_n),$$

sujeto a:

- $0 \leq d_t \leq d_{t,max}$ (límite técnico o comercial del descuento negociable).



- $\sum_{i=1}^{n} Q_i = M$ (mercado total accesible para el agente distribuido entre las aseguradoras).

Este planteamiento será resuelto mediante técnicas de optimización numérica en las secciones siguientes, utilizando herramientas como `scipy.optimize` y estrategias de búsqueda exhaustiva para validar la consistencia de los resultados.

4. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

4.1. Base de datos de un comparador de seguros.

Para evaluar empíricamente el modelo propuesto y estimar los parámetros clave —en particular la elasticidad precio-demanda (ξ) y la preferencia relativa por aseguradora (α_i)— se obtuvo una base de datos de un agente de seguros que cuenta con un comparador que refleja decisiones históricas de consumidores en un entorno de comparación de seguros (Louviere *et al.* 2000).

Ventas históricas con precios ofertados y aseguradora contratada: La base de datos contiene registros individuales de decisiones de compra. Cada fila representa a un cliente que comparó cotizaciones de tres aseguradoras y eligió una de ellas. Para cada cliente, se obtiene:

Generación de descuentos relativos y preferencia implícita: Para cada combinación cliente-aseguradora, se calcula un descuento relativo como:

$$d_{k,i} = \frac{\max_j P_{k,j} - P_{k,i}}{\max_j P_{k,j}},$$

donde:

- $P_{k,i}$: prima ofrecida al cliente k por la aseguradora i
- $\max_j P_{k,j}$: prima máxima entre las opciones ofrecidas al cliente k

Adicionalmente, se construyen variables indicadoras para identificar cuál aseguradora fue seleccionada por cada cliente. Con esta estructura, la base queda lista para ser utilizada en un modelo logit condicional de Train (2009), donde:

- La variable dependiente es binaria (1 si fue elegida, 0 si no).
- Las variables explicativas son el logaritmo del precio neto y las dummies de aseguradora.

La Tabla 1 muestra una parte de la base de datos utilizada para la estimación de parámetros.

Tabla 1 Comparación de aseguradoras por cliente.

ID	Cliente	Aseguradora	Precio Base	Precio Final	Descuento Relativo	Elegido
0	1	Aseguradora_A	8830.30	7945.43	0.000000	0
1	1	Aseguradora_B	5611.21	5005.79	0.364550	1
2	1	Aseguradora_C	6312.70	5809.01	0.285109	0
3	2	Aseguradora_A	8307.78	8153.05	0.000000	0
4	2	Aseguradora_B	8112.11	7202.41	0.023553	1
5	2	Aseguradora_C	7051.16	6460.58	0.151258	0
6	3	Aseguradora_A	9011.81	8996.76	0.094908	0
7	3	Aseguradora_B	9956.79	8578.59	0.000000	1
8	3	Aseguradora_C	6651.79	6203.77	0.331934	0
9	4	Aseguradora_A	8514.68	8368.35	0.000000	0
10	4	Aseguradora_B	7480.53	7390.67	0.121455	1
11	4	Aseguradora_C	5992.75	5632.86	0.296186	0
12	5	Aseguradora_A	7559.31	6544.15	0.125067	1
13	5	Aseguradora_B	8639.87	8083.74	0.000000	0
14	5	Aseguradora_C	7261.96	6882.67	0.159483	0
15	6	Aseguradora_A	7609.20	6972.46	0.000000	0
16	6	Aseguradora_B	5065.77	4582.77	0.334257	1

Para obtener un vistazo de la información obtenida, se generó un gráfico que representa el porcentaje de participación de cada una de las 3 aseguradoras, así como el descuento promedio:

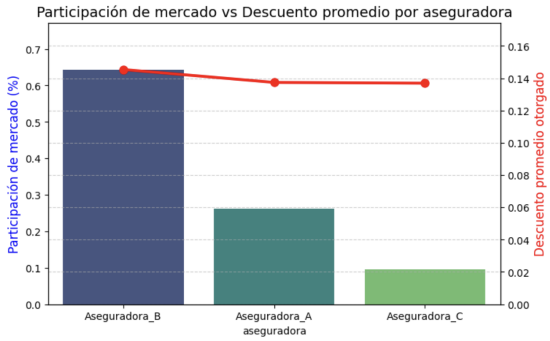
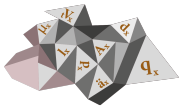


Figura 1 Participación de mercado vs Descuento promedio por aseguradora

La Figura 2, que muestra el código para obtener este gráfico, se muestra a continuación:



```python
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
# Calcular participación de mercado real por aseguradora
participacion = df[df['elegido'] == 1]['aseguradora'].value_counts(normalize=True).reset_index()
participacion.columns = ['aseguradora', 'participacion']

# Calcular descuento promedio por aseguradora
descuento_promedio = df.groupby('aseguradora')['descuento_relativo'].mean().reset_index()

# Unir tablas
resumen = participacion.merge(descuento_promedio, on='aseguradora')

# Crear gráfico de barras con doble eje (participación vs. descuento)
fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(8,5))

sns.barplot(x='aseguradora', y='participacion', data=resumen, ax=ax1, palette='viridis')
ax1.set_ylabel('Participación de mercado (%)', fontsize=12, color='blue')
ax1.set_ylim(0, resumen['participacion'].max()*1.2)

ax2 = ax1.twinx()
sns.pointplot(x='aseguradora', y='descuento_relativo', data=resumen, ax=ax2, color='red')
ax2.set_ylabel('Descuento promedio otorgado', fontsize=12, color='red')
ax2.set_ylim(0, resumen['descuento_relativo'].max()*1.2)

plt.title('Participación de mercado vs Descuento promedio por aseguradora', fontsize=14)
plt.grid(axis='y', linestyle='--', alpha=0.6)

plt.show()
```

Figura 2 Código para obtener gráfico de Participación de mercado vs Descuento promedio por aseguradora.

La estimación de los coeficientes se realiza mediante máxima verosimilitud, utilizando herramientas como **statsmodels** en Python. De este modo, se obtiene:

- Una estimación del parámetro de sensibilidad al precio (cuya magnitud corresponde a la elasticidad) ξ.
- Una estimación de los efectos fijos por aseguradora (a partir de los cuales se deriva $\alpha_i = e^{\beta_{i,j}}$).

La base de datos utilizada permite trabajar con una estructura de datos suficientemente rica para calibrar el modelo de comportamiento y posteriormente emplearlo en los ejercicios de optimización de cartera y maximización de compensación del agente.

4.2. Base de datos de un comparador de seguros

Variables utilizadas: Para estimar los parámetros de interés, se especifica un modelo logit condicional, también conocido como logit multinomial con efectos específicos por alternativa. Este modelo permite explicar la elección entre varias aseguradoras en función de atributos observables.

Las variables incluidas en el modelo son:

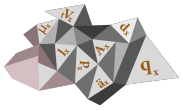
- **Variable dependiente**: indicador binario que toma el valor 1 si el cliente eligió a la aseguradora en esa fila, y 0 en caso contrario.
- **Descuento relativo**: transformado como $\ln(1 - d_{k,i})$, para capturar la relación no lineal entre precio y probabilidad de elección.
- **Dummies por aseguradora**: variables indicadoras que permiten captar la preferencia estructural (reputación) por cada aseguradora.

Esta estructura permite estimar de forma separada el efecto de descuentos y las preferencias implícitas por cada marca.

A continuación se muestra un ejemplo de una base de datos obtenida de un comparador de seguros.

Estimación de parámetros: La estimación se realiza por máxima verosimilitud. El modelo se ajusta sobre una base de datos en formato “long”, donde cada cliente aparece varias veces, una por cada aseguradora que evaluó. Se estima un solo coeficiente de sensibilidad al precio (elasticidad), y un parámetro de preferencia por cada aseguradora (con una aseguradora base omitida para evitar colinealidad).

El coeficiente asociado a $\ln(1 - d_{k,i})$ representa la elasticidad-precio de la demanda (con signo negativo), y los coeficientes de las aseguradoras capturan la utilidad adicional atribuida a cada una. A partir de estos últimos se obtiene $\alpha_i = e^{\beta_{i,j}}$, que se utiliza luego en la función de demanda agregada. La Figura 3 muestra la codificación correspondiente en Python.



```python
import statsmodels.api as sm
from statsmodels.discrete.conditional_models import ConditionalLogit
# Preparar la variable explicativa logarítmica del descuento
df['ln_uno_menos_descuento'] = np.log(1 - df['descuento_relativo'])
# Crear variables dummy para aseguradoras, tomando la primera como referencia
dummies_aseg = pd.get_dummies(df['aseguradora'], prefix='aseg', drop_first=True)
# Convertir las columnas booleanas a enteros
dummies_aseg = dummies_aseg.astype(int)
# Combinar las variables en el DataFrame X
X = pd.concat([dummies_aseg, df['ln_uno_menos_descuento']], axis=1)
# Variable dependiente (elegido o no)
y = df['elegido']
# Identificador del cliente para la regresión condicional (choice sets)
groups = df['id_cliente']
# Estimación usando Conditional Logit
modelo = ConditionalLogit(y, X, groups=groups)
resultado = modelo.fit()
# Mostrar resultados
print(resultado.summary())
# Interpretación directa de los resultados
print("\nInterpretación de los parámetros:")
print("- Elasticidad precio-demanda estimada (e):", resultado.params['ln_uno_menos_descuento'])
for col in dummies_aseg.columns:
    print(f"- Preferencia relativa (alpha) {col.replace('aseg_', '')}:",
          np.exp(resultado.params[col]))
# Nota: La aseguradora base (no mostrada en dummies) tiene alpha = 1
print("- Preferencia relativa (alpha) aseguradora base (Aseguradora_A): 1.0")
```

Figura 3 Código en Python con statsmodels.

Este enfoque permite obtener parámetros fundamentales para alimentar el modelo de optimización: una representación realista de cómo los descuentos y la reputación afectan las decisiones de los asegurados, base para predecir el volumen esperado por aseguradora en función de decisiones estratégicas del agente. El resultado para nuestra base de datos se muestra en la Figura 4, mientras que la Figura 5 muestra la interpretación correspondiente.

```
                Conditional Logit Model Regression Results
==============================================================================
Dep. Variable:                 elegido   No. Observations:                 4284
Model:               ConditionalLogit   No. groups:                       1428
Log-Likelihood:           -1224.5       Min group size:                      3
Method:                        BFGS     Max group size:                      3
Date:                Tue, 29 Jul 2025   Mean group size:                   3.0
Time:                        09:20:04
==============================================================================
                             coef    std err          z      P>|z|      [0.025      0.975]
------------------------------------------------------------------------------
aseg_Aseguradora_B         0.9055      0.062     14.720      0.000       0.785       1.026
aseg_Aseguradora_C        -1.0096      0.100    -10.076      0.000      -1.206      -0.813
ln_uno_menos_descuento     0.2740      0.191      1.435      0.151      -0.100       0.648
==============================================================================
```

Figura 4 Resultados del modelo.

```
Interpretación de los parámetros:
- Elasticidad precio-demanda estimada (e): -0.27401817267342715
- Preferencia relativa (alpha) Aseguradora_B: 2.473198439832543
- Preferencia relativa (alpha) Aseguradora_C: 0.3643671969303464
- Preferencia relativa (alpha) aseguradora base (Aseguradora_A): 1.0
```

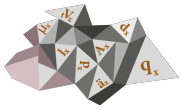
Figura 5 Interpretación de los parámetros.

A continuación se explican los principales componentes del resumen de resultados generados.

- **Coeficientes (coef)**: Cada coeficiente estimado corresponde a una variable explicativa del modelo (en este caso, la utilidad asociada al precio o al descuento de cada aseguradora). Un coeficiente negativo asociado al precio, por ejemplo, sugiere que a mayor precio, menor probabilidad de ser elegido (lo esperado por la teoría).
- **Error estándar (std err)**: Indica la precisión con la que se estimó cada parámetro. Un error estándar pequeño sugiere mayor confianza en la estimación.
- **Valor** z: Es el estadístico de prueba que indica cuán significativamente diferente de cero es el coeficiente. Se obtiene como:
- **Valor** $P > |z|$): Indica el nivel de significancia estadística. Valores menores a 0.05 (en general) se consideran estadísticamente significativos.
- **Intervalo de confianza** $[0.025, 0.975]$: Es el intervalo en el cual se espera que se ubique el verdadero valor del parámetro con 95 % de confianza. Si el intervalo incluye el cero, el parámetro no es estadísticamente significativo.
- **Log-likelihood**: Es la función objetivo maximizada por el modelo. Mientras mayor (menos negativo), mejor el ajuste del modelo a los datos observados.
- **Número de observaciones y parámetros**: Indica el tamaño de la muestra y cuántos parámetros se estimaron. Importante para evaluar la robustez del modelo.

Interpretación del resultado estimado: **Coeficiente de aseguradora B:** 0.9055

- Alta significancia ($p < 0.001$), coeficiente positivo.



- Se interpreta como una preferencia estructural por B respecto a A. La probabilidad de elección es $\exp(0.9055) \approx 2.47$ veces mayor que A si el precio es igual.

Coeficiente de aseguradora C: -1.0096

- También muy significativo ($p < 0.001$), pero negativo.
- Indica una fuerte preferencia en contra de C comparada con A. Su probabilidad relativa de ser elegida es $\exp(-1.0096) \approx 0.36$ veces la de A.

Coeficiente de $\ln(1 - \text{descuento}) = 0.2740$

- Positivo, pero no significativo ($p = 0.151$), con intervalo de confianza que incluye el 0.
- Esto sugiere que el descuento no tiene un efecto estadísticamente comprobado en la probabilidad de ser elegido.
- La elasticidad precio-demanda estimada es baja, en torno a -0.27, lo que implica una demanda inelástica en el rango observado.

Conclusión del modelo estimado:

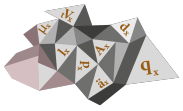
- La marca (preferencia estructural) tiene mayor peso que el precio o descuento al momento de decidir.
- El agente debe tomar en cuenta que, al menos en este contexto, mejorar la percepción del cliente sobre una aseguradora podría ser más rentable que negociar mayores descuentos.
- El análisis muestra la necesidad de segmentar estrategias: en algunos mercados o nichos, el precio no es el factor dominante.
- Este tipo de hallazgos pueden orientar tanto al diseño de estrategias comerciales como a la configuración óptima de la compensación del agente.

5. OPTIMIZACIÓN COMPUTACIONAL

5.1. Opción 1: Optimización numérica con scipy.optimize.

Una vez estimados los parámetros de la función de demanda (elasticidad y preferencias por aseguradora), es posible resolver el problema de maximización de la compensación total del agente mediante técnicas de optimización numérica (Varian 2014). Para ello, se implementa un modelo en Python utilizando la función `minimize` del módulo **scipy.optimize**.

Variables de decisión: descuentos por aseguradora. En este modelo, las variables de decisión son los niveles de descuento comercial d_i que el agente decide otorgar a los clientes para cada aseguradora. Estas decisiones influyen tanto en la demanda (volumen Q_i) como en la prima neta ($P_i(1 - d_i)$), afectando directamente su compensación.



Restricciones y función objetivo. La función objetivo a maximizar es la compensación total del agente:

$$CT = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot P_i \cdot (1 - d_i) \cdot (c_i + B_i(Q_i)),$$

sujeto a:

- $0 \leq d_i \leq d_{i,\max}$: límites comerciales o regulatorios en los descuentos.
- $\sum_{i=1}^{n} Q_i = M$: volumen total de mercado asignado.

La función $Q_i(d_i)$ se calcula a partir del modelo de demanda logit condicional descrito anteriormente, utilizando los parámetros α_i y ξ estimados empíricamente. Se emplea un método de optimización con restricciones tipo SLSQP (Sequential Least Squares Programming), el cual es adecuado para problemas no lineales con restricciones tanto de igualdad como de desigualdad. La Figura 6 muestra el código utilizado para este cálculo:

```
from scipy.optimize import minimize


# Restricciones y límites
bounds = [(0, 0.50) for _ in range(n_aseguradoras)]


# Optimización con descuentos iniciales diferentes para que el optimizador explore
desc_inicial = np.array([0.10, 0.20, 0.30])
resultado = minimize(compensacion_total, desc_inicial, bounds=bounds, method='SLSQP')
# Resultados
descuentos_optimos = resultado.x
volumenes_optimos = volumen_total(descuentos_optimos, alpha, e, mercado_total, primas)
```

```
compensacion_maxima = resultado.fun
print("Descuentos óptimos por aseguradora:", descuentos_optimos.round(4))
print("Volúmenes óptimos por aseguradora:", volumenes_optimos.round(2))
print("Compensación máxima del agente:", round(compensacion_maxima, 2))
```

Figura 6 Método de optimización con restricciones tipo SLSQP.

Resultados y análisis de sensibilidad. El resultado de la optimización arrojará el vector de descuentos total del agente. A partir de este resultado se calcula: d_i^* que maximiza la compensación.

- El volumen esperado por aseguradora Q_i^*
- La compensación total máxima alcanzable

Además, se realizará más adelante un análisis de sensibilidad modificando la elasticidad ξ y las preferencias α_i para observar

cómo varía la solución óptima ante cambios en las condiciones del mercado. Este análisis permitirá identificar escenarios donde ofrecer descuentos agresivos resulta rentable, así como aquellos donde la reputación de la marca domina la elección del asegurado.

El enfoque computacional implementado demuestra ser flexible y útil para la toma de decisiones estratégicas del agente, al permitir simular distintos contextos competitivos y ajustar su estrategia de descuentos de forma cuantitativa.

5.2. Opción 2: Búsqueda exhaustiva (fuerza bruta)

Justificación. Aunque los métodos de optimización numérica como SLSQP son eficientes para encontrar soluciones locales en espacios continuos, no garantizan encontrar el óptimo global en todos los casos, especialmente cuando la función objetivo es no convexa o presenta saltos en los tramos de bonos escalonados. Para contrastar y validar los resultados obtenidos por métodos iterativos, se implementó un enfoque de búsqueda exhaustiva (fuerza bruta), que evalúa todas las combinaciones posibles de descuentos en un conjunto discreto de valores.

Evaluación de todas las combinaciones de descuento. En esta implementación, se exploran todas las combinaciones de descuentos posibles desde 0 % hasta 50 % con incrementos de 1 % (es decir, de 0.00 a 0.50 en pasos de 0.01) para cada aseguradora. Con tres aseguradoras, esto implica evaluar $51^3 = 132,651$ combinaciones distintas, lo cual no representa ninguna dificultad para cualquier computador moderno.

Para cada combinación, se calcula:

- El volumen esperado de ventas por aseguradora usando la función de demanda agregada.
- La prima neta y los bonos alcanzados.
- La compensación total del agente.

Se selecciona como óptima la combinación que maximiza el ingreso total. La Figura 7 muestra el código utilizado para este cálculo:

```
# Generar todas las combinaciones posibles de descuentos (0% a 50% en pasos de 1%)
niveles = np.arange(0.0, 0.51, 0.01)

combinaciones = list(itertools.product(niveles, repeat=n_aseguradoras))

# Buscar la combinación que maximiza la compensación total
mejor_compensacion = -np.inf
mejor_descuento = None

for descuentos in combinaciones:
  descuentos_array = np.array(descuentos)
  comp_total = compensacion_total(descuentos_array)
  if comp_total > mejor_compensacion:
    mejor_compensacion = comp_total
    mejor_descuento = descuentos_array

# Mostrar resultados óptimos
mejor_descuento, volumen_total(mejor_descuento, alpha, e, mercado_total, primas),
mejor_compensacion
```

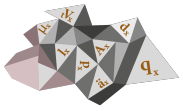
Figura 7 Código para maximizar el ingreso total.

Debido a las ventajas que tiene la búsqueda exhaustiva sobre la optimización numérica, sin representar un problema computacional, se optó por realizar los escenarios y analizar los resultados bajo el método de fuerza bruta.

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS

6.1. Programación base.

Para llevar a cabo el análisis, definimos primero las funciones que nos ayudarán a calcular la compensación total (vea la Figura 8. Los valores de los parámetros se definirán en cada escenario más adelante.



```python
def bono_escalonado(q, metas, bonos):
    for meta, b in zip(metas[::-1], bonos[::-1]):
        if q >= meta:
            return b
    return 0

def volumen_total(descuentos, alpha, e, mercado, primas):
    primas_netas = primas * (1 - descuentos)
    demanda = alpha * primas_netas ** (-e)
    participacion = demanda / demanda.sum()
    return participacion * mercado

def compensacion_total(descuentos):
    vol = volumen_total(descuentos, alpha, e, mercado_total, primas)
    ingreso_total = 0
    for i in range(n_aseguradoras):
        bono = bono_escalonado(vol[i], metas_bono[i], porc_bonos[i])
        prima_neta = primas[i] * (1 - descuentos[i])
        ingreso_total += vol[i] * prima_neta * (comisiones[i] + bono)
    return ingreso_total
```

Figura 8 Funciones declaradas.

6.2. Comparación entre distintas combinaciones de parámetros

Escenario base: parámetros homogéneos. Para iniciar el análisis, se planteó un escenario sencillo e intuitivo con las siguientes condiciones:

- Se tienen sólo tres aseguradoras. Vea la Figura 9.

```
n_aseguradoras = 3
```

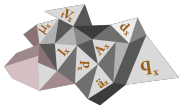
Figura 9 Asignación del número de aseguradoras.

- El volúmen total de mercado es de 1,000 pólizas. Vea la Figura 10.

```
mercado_total = 1000
```

Figura 10 Definición del tamaño total del mercado.

- Las comisiones y bonos son iguales para todas las aseguradoras. La figura 11 muestra esto:



```python
comisiones = np.array([0.10, 0.10, 0.10])
metas_bono = [
    [0, 200, 400, 600], # Aseguradora 1
    [0, 200, 400, 600], # Aseguradora 2
    [0, 200, 400, 600],  # Aseguradora 3
]

porc_bonos = [
    [0.00, 0.03, 0.06, 0.10], # Aseguradora 1
    [0.00, 0.03, 0.06, 0.10], # Aseguradora 2
    [0.00, 0.03, 0.06, 0.10]  # Aseguradora 3
]
```

Figura 11 Comisiones y bonos iguales para todas las aseguradoras.

- Las preferencias de los asegurados están balanceadas, tal y como se ve en la figura 12

```
alpha = np.array([1.0, 1.0, 1.0])
```

Figura 12 Coeficientes iniciales de participación iguales entre aseguradoras.

- La prima promedio ofertada por cada aseguradora es la misma. Esto se puede ver en la figura 13

```
primas = np.array([4000, 4000, 4000])
```

Figura 13 Primas promedio iguales entre aseguradoras.

- La elasticidad se supuso alta. Vea la figura 14

```
e = 3.0
```

Figura 14 Elasticidad del mercado alta.

Este escenario representa un mercado simétrico donde las únicas diferencias provienen de la estrategia de descuentos aplicada por el agente. El resultado óptimo obtenido bajo este escenario fue:

- **Descuentos óptimos:** [0.00, 0.00, 0.10]
- **Volúmenes asignados:** [297, 297, 406] (aproximadamente)
- **Compensación total del agente:** $542,782.75

A pesar de que las condiciones de partida eran completamente simétricas, el modelo favoreció concentrar el volumen en una

sola aseguradora (la tercera), aplicando un descuento del 10 %, mientras que las otras dos mantuvieron el precio completo. El hecho de que haya sido la tercera aseguradora a la que se le asigna el descuento, corresponde meramente a que fue la última en ser evaluada, pero en realidad el descuento es indiferente a la aseguradora. Es decir, obtendríamos el mismo resultado de aplicar el descuento a la aseguradora 1 ó 2. Este comportamiento se explica por la estructura de bonos escalonados: al aplicar un descuento en una sola aseguradora, el agente logra generar suficiente volumen para alcanzar un escalón de bonificación más alto, lo cual compensa la reducción en prima neta. Al mismo tiempo, al no diluir el volumen entre todas las opciones, se maximiza el impacto del bono por volumen con una sola aseguradora. Este resultado es un ejemplo de cómo, en mercados con bonos por metas, puede ser óptimo concentrar estratégicamente la cartera incluso si todas las opciones son simétricas en principio. También muestra cómo los bonos escalonados introducen discontinuidades que hacen que pequeñas variaciones en los descuentos generen grandes cambios en la compensación total del agente. En escenarios reales, donde las aseguradoras difieren en sus estructuras de bonos, comisiones o niveles de preferencia, estas decisiones pueden volverse aún más complejas y relevantes para la estrategia del agente.

Sensibilidad al parámetro de elasticidad: Para analizar el impacto de la elasticidad precio-demanda (ξ) en la estrategia de descuentos óptimos ξ y la compensación total del agente, se replicó el escenario homogéneo pero modificando únicamente el valor de ξ, manteniendo iguales las preferencias, primas promedio, comisiones y metas de bonos entre aseguradoras.

Escenario con elasticidad $\xi = 2$**.**

- Descuentos óptimos: [0.00, 0.00, 0.14]
- Volúmenes: [298.32, 298.32, 403.36]
- Compensación total: $532,262.02

Escenario con elasticidad $\xi = 4$**.**

- Descuentos óptimos: [0.00, 0.00, 0.07]
- Volúmenes: [299.69, 299.69, 400.62]
- Compensación total: $550,126.95

La Tabla 2 resume los resultados.

Escenario	$\xi = 2$	$\xi = 3$ (base)	$\xi = 4$
Descuentos óptimos	[0.00, 0.00, 0.14]	[0.00, 0.00, 0.10]	[0.00, 0.00, 0.07]
Volúmenes	[298.32, 298.32, 403.36]	[296.58, 296.58, 406.83]	[299.69, 299.69, 400.62]
Compensación total	$532,262.02	$542,782.75	$550,126.95

Tabla 2 Resultados por escenario de ξ.

Análisis. La elasticidad determina cuán sensible es la demanda al precio final (es decir, al impacto del descuento). Cuando la elasticidad es baja ($\xi = 2$), los descuentos deben ser más agresivos para provocar un cambio apreciable en la asignación de demanda. En este caso, el modelo favoreció un descuento del 14 % para que la aseguradora 3 alcanzara un volumen significativamente mayor, lo que le permitió al agente acceder a un bono más alto. Cuando la elasticidad se incrementa ($\xi = 2$), la demanda reacciona con mayor fuerza incluso a pequeños descuentos. Esto hace que un descuento más modesto (7 %) sea suficiente para lograr una asignación preferente de volumen hacia la aseguradora 3, aunque con menor sacrificio en prima neta. A mayor elasticidad, entonces:

- Se requiere un menor descuento para obtener una respuesta fuerte del mercado.
- La prima neta no se ve tan erosionada, lo cual mejora la compensación del agente.
- El incentivo a aplicar descuentos se vuelve más atractivo.

Este análisis refuerza la importancia de estimar correctamente la elasticidad en cada línea de negocio o segmento, ya que de ella depende la eficiencia de las estrategias comerciales y de concentración de cartera.

Impacto de la preferencia estructural. Para analizar el efecto de la preferencia estructural por parte de los asegurados hacia determinadas aseguradoras, se regresó al escenario base con parámetros homogéneos y elasticidad $\xi = 3$, pero se modificaron las preferencias: $\alpha = [1.0, 1.3, 0.8]$. Este vector representa una ligera preferencia hacia la aseguradora 2 ($\alpha = 1.3$) y una menor inclinación hacia la aseguradora 3 ($\alpha = 0.8$).

Resultado obtenido:

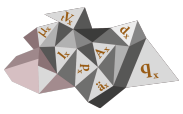
- Descuentos óptimos: [0.00, 0.00, 0.00],
- Volúmenes asignados: [322.58, 419.35, 258.06],
- Compensación total: $570,322.58,

La Tabla 3 resume estos resultados.

Escenario	$\alpha = [1.0, 1.0, 1.0]$ (base)	$\alpha = [1.0, 1.3, 0.8]$
Descuentos óptimos	$[0.00, 0.00, 0.10]$	$[0.00, 0.00, 0.00]$
Volúmenes	$[296.58, 296.58, 406.83]$	$[322.58, 419.35, 258.06]$
Compensación total	$542,782.75	$570,322.58

Tabla 3 Resultados por escenario de α

Análisis del resultado: A diferencia de escenarios anteriores donde se aplicaban descuentos para influir en la distribución de la demanda, en este caso el modelo determinó que no era necesario otorgar descuentos. Esto se debe a que las preferencias



de los asegurados ya inducen una distribución de volumen suficientemente favorable para alcanzar escalones de bonificación altos en la aseguradora 2, que tiene una ventaja estructural de percepción ante los clientes. La preferencia por una aseguradora se traduce directamente en una mayor participación de mercado sin necesidad de reducir precios. Esto mejora la eficiencia del agente, quien puede concentrar volumen y alcanzar bonos sin sacrificar ingresos por prima. Por otro lado, la baja preferencia hacia la aseguradora 3 limita su participación, incluso si sus metas de bonificación fueran accesibles. Esto sugiere que el agente debe considerar no solo los incentivos económicos sino también las percepciones del mercado para definir su estrategia de concentración. Este escenario demuestra cómo la preferencia estructural puede sustituir, al menos parcialmente, el rol de los descuentos como palanca para captar volumen. Además, reafirma que no siempre la estrategia óptima requiere modificar precios si las condiciones de mercado ya son favorables.

Influencia de la prima promedio por aseguradora: Partiendo del mismo escenario con preferencias estructurales desbalanceadas, $\alpha = [1.0, 1.3, 0.8]$, se analizó ahora el efecto de modificar las primas promedio ofrecidas por cada aseguradora.

Escenario 1: primas = [4000, 4200, 3800]

- **Descuentos óptimos:** [0.00, 0.04, 0.00]
- **Volúmenes asignados:** [315.87, 404.14, 279.99]
- **Compensación total:** $563,285.78

Escenario 2: primas = [4000, 4400, 3600]

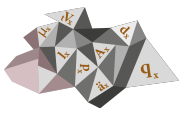
- **Descuentos óptimos:** [0.00, 0.10, 0.00]
- **Volúmenes asignados:** [301.75, 400.23, 298.02]
- **Compensación total:** $549,969.52

Escenario	primas = [4000, 4000, 4000]	primas = [4000, 4200, 3800]	primas = [4000, 4400, 3600]
Preferencias		$\alpha = [1.0, 1.3, 0.8]$	
Descuentos óptimos	[0.00, 0.00, 0.00]	[0.00, 0.04, 0.00]	[0.00, 0.10, 0.00]
Volúmenes	[322.58, 419.35, 258.06]	[315.87, 404.14, 279.99]	[301.75, 400.23, 298.02]
Compensación total	$570,322.58	$563,285.78	$549,969.52

Tabla 4 Resultados por escenario de primas

Análisis comparativo: La introducción de diferencias en la prima promedio modifica el incentivo relativo a concentrar ventas en cada aseguradora. En el primer escenario, la aseguradora 2 tiene una prima ligeramente superior (4200 vs. 4000), pero sigue siendo competitiva en relación con sus preferencias percibidas. Se requiere un descuento moderado (4 %) para inducir suficiente volumen y capitalizar sus bonos.

En el segundo escenario, la aseguradora 2 eleva aún más su prima promedio (4400), lo que la hace menos atractiva a pesar de su buena reputación ($\alpha = 1.3$). Esto obliga al agente a requerir un descuento mayor (10 %) para mantener su volumen y alcanzar escalones de bonificación. A pesar del esfuerzo adicional, la compensación total cae en comparación con el escenario anterior.



Las primas promedio tienen un impacto directo sobre la demanda percibida, ya que afectan el precio neto ofrecido. Incluso con buenas preferencias estructurales, una prima excesivamente alta reduce la competitividad de una aseguradora y obliga a compensar vía descuentos. El agente debe equilibrar cuidadosamente este factor, ya que mayores descuentos erosionan la prima neta y, con ello, la compensación total. La estrategia óptima depende de la interacción entre percepción de marca, elasticidad y *pricing* efectivo en el mercado.

Escenario A:

Influencia de metas de bonificación: Para este análisis, se mantuvieron constantes todos los parámetros excepto las metas escalonadas de bonificación, bajo el supuesto de preferencias desbalanceadas $\alpha = [1.0, 1.3, 0.8]$, primas = [4000, 4200, 3800], y elasticidad ξ. Las metas de bono originales se muestran en la figura 15

```
metas_bono = [
    [0, 200, 400, 600],
    [0, 150, 350, 550],
    [0, 180, 360, 500]
]
```

Figura 15 Escenario A: Metas de bono originales por aseguradora.

```
metas_bono = [
    [0, 150, 350, 550],
    [0, 200, 400, 600],
    [0, 180, 360, 500]
]
```

Figura 16 Escenario B: Metas de bono intercambiadas entre aseguradoras 1 y 2.

Escenario B (se intercambian metas de aseguradora 1 y 2):

- **Descuentos óptimos:** [0.11, 0.10, 0.00]
- **Volúmenes asignados:** [350.24, 403.85, 245.91]
- **Compensación total:** $565,224.43

Escenario	metas_bono = [	metas_bono = [	metas_bono = [
	[0, 200, 400, 600], [0, 200, 400, 600], [0, 200, 400, 600]]	[0, 200, 400, 600], [0, 150, 350, 550], [0, 180, 360, 500]]	[0, 150, 350, 550], [0, 200, 400, 600], [0, 180, 360, 500]]
Primas	primas = [4000, 4200, 3800]		
Preferencias	$\alpha = [1.0, 1.3, 0.8]$		
Descuentos óptimos	[0.00, 0.04, 0.00]	[0.00, 0.00, 0.00]	[0.11, 0.10, 0.00]
Volúmenes	[315.87, 404.14, 279.99]	[326.20, 384.64, 289.16]	[350.24, 403.85, 245.91]
Compensación total	$563,285.78	$570,947.20	$565,224.43

Tabla 5 Resultados por escenario de metas de bono

Análisis comparativo: En el Escenario A, la aseguradora 2 mantiene metas más accesibles que la aseguradora 1, y por tanto, no requiere descuento para atraer suficiente volumen. Esto permite al agente alcanzar los bonos sin sacrificar prima neta. En el Escenario B (vease la figura 16, al intercambiar las metas, la aseguradora 2 exige un volumen mayor para lograr el mismo bono. Como resultado, el agente necesita aplicar descuentos tanto a la aseguradora 1 como a la 2 para lograr niveles suficientes de volumen, lo que reduce la prima neta y, por ende, la compensación total. La estructura de metas de bonificación es un factor crucial en la estrategia del agente. Aseguradoras con metas más accesibles permiten lograr altos bonos sin necesidad de sacrificar ingresos vía descuentos. Incluso si otras aseguradoras tienen mejores comisiones o preferencias de marca, metas exigentes pueden limitar su competitividad práctica desde la perspectiva del agente. Este tipo de análisis puede ayudar tanto a agentes como a aseguradoras a diseñar esquemas de incentivos que logren una alineación más eficiente entre la estrategia comercial y los objetivos de volumen. En la tabla 5 se muestra el resumen de los escenarios.

Influencia del volumen de ventas del agente: Se analizó cómo cambia la estrategia óptima de descuentos y la compensación total del agente en función del volumen total de mercado que maneja. Partimos del mismo escenario con:

- Primas promedio: [4000, 4200, 3800]
- Elasticidad: $\xi = 3$
- Metas de bonificación se muestran en la figura 17:

```
metas_bono = [
    [0, 200, 400, 600],
    [0, 150, 350, 550],
    [0, 180, 360, 500]
]
```

Figura 17 Metas de bono por aseguradora en el escenario base.

Se evaluaron tres escenarios según el volumen total de mercado accesible para el agente:

Escenario 1: Volumen total = 500

- **Descuentos óptimos:** [0.15, 0.00, 0.00]
- **Volúmenes asignados:** [200.61, 170.91, 128.48]
- **Compensación total:** $230,808.53

Escenario 2: Volumen total = 1000

- **Descuentos óptimos:** [0.00, 0.00, 0.00]
- **Volúmenes asignados:** [326.20, 384.64, 289.16]
- **Compensación total:** $570,947.20

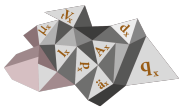
Escenario 3: Volumen total = 2000

- **Descuentos óptimos:** [0.00, 0.00, 0.00]
- **Volúmenes asignados:** [652.41, 769.28, 578.31]
- **Compensación total:** $1,607,638.70

Escenario	Volúmen = 500	Volúmen = 1,000	Volúmen = 2,000
Metas bono	metas_bono = [[0, 200, 400, 600], [0, 200, 400, 600], [0, 200, 400, 600],]		
Primas	primas = [4000, 4200, 3800]		
Preferencias	$\alpha = [1.0, 1.3, 0.8]$		
Descuentos óptimos	[0.15, 0.00, 0.00]	[0.00, 0.00, 0.00]	[0.00, 0.00, 0.00]
Volúmenes	[200.61, 170.91, 128.48]	[326.20, 384.64, 289.16]	[652.41, 769.28, 578.31]
Compensación total	$230,808.53	$570,947.20	$1,607,638.70

Tabla 6 Resultados por escenario de volumen

Análisis: Cuando el volumen es pequeño (escenario 1), el agente debe aplicar descuentos agresivos para superar los escalones iniciales de los bonos, ya que su base de ventas es limitada. Por ejemplo, se requiere un 15 % de descuento a la aseguradora 1 para alcanzar un volumen que permita acceder a algún bono. En cambio, en los escenarios de mayor volumen (1000 y 2000), el agente puede alcanzar los escalones de bonificación de manera natural, sin necesidad de aplicar descuentos. En estos casos, el modelo sugiere mantener precios completos



para maximizar la prima neta. Este comportamiento refleja un principio fundamental: **los agentes pequeños necesitan sacrificar margen para competir por volumen**, mientras que **los agentes grandes pueden maximizar su utilidad sin aplicar descuentos.** No obstante, este resultado contrasta con la realidad del mercado, donde los agentes más grandes suelen obtener los mayores descuentos. Esto se debe a un factor no modelado aquí: la competencia entre agentes. Las aseguradoras están dispuestas a otorgar mejores condiciones a agentes grandes debido a su poder de negociación y capacidad de volumen, incluso si no requieren descuentos para alcanzar sus metas. El volumen total de ventas del agente es un factor determinante en su estrategia de descuentos. Las aseguradoras y los propios agentes deben considerar este parámetro al diseñar políticas comerciales. Los modelos futuros podrían incorporar la dinámica competitiva entre agentes para reflejar de forma más precisa las condiciones reales del mercado.

7. CONCLUSIONES

7.1. Síntesis de hallazgos clave

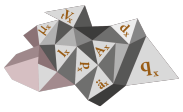
Este trabajo ha demostrado que la toma de decisiones del agente de seguros respecto a la asignación de su cartera entre distintas aseguradoras puede y debe ser optimizada con base en modelos cuantitativos. A través de una formulación logit condicional y un modelo de compensación no lineal, se logró estimar la demanda esperada y la utilidad total del agente bajo distintas combinaciones de descuentos.

Entre los hallazgos más relevantes destacan:

- El descuento negociado es la única variable que el agente puede controlar directamente para modificar la distribución de su cartera.
- En escenarios con elasticidad alta, pequeños descuentos pueden generar grandes incrementos en volumen, maximizando la compensación incluso si la prima neta disminuye.
- Las preferencias estructurales de los clientes (reputación de aseguradora) pueden sustituir o reforzar la necesidad de aplicar descuentos.
- Las metas de bonificación escalonadas introducen no linealidades que justifican estrategias de concentración agresivas.
- El volumen total de mercado que maneja el agente influye radicalmente en su estrategia óptima: agentes pequeños requieren descuentos más agresivos, mientras que los grandes pueden mantener niveles más moderados sin sacrificar compensación.

7.2. Recomendaciones para agentes y diseñadores de compensación

Para agentes de seguros:



- Identificar de manera empírica la elasticidad de sus clientes ante cambios en el precio neto. Se puede usar el código proporcionado en el presente trabajo.
- Estimar la preferencia relativa del mercado hacia cada aseguradora que distribuyen. Se puede usar el código proporcionado en el presente trabajo.
- Negociar descuentos estratégicos no de manera uniforme, sino considerando qué combinaciones maximizan la compensación total. Se puede usar el código proporcionado en el presente trabajo.
- Evaluar continuamente si las metas de bonificación son alcanzables con su volumen actual. Si no lo son, se justifica redirigir esfuerzo o buscar nuevas alianzas (OECD 2020).

Para aseguradoras:

- Diseñar estructuras de bonos que permitan escalar con incrementos razonables de volumen.
- Ofrecer condiciones de descuento selectivas basadas en el perfil del agente, considerando su tamaño y sensibilidad al incentivo.
- Considerar que agentes con alta elasticidad de demanda pueden responder muy favorablemente a incentivos de corto plazo.
- Diseñar programas de lealtad que refuercen preferencias estructurales, para reducir la necesidad de competir vía precio.

7.3. Limitaciones del modelo

Aunque el modelo desarrollado captura los principales factores que afectan la estrategia del agente, presenta algunas limitaciones importantes (Martínez y Henríquez 2007):

- No se modela la competencia entre agentes. En la práctica, las aseguradoras negocian descuentos considerando también el poder de negociación y el volumen de otros distribuidores.
- No se considera el riesgo operativo o reputacional de concentrar cartera en pocas aseguradoras.
- Se asume que las primas y preferencias son constantes, cuando en la realidad pueden fluctuar por campañas, cambios regulatorios o percepción del mercado.
- El modelo no contempla el ciclo de vida del cliente ni la persistencia de las pólizas, que también impactan la utilidad a largo plazo del agente.

Futuros trabajos podrían extender este modelo hacia un enfoque dinámico y competitivo, incluyendo interacciones entre agentes y aseguradoras, costos de adquisición, riesgo de cancelación, y elementos cualitativos que afectan la toma de decisiones del agente.

En resumen, este trabajo aporta una herramienta útil y flexible para la planeación estratégica del agente de seguros, brindando una base cuantitativa para decisiones que tradicionalmente se han tomado con base en intuición o conveniencia operativa.

REFERENCIAS

Anderson, S. P., A. de Palma, y J. F. Thisse, 1992 *Discrete Choice Theory of Product Differentiation*. MIT Press.

Ben-Akiva, M. y S. R. Lerman, 1985 *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. MIT Press.

Domínguez, M., 2018 Comportamiento del consumidor en el sector asegurador mexicano. Revista Mexicana de Ciencias Económicas **35**: 45–67.

Kotler, P. y K. L. Keller, 2015 *Marketing Management*. Pearson Education, 15th edición.

Louviere, J. J., D. A. Hensher, y J. D. Swait, 2000 *Stated Choice Methods: Analysis and Applications*. Cambridge University Press.

Martínez, F. y R. Henríquez, 2007 A random utility-maximizing model for the residential location choice problem. Transportation Research Part B: Methodological **41**: 1104–1118.

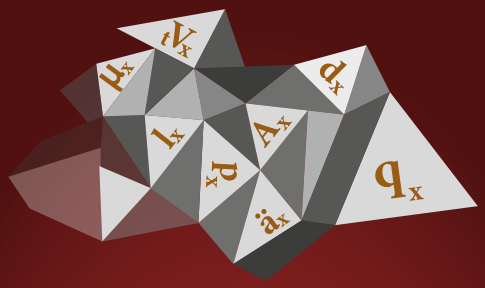
McFadden, D., 1974 Conditional logit analysis of qualitative choice behavior. En *Frontiers in Econometrics*, editado por P. Zarembka, pp. 105–142, Academic Press.

OECD, 2020 *Insurance Markets in Latin America*. OECD Publishing.

Train, K., 2009 *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge University Press, second edición.

Varian, H. R., 2014 *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*. W. W. Norton & Company, 9th edición.

Omar López Tronco es actuario y emprendedor especializado en ciencia de datos y administración de riesgos. Es fundador y director general de CLUPP / Insurance Boosters, una insurtech enfocada en innovación y analítica aplicada al sector asegurador. Ha ocupado cargos directivos y de liderazgo en instituciones clave como Seguros Monterrey New York Life, IAMSA, UBS Casa de Bolsa, la Asociación Insurtech México, la Asociación Mexicana de Actuarios y CFA Society Mexico. Cuenta con maestría en administración de riesgos y licenciatura en Actuaría por el ITAM, así como la certificación CFA. Es profesor en el ITAM y la UNAM, conferencista internacional y ha recibido reconocimientos nacionales por innovación e investigación en seguros. Domina español, inglés y francés



Actuarios trabajando

Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada

Anuncios a la Membresía

COLEGIO NACIONAL DE ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"

Convocatoria

Premio Nacional de Actuaría – *Visión Actuarial*

Reconociendo ideas que transforman el presente y modelan el futuro

En un mundo cada vez más complejo, la labor del actuario ha trascendido las fronteras del sector asegurador para consolidarse como el eje analítico en la banca, la ciencia de datos, la seguridad social y la gestión de riesgos emergentes. Esta convocatoria celebra la versatilidad de una disciplina capaz de modelar el futuro, proteger la estabilidad financiera de las instituciones y diseñar soluciones innovadoras ante los desafíos globales del siglo XXI."

El Colegio Nacional de Actuarios (CONAC), en cumplimiento de su compromiso con la excelencia técnica, la innovación y el desarrollo académico de la profesión actuarial en México, convoca a actuarias, actuarios y estudiantes de actuaría a participar en el:

Premio Nacional de Actuaría – Visión Actuarial

Este premio, que se otorga de manera bienal, se consolida como un nuevo símbolo del pensamiento actuarial contemporáneo. Su propósito es reconocer no sólo documentos o tesis, sino la capacidad de imaginar, construir y aplicar conocimiento actuarial con impacto real en la sociedad, las instituciones y los mercados.

I. Objetivo del Premio

Reconocer las mejores ideas, investigaciones, propuestas técnicas y enfoques innovadores desarrollados por actuarias, actuarios y estudiantes de actuaría en México, que contribuyan de manera significativa al avance de la disciplina actuarial y a la toma de decisiones informadas en los ámbitos público, privado, académico y social.

II. Categorías

Las postulaciones deberán inscribirse en una de las siguientes categorías:

1. **Tesis de Licenciatura.**

   Trabajos de titulación de nivel licenciatura en actuaría, que destaquen por su rigor técnico, originalidad y relevancia práctica.

2. **Investigación Profesional Aplicada.**

   Estudios, modelos, metodologías o desarrollos técnicos aplicados en contextos reales (empresariales, institucionales o de política pública), que demuestren impacto medible o potencial.

3. **Innovación Actuarial.**

   Propuestas innovadoras que incorporen nuevas herramientas, enfoques interdisciplinarios, tecnologías emergentes o formas novedosas de aplicación del pensamiento actuarial.

III. Personas Participantes

Podrán participar:

- Actuarias y actuarios de nacionalidad mexicana o que desarrollen su ejercicio profesional en México.
- Estudiantes de la licenciatura en actuaría inscritos en instituciones de educación superior en el país.

Los trabajos podrán presentarse de manera individual o colectiva, según la naturaleza del proyecto, los cuales podrán ser inéditos que planteen hipótesis, metodologías o herramientas innovadoras y originales de investigación con un enfoque propositivo de aplicación del quehacer de los actuarios para resolver los desafíos y oportunidades de la sociedad, las empresas o gubernamentales.

IV. Proceso de Evaluación

Los trabajos serán evaluados por un **jurado mixto**, integrado por representantes del:

- Gremio actuarial
- Academia
- Sector privado
- Sector público

El proceso de evaluación se regirá por criterios de objetividad, transparencia y pluralidad de enfoques.

V. Criterios de Evaluación (enunciativos, no limitativos)

- Calidad y solidez técnica
- Originalidad e innovación
- Relevancia e impacto potencial o real
- Claridad en la exposición y consistencia metodológica
- Contribución al desarrollo de la profesión actuarial

VI. Difusión y Reconocimientos

Los trabajos premiados:

- Serán publicados en la **Revista Actuarios Trabajando del CONAC**.
- Serán difundidos a través de cápsulas, reels, entrevistas y contenidos en redes sociales del Colegio, con la participación de sus autoras y autores.
- Serán presentados en **CASA CONAC 2026**, en un evento académico de divulgación.

Adicionalmente, el CONAC otorgará un **estímulo económico**, en colaboración con patrocinadores o aliados académicos, sujeto a la viabilidad y a los acuerdos institucionales correspondientes.

Los tres primeros lugares de cada categoría obtendrán los siguientes premios:

- Primer lugar: $50,000 pesos.
- Segundo lugar: $25,000 pesos.
- Tercer lugar: $15,000 pesos.

Los resultados del premio serán publicados en el sitio web y redes sociales del CONAC.

VII. Convocatoria Nacional y Difusión

La presente convocatoria tendrá **alcance nacional** y será difundida ampliamente a través de:

- Universidades y programas académicos de Actuaría
- Centros de investigación
- Empresas e instituciones públicas y privadas
- Canales institucionales y redes sociales del CONAC

VIII. Fechas y Bases Específicas

Fechas Clave:

Fecha límite de entrega:	1º de agosto de 2026
Notificación de resultados:	11 de septiembre de 2026
Presentación de trabajos ganadores:	Días 7 y 8 de octubre de 2026

Los requisitos de postulación, formato de entrega, documentación requerida y demás bases específicas se encuentran en el documento Bases Premio Nacional de Actuaría-Visión Actuarial y serán publicadas en los canales oficiales del CONAC.

IX. Disposiciones Generales

- La participación en el premio implica la aceptación total de la presente convocatoria y de las bases que de ella se deriven.
- El jurado podrá declarar desierta cualquiera de las categorías, si considera que los trabajos no cumplen con el nivel de excelencia esperado.
- Las decisiones del jurado serán definitivas e inapelables.

Consejo Directivo 2025-2027
Colegio Nacional de Actuarios, A.C

Bases

Premio Nacional de Actuaría – *Visión Actuarial*

Reconociendo ideas que transforman el presente y modelan el futuro

Fechas Clave

- La fecha límite para envío de trabajos es a las 23:59 hrs. del 1° de agosto de 2026.
- Los resultados serán notificados el 11 de septiembre de 2026.
- Los ganadores presentarán su trabajo durante CASA CONAC (7 y 8 de octubre de 2026).

Registro

El registro de trabajos se realizará a través del llenado del presente formulario, mismo que solicita la siguiente información:

1. Indicar categoría:
   - 1.1. **Tesis de Licenciatura,**
   - 1.2. **Investigación Profesional Aplicada, o**
   - 1.3. **Innovación Actuarial**.
2. En caso de Tesis de Licenciatura:
   - 2.1. Archivo nombrado “tesis de licenciatura” cuyo contenido sea la Tesis de Licenciatura y listo para imprimir en formato PDF.
   - 2.2. En su caso, un archivo nombrado “Autorización” con la carta de autorización o cesión de derechos para aquellos trabajos que hayan sido realizados para instituciones u organismos públicos o privados de uso interno, en formato PDF.
   - 2.3. El trabajo de investigación deberá cumplir con los siguientes requisitos:
     - 2.3.1. Contener un planteamiento claro y objetivo;
     - 2.3.2. Estar desarrollado con rigor analítico y metodológico;
     - 2.3.3. Estar correctamente redactado en español;

2.3.4. Tener una extensión mínima de 20 cuartillas y máxima de 200 cuartillas, incluyendo gráficas, diagramas o cuadros de apoyo, así como bibliografía. El archivo deberá estar configurado como documento en tamaño carta.

2.3.5. Utilizar letra Arial de 10 puntos y espacios de interlineado sencillo; y especificar en la portada el "Seudónimo" y el título del trabajo.

3. En caso de Investigación Profesional Aplicada.

3.1. Archivo nombrado "trabajo de investigación profesional aplicada" cuyo contenido sea el trabajo de investigación integrado y listo para imprimir en formato PDF.

3.2. En su caso, un archivo nombrado "Autorización" con la carta de autorización o cesión de derechos para aquellos trabajos que hayan sido realizados para instituciones u organismos públicos o privados de uso interno, en formato PDF.

3.3. El trabajo de investigación deberá cumplir con los siguientes requisitos:

3.3.1. Puede ser un trabajo de investigación,

3.3.2. Contener un planteamiento claro y objetivo;

3.3.3. Estar desarrollado con rigor analítico y metodológico;

3.3.4. Estar correctamente redactado en español;

3.3.5. Tener una extensión mínima de 20 cuartillas y máxima de 200 cuartillas, incluyendo gráficas, diagramas o cuadros de apoyo, así como bibliografía. El archivo deberá estar configurado como documento en tamaño carta.

3.3.6. Utilizar letra Arial de 10 puntos y espacios de interlineado sencillo; y especificar en la portada el "Seudónimo" y el título del trabajo.

4. En caso de Innovación Actuarial:

4.1. Archivo nombrado "Descripción del proyecto" cuyo contenido sea la exposición del proyecto y listo para imprimir en formato PDF.

4.2. Archivo nombrado "Protesta", que contenga un escrito en el que se declare, que el proyecto es propiedad intelectual del (los) participante(s) y que deslindan al CONAC y miembros del "Jurado" de toda responsabilidad relacionada con la propiedad intelectual del proyecto.

4.3. El documento de descripción del proyecto deberá cumplir con los siguientes requisitos:

4.3.1. Proyecto Innovador;

4.3.2. Estar desarrollado con rigor analítico y metodológico;

4.3.3. Estar correctamente redactado en español;

4.3.4. Tener una extensión mínima de 20 cuartillas y máxima de 200 cuartillas, incluyendo gráficas, diagramas o cuadros de apoyo, así como bibliografía. El archivo deberá estar configurado como documento en tamaño carta.

4.3.5. Utilizar letra Arial de 10 puntos y espacios de interlineado sencillo; y especificar en la portada el "Seudónimo" y el título del proyecto.

5. Para cualquiera de las tres categorías:

5.1. Archivo nombrado "Resumen Ejecutivo" cuyo contenido sea el resumen ejecutivo de la tesis, trabajo de investigación o trabajo de innovación en formato PDF, configurado en tamaño carta y listo para imprimir. El resumen ejecutivo deberá contar con una extensión máxima de 5 cuartillas

5.2. Archivo "Datos Personales" que contenga una breve semblanza del participante o participantes, especificando el seudónimo, nombre real, correo electrónico y teléfono fijo y/o móvil del autor o autores del trabajo, en PDF.

5.3. Los participantes deberán verificar que en los archivos y/o documentos descritos en los incisos anteriores no aparezca información alusiva al nombre real del autor o autores.

5.4. Al terminar de llenar el formulario verificar que aparezca la siguiente nota: #checar que nota se agregará para garantizar que si se registró la info#

Limitantes

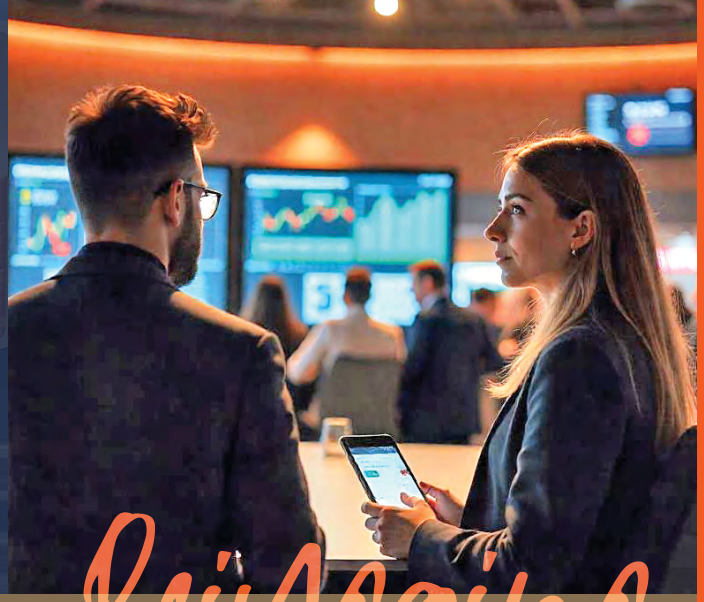
1. El personal del CONAC o miembros del Consejo Directivo del CONAC, AMA y AMAC, así como los ascendientes y descendientes consanguíneos y cónyuge de estos, podrán participar sin derecho a la bolsa de premios.

   Se entenderá por personal del CONAC, a cualquier persona que labore o haya laborado, en cualquiera de estas asociaciones, al menos un día en el periodo comprendido entre la publicación de la Convocatoria y la definición de ganadores por el Jurado de cada categoría.

2. En caso de que un trabajo haya sido realizado por varios autores y resulte ganador, y donde alguno de los autores se ubique en lo descrito en el párrafo inmediato superior, hará que ninguno de los autores obtenga la bolsa económica.
3. En caso de que un trabajo haya sido realizado por dos o más autores y haya resultado ganador, la bolsa del premio se repartirá de manera proporcional entre el número de autores registrados y se entiende que los autores dan su consentimiento a recibir el premio bajo esta distribución.
4. En el caso de la Categoría de Innovación Actuarial solo podrán participar las ideas o proyectos, cuyos autores cuenten con la opción de registrar los derechos de propiedad intelectual a su nombre.
5. Quedan excluidos de este premio los trabajos que hayan sido parcial o totalmente publicados con anterioridad a la celebración de la presente convocatoria, así como los trabajos que hayan obtenido cualquier distinción en otros certámenes o concursos o aquéllos que se presenten simultáneamente en otros concursos similares.
6. Un mismo trabajo sólo podrá participar en una de las categorías de este Premio.

Doctorado en Ciencias Actuariales

Único en México, orientado a la investigación.



Reimagina tu futuro

Forma expertos en análisis de datos para la toma de decisiones.

Maestría en Estadística

Maestría en Riesgo

Domina la ciencia de anticipar, medir y gestionar el riesgo.

Universidad Anáhuac México

Facultad de Ciencias Actuariales

Posgrados ANÁHUAC

UANL

La excelencia por principio la educación como instrumento

FCFM

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

MAESTRÍA EN CIENCIA DE DATOS

PROPÓSITO:

Formar recursos humanos con capacidad para utilizar modelos de analítica avanzada, aprendizaje automático, métodos estadísticos y matemáticos de ciencia de datos, con el fin de generar alternativas de solución a las problemáticas en el manejo de grandes volúmenes de información de las organizaciones públicas y privadas, en los ámbitos local, nacional e internacional.

Conoce más sobre nuestros programas de Posgrado

PROCESO DE INGRESO
Enero - Julio 2026

MÁS INFORMACIÓN
coordinacionmcd_fcfm@uanl.edu.mx
Tel. 81 8329 4030 Ext. 7160 y 7115

INICIO DE TETRAMESTRE
7 de septiembre de 2026

Maestría en Ciencia de Datos

Descubre el poder de transformar datos en decisiones estratégicas

Beneficios:

- Competencias en tecnologías de datos para **mejorar la toma de decisiones**
- Identificar oportunidades de negocio aunmentando la **eficiencia** y **productividad**
- Desempeñarse en un campo profesional orientado a un futuro con altos ingresos

En campus o a distancia, tú eliges

Duración:
1 año 4 meses
(4 cuatrimestres)

Campus Torrente

Inicia en
septiembre

Conoce más

UNIVERSIDAD CRISTÓBAL COLÓN

Informes: (229) 915 42 39
(229) 923 29 50 (opción 3) admisiones@ucc.mx

RVOE SEP 20241042. 23/05/24. Modalidad Mixta

Cinvestav

Centro de Investigación y de
Estudios Avanzados del
Intituto Politécnico Nacional

Departamento de Matemáticas

Maestría y Doctorado en Ciencias con Especialidad en Matemáticas

Áreas de Investigación:

- Álgebra y Combinatoria
- Teoría de Operadores y Ecuaciones Diferenciales
- Topología Algebraica y Geometría Algebraica
- Variable Compleja y Probabilidad

Duración del Programa

Maestria : 2 años

Doctorado: 4 años

Sedes:

Unidad Zacatenco, Unidad Querétaro

Admisiones:

Dos veces al año.

Sitio web:

https://www.math.cinvestav.mx

Inscripciones abiertas

¡Cupo limitado!

Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C.

Diplomado en Pensiones 2026

Iniciamos el 3 de Febrero
Evento Virtual por Zoom

Registro:
informes@amac.mx

www.amac.mx

Hasta

148HEC*

*El registro de las horas de Educación Continua para el CONAC las pagará el interesado

FES UNAM ACATLÁN

CURSO DE PREPARACION
PARA EL EXAMEN
P DE LA SOA

HORARIOS:

SABADO DE 9:00 A 13:00

Duracion todo el semestre iniciando el sabado

Salón informe en coordinación

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN | FCA POSGRADO

¡TU ÉXITO NO SE DETIENE!

ESTUDIA UN POSGRADO FCA

CONOCE NUESTROS PROGRAMAS

MAESTRÍAS

- Administración
- Impuestos
- Ciencias Económico Administrativas
- Gestión de la Tecnología
- Gestión e Innovación Pública

DOCTORADOS

- Administración
- Ciencias Económico Administrativas
- Gestión de la Tecnología e Innovación
- Fiscal

(442) 192-12-00 EXT. 5260 jefatura.posgrado.fca@uaq.edu.mx http://fca.uaq.mx

Maestría en Ciencia de Riesgo

¡Aún puedes iniciar tu proceso de admisión este 2026!

Modalidad:
Híbrida y de tiempo parcial

Duración:
6 trimestres

Horario:
Lunes a Viernes
7:00 - 10:00
o 18:00-21:00

Sábados de
9:00.12:00

Conoce más detalles del programa y pregunta por las próximas sesiones informativas

Inicio de clases: enero 2027

Fecha límite de inscripciones: 4 de septiembre de 2026

ITAM Posgrados

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN | FCA POSGRADO

¡TU ÉXITO NO SE DETIENE!

ESTUDIA UN POSGRADO FCA

CONOCE NUESTROS PROGRAMAS

MAESTRÍAS

- Administración
- Impuestos
- Ciencias Económico Administrativas
- Gestión de la Tecnología
- Gestión e Innovación Pública

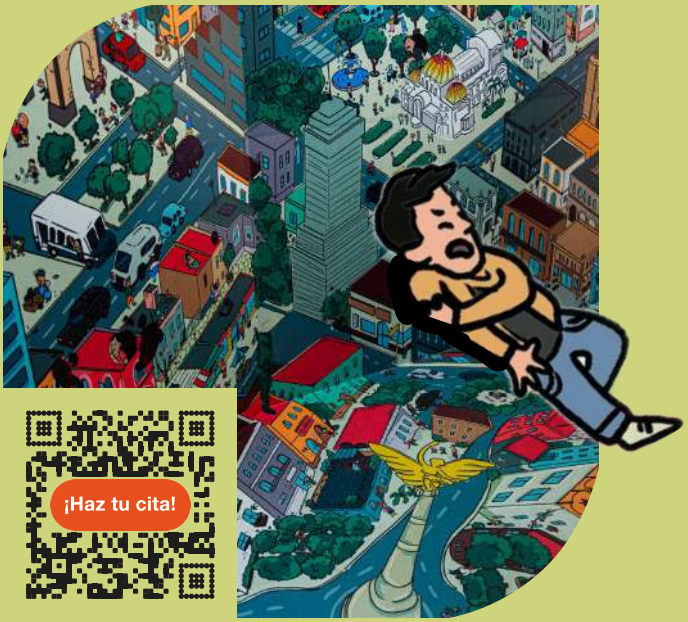
DOCTORADOS

- Administración
- Ciencias Económico Administrativas
- Gestión de la Tecnología e Innovación
- Fiscal

(442) 192-12-00 EXT. 5260 jefatura.posgrado.fca@uaq.edu.mx http://fca.uaq.mx

museo CUSE

El Museo CUSE habla del riesgo, de lo inesperado en nuestra vida.



Vivimos rodeados de riesgos. Algunos visibles, otros silenciosos. El verdadero desafío no es su existencia, sino la falta de conciencia para reconocerlos y enfrentarlos.

El **Museo de la Cultura del Seguro, Museo CUSE**, de la Ciudad de México, surge como una respuesta a esta realidad: formar una cultura de protección a través del conocimiento. Un espacio donde el riesgo y la protección se comprenden y donde el futuro deja de depender del azar.

Porque el riesgo no se puede evitar.

Pero entenderlo transforma la manera de vivir.

Transforma el pensamiento hacia lo inesperado.

Un nuevo espacio virtual, “La Ruta de lo Inesperado”.

El **Museo CUSE,** abrió un nuevo espacio para la comprensión de la historia y la cultura del seguro.

Una escapada cada mes para descubrir el riesgo y la protección a lo largo de los tiempos.

Cada mes, un tema distinto.

Síguenos en nuestras redes para que no te pierdas los **nuevos episodios:**

Marzo 26 | **“Hierro, vapor y tragedia”**
Abril 30 | **“Titánic 1912, la ilusión de lo infalible”**
Mayo 28 | **“La pandemia de 1918”**

museocuse

“Hierro, vapor y tragedia”.

museo CUSE

Acompaña a Irma Dugelby,
Historiadora y Directora General del Museo CUSE.

Jueves 26 de marzo, 2026
Vía Zoom | 19:00 h
ID de reunión: 815 6260 1220
https://us06web.zoom.us/j/81562601220

la ruta de lo inesperado
www.museocuse.org

COLEGIO
NACIONAL DE
ACTUARIOS, A.C.

"UNIÓN, VISIÓN Y COMPROMISO: EL FUTURO LO HACEMOS JUNTOS"