



CONAC

ACTUARIOS TRABAJANDO :
Revista Mexicana de Investigación
Actuarial Aplicada

q_x

μ_x

d_x

${}_tV_x$



A_x

l_x

\ddot{a}_x

P_x

AÑO 3 NUM. 5

JULIO 2010

ACTUARIOS TRABAJANDO: REVISTA MEXICANA DE INVESTIGACION ACTUARIAL APLICADA

COORDINADOR Y EDITOR:

Dr. Gabriel Núñez Antonio

gab.nunezantonio@gmail.com

REVISORES ASOCIADOS:

Enrique de Alba

Ma. de los Angeles Yáñez

Juan José Fernández

Luis Enrique Nieto Barajas

Jesús Alfonso Zúñiga San Martín

Jorge Rendón Elizondo

Leovigildo Leandro López García

Diego Hernández

Ricardo Nava

Sofía Romano

José Luis Salas

Oliva Sánchez

Rodica Simón

Carlos Soto

José Luis Suárez

Crisóforo Suárez Tinoco

Gabriel Núñez Antonio

CONTENIDO

<u>Carta del Editor</u>	4
<u>Cálculo del RCS del riesgo de reserva para seguros de no vida bajo solvencia II.</u> <i>José Manuel Athié Natividad.</i>	5
<u>Método bootstrap de factores estratificados.</u> <i>Masashi Kikuchi y Kenya Guillén.</i>	37
<u>Estudio de seguimiento: enfermedad renal crónica y exposición a plomo en una población mexicana. Una aplicación de los modelos de ecuaciones estructurales en salud pública.</u> <i>Aremis L. Villalobos-Hernández, María I. Hernández-Serrato, Rosalba Rojas-Martínez y Teresa Imelda Fortoul.</i>	51
<u>Reflexiones sobre la plática de demografía de la seguridad social presentada por Roberto Ham Chande y Alberto Valencia Armas.</u> <i>Masashi Kikuchi Yokoyama</i>	73

Estimados lectores:

Nuevamente es un gusto compartir con ustedes el quinto número de nuestra revista "Actuarios Trabajando: Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada". El objetivo sigue siendo contar con un medio que permita promover, ampliar y difundir el interés en las diversas áreas de desarrollo del actuario en México y en el mundo.

Este quinto número tiene la característica especial de incluir dos trabajos sobre el tema de Solvencia II. Ambos emplean y aprovechan metodologías modernas de remuestreo como lo es la técnica de *bootstrap*. Adicionalmente, en este número se incluye el mejor ensayo presentado en el Seminario de Demografía de la Seguridad Social, celebrado el pasado 7 de mayo de 2010. El autor de este ensayo fue el actuario Masashi Kikuchi con el título "[Reflexiones sobre la plática de demografía de la seguridad social presentada por Roberto Ham Chande y Alberto Valencia Armas](#)". Continuando con el perfil incluyente que caracteriza a la revista este número presenta un trabajo en el área de salud pública que emplea modelos de ecuaciones estructurales.

Continuamos exhortándolos a que nos envíen sus colaboraciones para futuros números, así como sus opiniones a los artículos ya publicados, además de sus sugerencias para mejorar la revista.

Quiero agradecer la preferencia por *Actuarios Trabajando* a todos los autores que enviaron su trabajo. A la Dra. Angeles Yañez y a Christian Martello por su apoyo y entusiasmo sin los cuales este proyecto no sería posible.

Dr. Gabriel Núñez Antonio

Editor.

Cálculo del RCS del Riesgo de Reserva para seguros de no vida bajo solvencia II

José Manuel Athié Natividad
Suscriptor de reaseguro
Swiss Re

25 Bank Street, White Plains, 10606
NY, USA
Athie87@hotmail.com
Teléfono: +1 (914) 821-7095

Resumen

Se abordan tres métodos para hacer el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia (RCS) del riesgo de reserva de no-vida bajo el marco de Solvencia II: (1) aplicación del método de *bootstrapping* a los residuales del modelo de *chain-ladder*, (2) cálculo del error cuadrático medio por el método de Thomas Mack y ajuste de una distribución *Lognormal* a la reserva y (3) modificación al primer método donde se aplica el método de *bootstrapping* a unos residuales estandarizados por varianza. Finalmente se analizan las diferencias entre los métodos y las ventajas y desventajas de estos.

Palabras clave: Solvencia II, IBNR, reserva, bootstrap, Mack

I. Introducción

En la directiva de Solvencia II europea publicada en noviembre de 2009 se indica que el régimen de supervisión debe proveer un requerimiento sensible al riesgo, basado en un cálculo prospectivo para asegurar la intervención de las autoridades

supervisoras de forma oportuna y adecuada. Dicho requerimiento recibe el nombre de Requerimiento de Capital de Solvencia (RCS en adelante).

La directiva también establece que el RCS debe reflejar un nivel de recursos propios que permita a las compañías aseguradoras y reaseguradoras el absorber pérdidas significativas y que dé seguridad razonable a los asegurados de que el pago de sus reclamaciones se podrá hacer sin problemas. Se indica también que dicho capital debe ser calculado al menos una vez al año, considerando siempre cambios en el perfil de riesgos de la aseguradora y monitoreando constantemente la situación de la compañía.

La introducción del RCS en Europa implica un cambio considerable en la forma en la que las compañías aseguradoras enfrentan las desviaciones en su siniestralidad. En México, una figura similar a la del RCS sería el Requerimiento Bruto de Solvencia con el cual se determina el Capital Mínimo de Garantía que se debe constituir de acuerdo a ciertas normas establecidas por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. Sin embargo, el RCS pretende reflejar de una forma más compleja el riesgo al que están expuestas las compañías. Aun en el modelo estándar de Solvencia II, se han hecho estudios técnicos relativamente avanzados para determinar los factores a aplicar, dependiendo de las características de la cartera de cada compañía. Además, con la posibilidad de utilizar modelos internos¹ se permite a las aseguradoras utilizar medidas de riesgo propias que se adecúen más a su perfil de riesgo y que permitan reflejar tanto los esfuerzos por

¹ Artículos 112 y 113 de la directiva de Solvencia II y artículo 237 del proyecto de la Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas (LISF) publicado por Cofemer.

disminuir los riesgos, como aquellas áreas en donde la compañía tiene mayores riesgos.

En la directiva de Solvencia II se establece que el RCS debe ser determinado como el capital económico que deben reservar las compañías de seguros y reaseguro para asegurar que la ruina ocurre con una frecuencia no mayor a una vez cada 200 años en el horizonte de un año². Es decir, el RCS debe ser el capital suficiente para que haya una probabilidad de al menos 99.5% de que la compañía pueda cumplir con sus obligaciones en los siguientes 12 meses. Dicho capital debe considerar además el posible impacto de técnicas para mitigar el riesgo por parte de las compañías y también de los efectos de la diversificación de riesgos (mediante una tabla de correlaciones).

De su definición se deriva que el RCS es una especie de valor en riesgo (VaR). Es decir, se calcula el percentil 99.5% de la distribución de la pérdida en cuestión, y se le resta la provisión reservada en el balance para obtener el RCS. De esta forma, se cubre todo el excedente del riesgo por arriba de las provisiones y hasta el 99.5% de confianza.

En el proyecto de la LISF se indica que debe calcularse un RCS al menos para cada uno de los siguientes módulos³:

- (a) Riesgo de suscripción de los seguros de vida
- (b) Riesgo de suscripción de los seguros de accidentes y enfermedades
- (c) Riesgo de suscripción de los seguros de daños

² Artículo 101 de la directiva de Solvencia II y artículo 235 del proyecto de la LISF.

³ Artículo 235 del proyecto de la LISF.

- (d) Riesgo por reafianzamiento tomado
- (e) Riesgo de mercado
- (f) Riesgo de crédito
- (g) Riesgo operativo

Además, deben calcularse los submódulos correspondientes a cada uno de los módulos anteriores. En el caso del riesgo de suscripción de daños, existen dos submódulos principales: el submódulo del riesgo de prima y el del riesgo de reserva. En este trabajo se abordan las particularidades del riesgo de reserva y el cálculo del RCS correspondiente.

II. Riesgo de reserva

En una publicación de Munich Re (2008) acerca del riesgo de suscripción de no vida en Solvencia II se detalla que “el riesgo de reserva es el riesgo de que las provisiones técnicas establecidas por las pérdidas pasadas serán insuficientes para cubrir los reclamos [...] el riesgo de reserva es sólo el riesgo de que las provisiones técnicas para reclamos existentes tengan que ser incrementadas en un periodo de doce meses”.

El riesgo de reserva proviene de la incertidumbre en cuanto a la estimación reportada en las reservas técnicas. En específico, el riesgo de reserva se refiere a la incertidumbre en las reservas de obligaciones pendientes por cumplir, especialmente en las reservas de siniestros ocurridos pero no reportados y sus distintas variantes (siniestros pendientes de valuación, SPV, y gastos de ajuste asignados al siniestro, GAAS). Para estimar el RCS correspondiente al riesgo de

reserva, se tiene que aproximar la distribución de la pérdida esperada con respecto a dicha reserva para obtener el percentil 99.5% y calcular el VaR.

Para hacer el cálculo del RCS del riesgo de reserva sería necesario aproximar la variabilidad de la reserva en el horizonte de un año y, posteriormente, ajustar o estimar una distribución para así calcular el percentil 99.5%. Como en este trabajo se abordarán métodos basados en el método de *chain-ladder*, se analizarán las peculiaridades de éste. Al calcular la reserva por dicho método, se está calculando la suma de todas las obligaciones pendientes de cumplir que se estima serán reportadas o valuadas en el futuro. La variabilidad adversa de dicha reserva en los siguientes doce meses puede venir de dos fuentes: que se observen siniestros, en el próximo año, mayores a lo estimado y/o que las condiciones (de la información) cambien de tal forma que la estimación de la reserva en un periodo futuro sea mayor. Es decir, la variabilidad de la reserva incluye posibles variaciones en cada uno de los periodos futuros considerados en la estimación de la reserva, porque cada una de las estimaciones futuras influye en el cálculo de dicha reserva. Por ello, se debe considerar la variación de la reserva hasta la fin del triángulo de desarrollo, y considerando los cambios que podrían ocurrir en el lapso de un año.

Antes de entrar en las metodologías de cálculo del RCS, es importante hacer algunas observaciones. La primera es que el RCS es el exceso del percentil 99.5% de la distribución de la reserva sobre el mejor estimador de dicha reserva. El mejor estimador, en Solvencia II, se define como el valor presente de todos los flujos futuros correspondientes a dicha reserva, con la tasa de interés libre de riesgo, más un margen de riesgo. Para ejemplificar las metodologías expuestas en

este trabajo, no se utilizará el mejor estimador, sino sólo la reserva estimada por el método de *chain-ladder*. Además, en la práctica sería conveniente aplicar factores de inflación y de descuento por interés a los valores observados en los triángulos de desarrollo. Esos aspectos no serán considerados en este trabajo, pues el objetivo es el encontrar una aproximación para la distribución de la reserva de *chain-ladder*. Sin embargo, en casi todas las metodologías que se revisarán puede incluirse la inflación y la tasa de descuento sin muchas complicaciones. Para ello sólo debe construirse el triángulo de desarrollo incremental respectivo y aplicar la inflación y/o descuento a cada monto dependiendo de su año calendario.

III. Metodologías

Como se mencionó en el primer capítulo de este trabajo, el método más conocido y más usado por las compañías aseguradoras alrededor del mundo para el cálculo de la reserva en el ramo de daños es el método de *chain-ladder*. Su popularidad deviene de su facilidad de uso y de que los resultados que arroja son generalmente buenos cuando la información tiene tendencias “normales”, es decir, que los desarrollos para cada año de ocurrencia en un determinado año de desarrollo son similares, y que en general los factores de desarrollo tienden a 1 a más años de observación. Por ello, en este trabajo se exponen algunos métodos que estudian la variabilidad y la distribución de la estimación de *chain-ladder*, para así poder calcular el RCS del riesgo de reserva.

En particular, en este trabajo se expone un método basado en una técnica estadística llamada *bootstrapping*, de la cual se dan detalles más adelante.

Posteriormente se expone un modelo propuesto por Thomas Mack (1993) para calcular el error cuadrático medio de la estimación de la reserva de *chain-ladder*, para posteriormente ajustar una distribución *Lognormal* por el método de momentos. Finalmente, se presenta una propuesta de modificación al método de *bootstrapping* expuesto que ayuda a corregir algunas fallas en los supuestos de igualdad de distribución entre los residuales.

La mayoría de los métodos existentes se enfocan en estimar la variabilidad de la predicción de la reserva. Sin embargo, para calcular el RCS del riesgo de reserva, es necesario estimar una distribución predictiva de dicha reserva. Los métodos de *bootstrap* son especialmente útiles al respecto. El método de Mack estima la variabilidad de la reserva y a partir de ahí se ajusta una distribución con los dos momentos muestrales obtenidos (reserva y varianza).

Bootstrapping

El método de *bootstrap* fue desarrollado por Bradley Efron (1979). Básicamente, el método de *bootstrap* es un método de muestreo computacionalmente intensivo con el que se busca aproximar la distribución muestral de alguna variable aleatoria que se basa en los datos observados. En su forma más básica, el método de *bootstrap* es como sigue:

Se tiene una muestra de datos x_1, x_2, \dots, x_n , donde los x_i son independientes y provienen de una distribución desconocida F , donde además se presume que dicha muestra es una representación significativa de la población de donde proviene. Se tiene además una variable aleatoria $R(X, F)$ que depende de X y de la

distribución desconocida F . Entonces se puede realizar una muestra aleatoria de tamaño n con reemplazo de la muestra de datos, $x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_n$, y a partir de esa muestra se puede calcular una observación de la variable aleatoria $R^*(X^*, \hat{F})$, donde \hat{F} es la distribución de probabilidad de la muestra, que se construyó de tipo uniforme. Finalmente, se realizan más muestras y se calculan más valores de R^* para poder estimar la distribución de $R(X, F)$. La cantidad de muestras a realizar depende de cada problema, pero se suele recomendar utilizar cuantas muestras sea capaz de realizar la computadora en la que se hace el ejercicio.

Para poder aplicar el método de *bootstrapping* correctamente, es indispensable que la variable aleatoria elegida $R(X, F)$ sea invertible, para así poder obtener el valor muestreado de la variable de interés. Como ejemplo, en England y Verrall (1999) se mencionan los residuales de devianza como posibles residuales a

utilizar para realizar el muestreo ($rD = \text{sign}(C - m) \sqrt{2 \left(C \log\left(\frac{C}{m}\right) - c + m \right)}$). Sin embargo, dicha ecuación no se puede resolver para C analíticamente, por lo que sería inadecuada para llevar a cabo el método de *bootstrapping*.

Aunque puede ahondarse más en el estudio de esta técnica, basta con esta exposición básica del método para los propósitos de este trabajo. Un estudio más detallado puede encontrarse en Efron (1979).

La utilidad de la técnica de *bootstrapping* es que permite aproximar la distribución de alguna estadística de los datos, por ejemplo la media, de una forma fácil y rápida. Además, no es necesario hacer una estimación paramétrica ni supuestos

acerca de la distribución de los datos. Sin embargo, si se rompen los supuestos de que los datos sean independientes y provengan de la misma distribución, los resultados pueden no ser buenos.

III.1 *Bootstrap* de residuales de *chain-ladder*

Una forma muy utilizada del *bootstrap* es mediante el muestreo de residuales de una regresión. En este caso, se busca aproximar la distribución de la estimación de *chain-ladder* mediante el muestreo de los residuales resultantes de dicha estimación.

El método de *bootstrap* para aproximar la distribución predictiva de la reserva ha sido abordado por muchos autores de distintas formas; Lowe (1994), England y Verral (1999), Pinheiro, et. al (2001), England y Verral (2002), Peters, et. al (2009).

Lowe (1994) presenta la forma más directa y cuya aplicación es más sencilla. Es muy ilustrativo como una primera aproximación. Se utilizará el triángulo de desarrollo de Taylor y Ashe (1983), ya que ha sido usado por diversos autores para probar los resultados de sus métodos.

Se tiene un triángulo de desarrollo con montos de siniestros incrementales:

Triángulo de montos incrementales

		Año de desarrollo									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Año de ocurrencia	0	357,848	766,940	610,542	482,940	527,326	574,398	146,342	139,950	227,229	67,948
	1	352,118	884,021	933,894	1,183,289	445,745	320,996	527,804	266,172	425,046	
	2	290,507	1,001,799	926,219	1,016,654	750,816	146,923	495,992	280,405		
	3	310,608	1,108,250	776,189	1,562,400	272,482	352,053	206,286			
	4	443,160	693,190	991,983	769,488	504,851	470,639				
	5	396,132	937,085	847,498	805,037	705,960					
	6	440,832	847,631	1,131,398	1,063,269						
	7	359,480	1,061,648	1,443,370							
	8	376,686	986,608								
	9	344,014									

Primero se deben calcular los factores de desarrollo del método de *chain-ladder* para este triángulo. Para ello, se deben acumular los montos primero:

Triángulo de montos acumulados

		Año de desarrollo									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Año de ocurrencia	0	357,848	1,124,788	1,735,330	2,218,270	2,745,596	3,319,994	3,466,336	3,606,286	3,833,515	3,901,463
	1	352,118	1,236,139	2,170,033	3,353,322	3,799,067	4,120,063	4,647,867	4,914,039	5,339,085	5,433,719
	2	290,507	1,292,306	2,218,525	3,235,179	3,985,995	4,132,918	4,628,910	4,909,315	5,285,148	5,378,826
	3	310,608	1,418,858	2,195,047	3,757,447	4,029,929	4,381,982	4,588,268	4,835,458	5,205,637	5,297,906
	4	443,160	1,136,350	2,128,333	2,897,821	3,402,672	3,873,311	4,207,459	4,434,133	4,773,589	4,858,200
	5	396,132	1,333,217	2,180,715	2,985,752	3,691,712	4,074,999	4,426,546	4,665,023	5,022,155	5,111,171
	6	440,832	1,288,463	2,419,861	3,483,130	4,088,678	4,513,179	4,902,528	5,166,649	5,562,182	5,660,771
	7	359,480	1,421,128	2,864,498	4,174,756	4,900,545	5,409,337	5,875,997	6,192,562	6,666,635	6,784,799
	8	376,686	1,363,294	2,382,128	3,471,744	4,075,313	4,498,426	4,886,502	5,149,760	5,544,000	5,642,266
	9	344,014	1,200,818	2,098,228	3,057,984	3,589,620	3,962,307	4,304,132	4,536,015	4,883,270	4,969,825
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
f_k		3.4906	1.7473	1.4574	1.1739	1.1038	1.0863	1.0539	1.0766	1.0177	

De este triángulo se obtiene la siguiente estimación de la reserva por medio de *chain-ladder*, la cual sirve de comparación para la reserva obtenida después de las simulaciones del método *bootstrap*:

R ₁	94,634
R ₂	469,511
R ₃	709,638
R ₄	984,889
R ₅	1,419,459
R ₆	2,177,641
R ₇	3,920,301
R ₈	4,278,972
R ₉	4,625,811
RT	18,680,856

El método de *chain-ladder* puede ser visto como una regresión ponderada (se analizará posteriormente en el método de Mack). Por ello, es posible considerar los residuales obtenidos a partir del ajuste realizado por dicho método. Para esto, primero se calcula un triángulo de desarrollo acumulado de datos ajustados, partiendo del último dato observado y desplazándose hacia atrás con los factores

de desarrollo. Es decir, $\tilde{X}_{i,j-1} = \frac{\tilde{X}_{ij}}{f_j}$, $i = 0, 1, \dots, n, j = 0, \dots, n - i$.

Triángulo de montos acumulados ajustado

		Año de desarrollo									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Año de ocurrencia	0	270,061	942,678	1,647,172	2,400,610	2,817,960	3,110,531	3,378,874	3,560,909	3,833,515	3,901,463
	1	376,125	1,312,904	2,294,081	3,343,423	3,924,682	4,332,157	4,705,889	4,959,416	5,339,085	
	2	372,325	1,299,641	2,270,905	3,309,647	3,885,035	4,288,393	4,658,349	4,909,315		
	3	366,724	1,280,089	2,236,741	3,259,856	3,826,587	4,223,877	4,588,268			
	4	336,287	1,173,846	2,051,100	2,989,300	3,508,995	3,873,311				
	5	353,798	1,234,970	2,157,903	3,144,956	3,691,712					
	6	391,842	1,367,765	2,389,941	3,483,130						
	7	469,648	1,639,355	2,864,498							
	8	390,561	1,363,294								
	9	344,014									

Donde, por ejemplo, el monto 3,378,874 correspondiente al año de ocurrencia 0 y al año de desarrollo 6, se obtiene al dividir el monto inmediato posterior 3,560,090

entre el factor de desarrollo correspondiente 1.0539. Los valores del último año de desarrollo para cada fila corresponden a los valores observados de reclamaciones últimas.

Una vez obtenido el triángulo de montos acumulado ajustado, se debe obtener el triángulo de montos incremental ajustado. De esta forma pueden obtenerse los residuales brutos con respecto al triángulo de montos incrementales observado.

		Triángulo de montos incrementales ajustado									
		Año de desarrollo									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Año de ocurrencia	0	270,061	672,617	704,494	753,438	417,350	292,571	268,344	182,035	272,606	67,948
	1	376,125	936,779	981,176	1,049,342	581,260	407,474	373,732	253,527	379,669	
	2	372,325	927,316	971,264	1,038,741	575,388	403,358	369,957	250,966		
	3	366,724	913,365	956,652	1,023,114	566,731	397,290	364,391			
	4	336,287	837,559	877,254	938,200	519,695	364,316				
	5	353,798	881,172	922,933	987,053	546,756					
	6	391,842	975,923	1,022,175	1,093,189						
	7	469,648	1,169,707	1,225,143							
	8	390,561	972,733								
	9	344,014									

Los residuales brutos se obtienen como la resta del incremental observado menos el ajustado. Es decir, $Res_{ij} = Z_{ij} - \hat{Z}_{ij}$, donde \hat{Z}_{ij} es el monto incremental ajustado como se mostró anteriormente.

		Residuales brutos (observado - ajustado)									
		Año de desarrollo									
Año de ocurrencia		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	87,787	94,323	-93,952	-270,498	109,976	281,827	-122,002	-42,085	-45,377	0
	1	-24,007	-52,758	-47,282	133,947	-135,515	-86,478	154,072	12,645	45,377	
	2	-81,818	74,483	-45,045	-22,087	175,428	-256,435	126,035	29,439		
	3	-56,116	194,885	-180,463	539,286	-294,249	-45,237	-158,105			
	4	106,873	-144,369	114,729	-168,712	-14,844	106,323				
	5	42,334	55,913	-75,435	-182,016	159,204					
	6	48,990	-128,292	109,223	-29,920						
	7	-110,168	-108,059	218,227							
	8	-13,875	13,875								
9	0										

Es importante observar dos aspectos de los residuales obtenidos:

- 1) Siempre se obtienen ceros en las esquinas, es decir, en el último año de desarrollo y en el último año de ocurrencia. Esto debido a que no hay estimación para esos años, el observado es siempre igual al ajustado.
- 2) La media de los residuales obtenidos es 0, pero su magnitud y variabilidad cambia, especialmente por año de desarrollo.

Las anteriores consideraciones servirán para justificar las modificaciones a hacer al método original.

Siguiendo con el método propuesto por Lowe, se hace el supuesto de que los residuales provienen todos de la misma distribución y son independientes (supuesto que, como se expondrá más adelante, no siempre se cumple). Asumiendo esto, puede aplicarse el método de *bootstrap* para obtener pseudo residuales, posteriormente pseudo triángulo y finalmente pseudo reservas. De esta forma puede aproximarse la distribución predictiva de la reserva calculada por *chain-ladder*.

El muestreo de residuales debe hacerse cuantas veces permita la capacidad de la computadora utilizada. Aquí se muestra el proceso de un muestreo.

Primero se toma una muestra con reemplazo de los residuales obtenidos en el paso anterior. Se deben tomar tantos residuales como sea necesario para rellenar el triángulo del mismo tamaño al que se ha usado. En una hoja de cálculo, esto puede realizarse mediante número aleatorios y la función *buscarv*. El programa estadístico *R* tiene integrada una función de muestreo llamada *sample*, que se puede usar sencilla y directamente.

		Muestra de residuales									
		Año de desarrollo									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Año de ocurrencia	0	-110,168	-22,087	-86,478	133,947	-144,369	0	539,286	13,875	-158,105	109,976
	1	106,323	106,323	114,729	0	-93,952	-52,758	281,827	194,885	45,377	
	2	114,729	175,428	-22,087	194,885	-47,282	-135,515	-14,844	-14,844		
	3	-24,007	29,439	-56,116	133,947	55,913	74,483	-42,085			
	4	109,223	-144,369	106,873	-168,712	45,377	45,377				
	5	-180,463	94,323	-294,249	-180,463	-45,237					
	6	-180,463	194,885	175,428	12,645						
	7	-144,369	114,729	-135,515							
	8	-122,002	29,439								
	9	94,323									

Una vez que se tiene una muestra de los residuales, se agrega cada uno de estos al triángulo de montos incrementales ajustado que se tenía anteriormente. Con esto se crea un pseudo triángulo de montos incrementales, con valores $Z^*_{ij} = Res^*_{ij} + \tilde{Z}_{ij}$, donde Res^*_{ij} es el residual muestreado.

Pseudo triángulo de montos incrementales

		Año de desarrollo									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Año de ocurrencia	0	159,894	650,529	618,016	887,385	272,981	292,571	807,629	195,909	114,501	177,924
	1	482,448	1,043,102	1,095,906	1,049,342	487,308	354,716	655,560	448,412	425,046	
	2	487,055	1,102,744	949,177	1,233,626	528,105	267,843	355,113	236,122		
	3	342,717	942,805	900,536	1,157,061	622,645	471,773	322,306			
	4	445,510	693,190	984,127	769,488	565,072	409,693				
	5	173,335	975,495	628,684	806,589	501,519					
	6	211,378	1,170,808	1,197,604	1,105,835						
	7	325,278	1,284,436	1,089,629							
	8	268,559	1,002,173								
	9	438,337									

Una vez obtenido el pseudo triángulo de montos incrementales, este se acumula. Posteriormente, se calculan los pseudo factores de desarrollo de dicho triángulo y se completa la parte de abajo del cuadrado.

Pseudo triángulo de montos acumulados

		Año de desarrollo									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Año de ocurrencia	0	159,894	810,423	1,428,439	2,315,824	2,588,805	2,881,375	3,689,005	3,884,914	3,999,415	4,177,339
	1	482,448	1,525,550	2,621,455	3,670,797	4,158,105	4,512,821	5,168,381	5,616,793	6,041,839	6,310,625
	2	487,055	1,589,799	2,538,976	3,772,602	4,300,707	4,568,551	4,923,664	5,159,785	5,452,779	5,695,360
	3	342,717	1,285,521	2,186,058	3,343,119	3,965,764	4,437,537	4,759,843	5,063,940	5,351,491	5,589,566
	4	445,510	1,138,700	2,122,826	2,892,314	3,457,386	3,867,079	4,371,821	4,651,128	4,915,238	5,133,905
	5	173,335	1,148,830	1,777,514	2,584,103	3,085,622	3,385,752	3,827,669	4,072,211	4,303,448	4,494,898
	6	211,378	1,382,187	2,579,790	3,685,625	4,276,323	4,692,268	5,304,715	5,643,622	5,964,091	6,229,418
	7	325,278	1,609,715	2,699,343	3,939,625	4,571,032	5,015,642	5,670,297	6,032,561	6,375,115	6,658,728
	8	268,559	1,270,732	2,174,800	3,174,068	3,682,778	4,040,991	4,568,431	4,860,299	5,136,287	5,364,788
	9	438,337	1,780,102	3,046,564	4,446,386	5,159,011	5,660,813	6,399,677	6,808,540	7,195,157	7,515,251
f^*_k			1	2	3	4	5	6	7	8	9
			4.0610	1.7115	1.4595	1.1603	1.0973	1.1305	1.0639	1.0568	1.0445

Finalmente, se obtiene la pseudo reserva resultante del muestreo de residuales. Siguiendo el método de Lowe, dicha reserva debe calcularse como la resta entre el último monto acumulado en el pseudo triángulo menos el último monto acumulado observado en el triángulo original. Es decir, $R^*_i = X^*_{in} - X_{i,n-i}$, donde

X^*_{in} es el pseudo monto acumulado del último año de desarrollo. La pseudo

reserva total es, entonces, la suma de dichas pseudo reservas.

$$RT^* = \sum_{i=1}^n R^*_i$$

R^*_1	971,540
R^*_2	786,045
R^*_3	1,001,298
R^*_4	1,260,594
R^*_5	803,186
R^*_6	2,746,288
R^*_7	3,794,230
R^*_8	4,001,494
R^*_9	7,171,237
RT^*	22,535,910

Este proceso se realiza un gran número de veces para obtener así una muestra grande de pseudo reservas que aproximen la distribución de la reserva por el método de *chain-ladder*.

Para el anterior triángulo se realizaron 40,000 simulaciones y se obtuvieron los siguientes resultados:

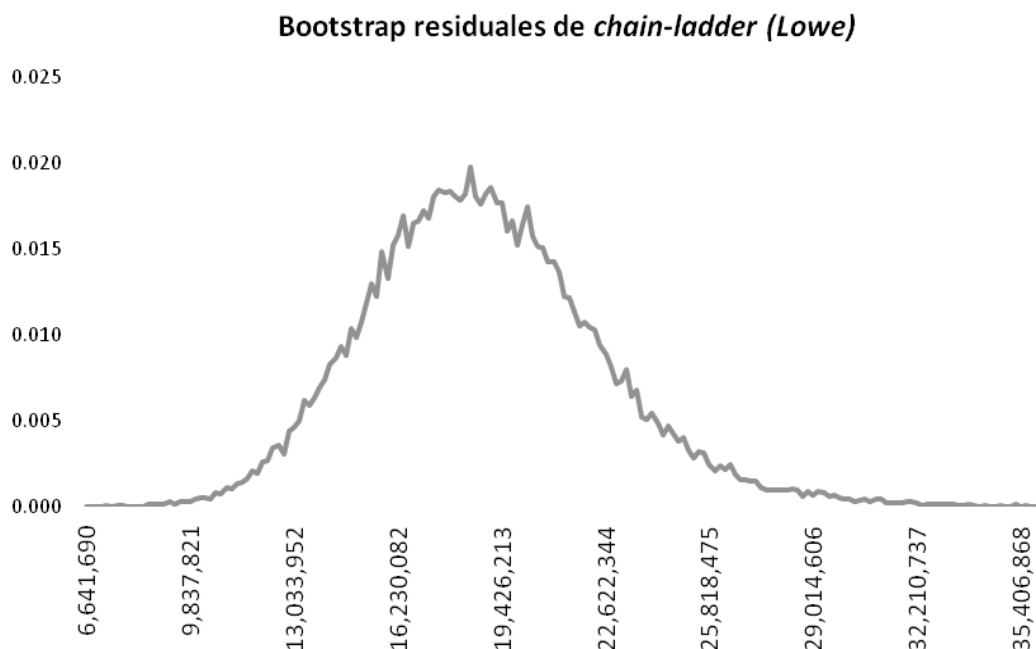
Reserva CL	Media
18,680,856	18,819,862

Desv. Est.	Perc. 99.5%
3,646,016	30,593,264

RCS	% sobre reserva CL
11,912,409	63.77%

Sesgo: 0.744%

*El RCS se calculó como la diferencia entre el percentil 99.5% de las simulaciones y la reserva estimada por *chain-ladder*.



Se puede observar en la gráfica de la distribución de la reserva obtenida por este método que ésta es casi simétrica. Sin embargo, puede observarse una concentración alrededor de la media de 18,819,862 y unos pocos datos muy grandes que hacen que el percentil 99.5% sea 63.77% más grande que la reserva estimada por *chain-ladder*.

Aunque el método propuesto por Lowe es sencillo de aplicar y tiene un razonamiento básico, los supuestos que utiliza casi nunca son correctos. En específico, el supuesto de que todos los residuales son independientes e idénticamente distribuidos se cumple en muy pocos casos. Además, debe considerarse el hecho de que los residuales de las esquinas siempre son cero, independientemente del triángulo de desarrollo que se use. Por ello, es prudente no incluirlos en la muestra aleatoria, pues pueden considerarse como valores fijos.

III.2. Método de Thomas Mack

Thomas Mack (1993) desarrolló una fórmula para hacer el cálculo del error estándar de la estimación de la reserva por el método de *chain-ladder*. En Mack (1994) se utiliza dicha estimación del error para hacer el cálculo de intervalos de confianza, mediante el uso de una distribución lognormal. La metodología propuesta por Mack es ampliamente conocida en el medio actuarial, pues analiza la variabilidad del método de *chain-ladder* sin hacer supuestos acerca de ninguna distribución (salvo para hacer el cálculo de los intervalos de confianza).

El método de Mack parte de un análisis exhaustivo del método de *chain-ladder*. Algunos de los puntos más importantes de dicho análisis son los siguientes:

- 1) Los factores de desarrollo son promedios ponderados de los factores de desarrollo por cada año:

$$f_j = \sum_{i=0}^{n-j} \frac{X_{i,j-1}}{\sum_{i=0}^{n-j} X_{i,j-1}} * \frac{X_{ij}}{X_{i,j-1}} = \sum_{i=0}^{n-j} \frac{X_{i,j-1}}{\sum_{i=0}^{n-j} X_{i,j-1}} * f_{i,j}; \quad j = 1, \dots, n$$

- 2) $E[X_{i,j} | X_{i,j-1}, \dots, X_{i0}] = X_{i,j-1} * f_j, i = 0, \dots, n, j = 1, \dots, n$, es decir, el valor esperado de los montos acumulados depende únicamente del factor de desarrollo de su columna y del monto acumulado inmediatamente anterior.
- 3) Utilizando esperanzas condicionales, del supuesto anterior se obtiene que

$E \left[\frac{X_{ij}}{X_{i,j-1}} \right] = f_j$. Esto implica que cada factor de desarrollo individual es un estimador insesgado del factor de desarrollo por columna. Además, esto implica que los factores de desarrollo subsecuentes son independientes. Es

decir, si un factor de desarrollo es muy grande o muy pequeño, el valor del siguiente factor de desarrollo no se ve afectado por esto.

- 4) Se demuestra que la estimación de los factores de desarrollo por *chain-ladder* es de mínima varianza. Entonces, la varianza de dichos factores debe ser inversamente proporcional a los pesos de la estimación

ponderada. Es decir,
$$\text{Var}\left(\frac{X_{ij}}{X_{i,j-1}} \middle| X_{i0}, \dots, X_{i,j-1}\right) = \frac{\alpha_j^2}{X_{i,j-1}}$$
 Despejando la constante de la varianza
$$\text{Var}(X_{ij} | X_{i0}, \dots, X_{i,j-1}) = X_{i,j-1} * \alpha_j^2$$
.

Utilizando lo anterior, se puede llegar a una ecuación para aproximar la variabilidad de las reservas estimadas por *chain-ladder*.

Como medida de variabilidad, Mack utiliza el error cuadrático medio. Se define $ECM(X_{in}) = E[(X_{in} - \widehat{X}_{in})^2 | D]$, donde D es el conjunto de montos observados hasta el momento del cálculo. Posteriormente demuestra que:

$$ECM(X_{in}) = X_{in}^2 \sum_{j=n-i}^{n-1} \frac{\alpha_j^2}{f_{j+1}^2} \left(\frac{1}{X_{ij}} + \frac{1}{\sum_{k=0}^{n-j-1} X_{kj}} \right), i = 1, \dots, n$$

donde
$$\alpha_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} X_{ij} \left(\frac{X_{i,j+1}}{X_{ij}} - f_{j+1} \right)^2, j = 0, \dots, n-2$$
 . Para estimar α_{n-1}^2 ,

se propone que sea igual a cero si el último factor de desarrollo es muy cercano a uno. En otro caso, propone extrapolarlo de la siguiente manera:

$$\alpha_{n-1}^2 = \min\left(\frac{\alpha_{n-2}^4}{\alpha_{n-3}^2}, \min(\alpha_{n-2}^2, \alpha_{n-3}^2)\right)$$

La anterior fórmula sirve también para el cálculo del error de las reservas por año de ocurrencia. Se tiene que $R_i = X_{in} - X_{i,n-i}$ y $\widetilde{R}_i = \widetilde{X}_{in} - X_{i,n-i}$. Entonces, $R_i - \widetilde{R}_i = X_{in} - \widetilde{X}_{in}$, por lo que $ECM(X_{in}) = ECM(R_i)$.

Para obtener el error cuadrático medio de la reserva total se deben considerar las correlaciones entre las reservas por cada año de ocurrencia. Mack demuestra que el error cuadrático medio de la reserva total se puede calcular como

$$ECM(R_T) = \sum_{i=1}^n \left\{ ECM(R_i) + X_{in} \left(\sum_{k=i+1}^n X_{kn} \right) \sum_{j=n-i}^{n-1} \frac{2^{\alpha_j} / f_{j+1}^2}{\sum_{k=0}^{n-j-1} X_{kj}} \right\}.$$

La demostración detallada de las fórmulas anteriores se encuentra en Mack (1993).

Para hacer el cálculo de los intervalos de confianza, Mack señala que se puede aproximar la distribución de las reservas mediante una distribución *Lognormal*. Una distribución normal no sería conveniente, pues el límite inferior del intervalo de confianza puede resultar negativo, especialmente si el error de la reserva es lo suficientemente grande. Sugiere una distribución *Lognormal* porque la distribución de las reservas suele ser sesgada hacia la derecha, además de que las reservas no pueden ser negativas.

Para el caso del RCS, se tiene que calcular el percentil 99.5% de la distribución de la reserva. Para obtener los parámetros de la distribución *Lognormal* correspondiente, se utiliza el método de momentos ya que se cuenta con la media de la reserva (R_T) y la varianza de dicha reserva ($ECM(R_T)$).

$$e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} = R_T$$

$$e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) = ECM(R_T)$$

Despejando se obtienen los siguientes estimadores para los parámetros:

$$\hat{\mu} = \ln(R_T) - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \ln\left(1 + \frac{ECM(R_T)}{R_T^2}\right)$$

El percentil 99.5% de la reserva se calcula de la siguiente forma:

$$x_{99.5\%} = e^{\hat{\mu} + z_{99.5\%} \cdot \hat{\sigma}}$$

Aquí $Z_{99.5\%} = 2.576$, y representa el percentil 99.5% de la distribución normal estándar.

Finalmente, el requerimiento de capital de solvencia se calcula como

$$RCS = x_{99.5\%} - R_T.$$

Se aplicaron las fórmulas propuestas por Mack al triángulo de desarrollo de Taylor y Ashe (1983). Los errores cuadráticos medios por año de ocurrencia y total fueron los siguientes:

ECM(R ₁)	5,705,542,382
ECM(R ₂)	14,810,539,907
ECM(R ₃)	17,835,296,141
ECM(R ₄)	68,333,331,758
ECM(R ₅)	168,928,976,684
ECM(R ₆)	311,717,714,006
ECM(R ₇)	766,198,253,109
ECM(R ₈)	943,341,726,629
ECM(R ₉)	1,858,191,313,380

ECM(R _T)	5,988,273,257,923
----------------------	--------------------------

Utilizando el error cuadrático medio de la reserva total y el valor de la reserva obtenido por el método de *chain-ladder*, se pueden estimar los parámetros de la distribución *Lognormal* correspondiente. Los valores estimados de los parámetros son los siguientes:

$\sigma^2 =$	0.0170
$\mu =$	16.7345

Una vez obtenidos los parámetros de la distribución *Lognormal*, se puede calcular el percentil 99.5% de la reserva de *chain-ladder*. Posteriormente se puede calcular el RCS correspondiente al riesgo de reserva. Los resultados finales obtenidos fueron los siguientes:

Reserva CL	Media
18,680,856	18,680,856

Desv. Est.	Perc. 99.5%
2,447,095	25,919,050

RCS	% sobre reserva CL
7,238,195	38.75%

El RCS calculado por el método de Mack para el triángulo ejemplo resultó ser mayor a los resultantes de los métodos de *bootstrap* corregidos. Sin embargo, es menor que el que resultó del método de *bootstrap* de residuales de Lowe.

III.3 Alternativas al método de Lowe: *bootstrap de residuales estandarizados*

Para corregir la no igualdad de distribución de residuales en el método de Lowe, debe buscarse una forma de escalar los residuales de tal forma que puedan considerarse como independientes e idénticamente distribuidos. England y Verrall (1999) propusieron un ajuste basado en una distribución Poisson dispersa. Señalan que los datos incrementales se ajustan bien a una distribución Poisson dispersa, que es aquella distribución con media $E(Z) = \hat{Z}$ y varianza $Var(Z) = \phi \hat{Z}$, donde ϕ es la constante de dispersión. La media de dicha distribución sería igual al monto incremental ajustado del triángulo de desarrollo. Para escalar los residuales proponen utilizar los residuales de Pearson, pero sin considerar la constante de dispersión de la Poisson dispersa. Es decir, el residual tendría la

forma $r_p = \frac{Z - \hat{Z}}{\sqrt{\hat{Z}}}$. Luego, al hacer la muestra de *bootstrap* se despeja Z (pseudobservado) de dicha ecuación.

El residual de Pearson mencionado anteriormente corrige en cierta forma la no igualdad de distribución entre los residuales muestreados. Sin embargo, queda aún el problema de que se está asumiendo un modelo para los datos y no se está considerando parte de la varianza al hacer el escalamiento. En una revisión del documento de England y Verrall (2002) se propone una aproximación a la constante de dispersión, que se utiliza en un paso final para realizar una simulación y obtener la distribución predictiva de la reserva. Proponen un proceso de dos etapas. Primero, se calculan los residuales de Pearson no escalados como el mencionado anteriormente. Con dichos residuales se siguen los mismos pasos

que en el método de *bootstrapping* propuesto por Lowe. Finalmente, se aproxima

la constante de dispersión como $\phi = \frac{\sum r_p^2}{n-p}$, donde n es el número de datos en la muestra y p es el número de parámetros estimados. Con dicha constante, se realiza una simulación de la Poisson dispersa con media igual a los pseudo montos incrementales futuros estimados por medio de *chain-ladder*. Finalmente se calcula una pseudo reserva y se repite esto cuantas veces sea requerido.

El anterior método presenta una peculiaridad. Con herramientas de cómputo básicas, no es fácil simular una distribución Poisson dispersa. England y Verrall proponen simular observaciones de una distribución Poisson con media $\frac{\hat{z}}{\hat{\phi}}$ y posteriormente multiplicar por $\hat{\phi}$. Sin embargo, para $\hat{\phi}$ grandes o no enteros, se pueden obtener resultados no deseados (porque siempre serán múltiplos de dicho valor). También se propone aproximar la Poisson dispersa mediante una Binomial negativa o una Gamma, pero esto puede alterar la forma de la distribución predictiva, aunque los dos primeros momentos se mantengan iguales.

Peters, et. al (2009) presentan una versión distinta de los residuales a muestrear.

Definen los residuales como $r_{ij} = \frac{X_{ij} - f_j X_{i,j-1}}{\hat{\sigma}_{j-1} \sqrt{X_{i,j-1}}}$ donde f_j es el factor de *chain-*

ladder y $\hat{\sigma}_{j-1}^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} X_{ij} \left(\frac{X_{i,j+1}}{X_{ij}} - f_{j+1} \right)^2$; $0 \leq j < n-1$;

$\hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left\{ \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \hat{\sigma}_{n-2}^2, \hat{\sigma}_{n-3}^2 \right\}$ es un factor de la varianza de $X_{i,j+1}$ bajo el modelo de *chain-ladder*. A diferencia de los métodos anteriores, este método se

basa en los residuales de los montos acumulados. La principal desventaja de esta aproximación es que no se pueden calcular residuales para los montos del primer año de desarrollo.

Los métodos de escalamiento anteriormente mencionados tienen ciertas desventajas que hacen que no sean de fácil aplicación en general. El modelo de *chain-ladder* se puede ver como una regresión lineal ponderada como lo demuestra Mack (1993). El modelo en general supone un comportamiento similar para cada año de desarrollo para los distintos años de ocurrencia en el triángulo de desarrollo. Entonces, es de esperarse que los residuales correspondientes a cada año de desarrollo tengan un comportamiento similar entre ellos y diferente al de los demás residuales.

El método de *bootstrapping* propuesto por Lowe (1994) tiene la desventaja, como se mencionaba, de que no se cumple generalmente el supuesto de que los residuales siguen la misma distribución. Tomando en cuenta lo anteriormente expuesto, podrían usarse unos residuales estandarizados por una medida de su varianza para que el muestreo de *bootstrap* esté mejor justificado.

Una medida de estandarización puede ser la desviación estándar por cada año de desarrollo. De este modo se obtienen residuales más parecidos a un ruido blanco. Se puede estimar la desviación estándar de la siguiente forma:

$$SS_{Res_j} = \sum_{i=0}^{n-j} Res_{ij}^2$$

$$MS_{Res_j} = \frac{SS_{Res_j}}{n - j - 1}$$

$$\sigma_j = \sqrt{MS_{Res_j}}$$

Entonces los residuales escalados se obtendrían de la siguiente manera:

$$e_{ij} = \frac{Z_{ij} - \tilde{Z}_{ij}}{\sigma_j}$$

Siguiendo el método de Lowe (1994), una vez obtenido el triángulo de residuales, se deben ajustar por la varianza por columna. Posteriormente se hace el muestreo para obtener un pseudo triángulo de residuales estandarizados. Después se deben corregir dichos residuales para regresar el nivel de varianza que se extrajo por columna:

$$Res_{ij}^* = e_{ij} \cdot \sigma_j + \tilde{Z}_{ij}$$

Una vez reescalados los residuales, se pueden seguir todos los pasos del método de Lowe para obtener una aproximación de la distribución de la reserva.

Un ajuste extra que se puede hacer al momento de muestrear es excluir los residuales de las esquinas que siempre resultan ser cero. De esta forma se eliminan valores que de antemano se sabe qué valor tendrán.

Utilizando el mismo triángulo que en el análisis anterior, se hicieron 40,000 muestreos de tipo *bootstrap* y se obtuvieron los siguientes resultados:

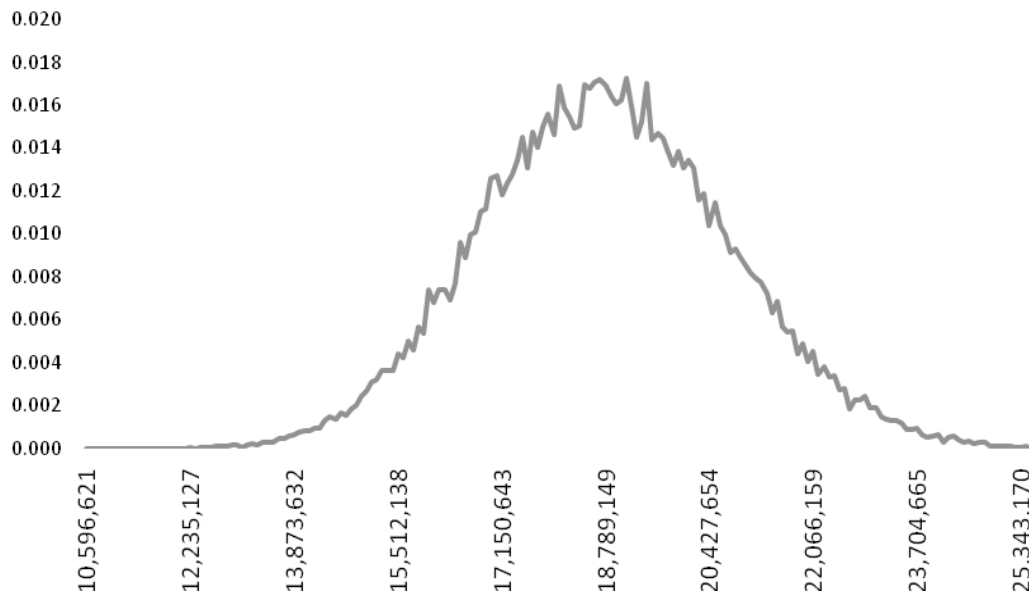
Reserva CL	Media
18,680,856	18,739,452

Desv. Est.	Perc. 99.5%
1,970,287	23,961,540

RCS	% sobre reserva CL
5,280,684	28.27%

Sesgo: 0.314%

Bootstrap residuales de *chain-ladder* (Estandarizado)



Como era de esperarse, la variabilidad del resultado de las simulaciones sobre los residuales estandarizados es significativamente menor a la obtenida con los residuales directos. La desviación estándar se reduce en casi 46% y el RCS se reduce en un 55%. Además, el sesgo entre la media obtenida con las simulaciones y la reserva calculada por el método de *chain-ladder* se reduce a menos de la mitad. Por último, la distribución de la reserva es más simétrica con la simulación de residuales estandarizados.

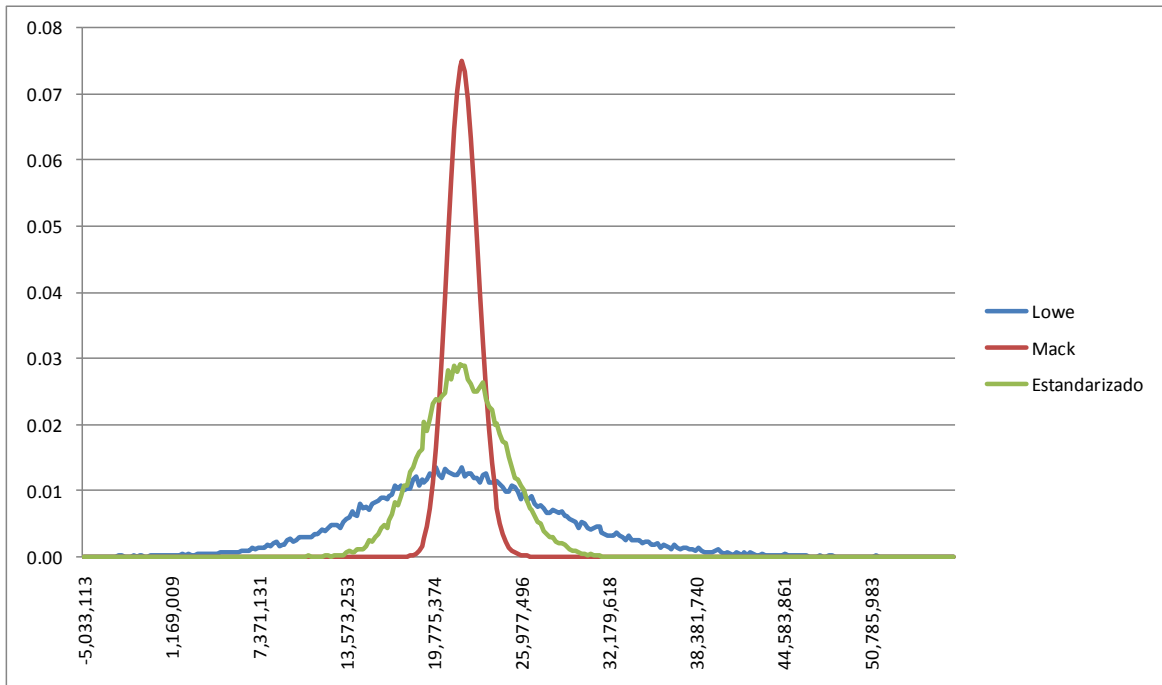
A pesar de que esta estandarización corrige en cierta forma la heterocedasticidad entre los años de desarrollo, sería conveniente introducir alguna corrección por la

media del monto incremental en cada punto del triángulo de desarrollo, como se menciona en England y Verrall (1999). Sin embargo, esta estandarización es útil como una aproximación sencilla y fácil de aplicar. Además, este método puede utilizarse aún cuando haya muchos decrecimientos en el triángulo de desarrollo, o cuando algunos de los valores en éste sean cero. Sin embargo, es importante verificar que es correcto utilizar el método de *chain-ladder* antes de aplicar este o cualquier modelo de los aquí expuestos, sino los resultados obtenidos no serán óptimos.

IV. Comparación de los métodos

Con el fin de comparar los tres métodos expuestos anteriormente, se utilizó un triángulo de desarrollo de siniestros pagados del ramo de automóviles, con datos reales pero re-escalados. Los triángulos de desarrollo del ramo de automóviles cuentan con una gran cantidad de datos, por lo que los resultados obtenidos son más consistentes:

Método	Reserva CL	Media	Sesgo	Desv. Est.	Perc. 99.5%	RCS	% sobre res. CL
Lowe	21,795,531	21,815,910	0.094%	7,078,986	42,210,457	20,414,926	93.7%
Mack	21,795,531	21,795,531	0.000%	1,100,852	24,790,203	2,994,672	13.7%
Estandarizado	21,795,531	21,784,369	0.051%	2,919,082	29,382,914	7,587,383	34.8%



V. Conclusiones

El modelo de *chain-ladder* es un modelo de sencilla aplicación y arroja resultados buenos, siempre y cuando se cumplan los supuestos detrás de este (desarrollo homogéneo de los siniestros por cada año de ocurrencia). Los métodos analizados para aproximar la distribución de la reserva estimada por *chain-ladder* serán igualmente buenos o pobres dependiendo de la calidad de los datos utilizados, y del cumplimiento o no de los supuestos detrás de dichos modelos.

Los métodos basados en *bootstrapping* aquí expuestos tienen la ventaja de ser más flexibles y de tener una aproximación no paramétrica a la distribución de la reserva. Sin embargo, si existe demasiada variabilidad en los datos utilizados, o si hay valores atípicos en estos, los resultados pueden no ser óptimos. Sobre todo,

es de suma importancia que haya una cantidad suficiente de datos para permitir un funcionamiento “suave” de estos métodos. El método estandarizado tiene la ventaja sobre el expuesto por Lowe de corregir la heterocedasticidad entre los residuales. De esta forma se asegura que se cumplan de mejor forma los supuestos del método de *bootstrap*, y así se aseguran resultados más confiables.

El método de Thomas Mack tiene la ventaja de estimar la variabilidad de la reserva de *chain-ladder* de forma exacta. Sin embargo, tiene la desventaja de asumir una distribución *Lognormal* para la reserva. Aunque se ha comprobado empíricamente que la reserva sigue un comportamiento similar al Lognormal, cuando existen reservas negativas (lo cual sucede en la realidad) este método no puede ser utilizado.

VI. Bibliografía

1. Booth, P., Chadburn, R., Cooper, D., Haberman, S. y James, D. (1999). *Modern Actuarial Theory and Practice*. Boca Raton, FL, USA: Chapman and Hall.
2. Brown, R. L. (1993). *Introduction to Rate Making and Loss Reserving for Property and Casualty Insurance*. Winsted, CT, USA: ACTEX Publications.
3. De Alba, E. (2006). Claims Reserving When There Are Negative Values in the Runoff Triangle: Bayesian Analysis Using the Three-Parameter Log-Normal Distribution. *North American Actuarial Journal*, Volume 10, Number 3 , 45-59.

4. De Alba, E., y Bonilla, R. (2002). Un modelo para el tratamiento de valores negativos en el triángulo de desarrollo utilizado en la estimación de reservas para SONR. *27th International Congress of Actuaries*, (pp. 1-17). Cancún.
5. Efron, B. (1979). Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *The Annals of Statistics, Volume 7, Number 1* , 1-26.
6. England, P. y Verrall, R. (1999). Analytic and Bootstrap Estimates of Prediction Errors in Claims Reserving. *Insurance: Mathematics and Economics, Volume 25, Issue 3* , 281-293.
7. England, P. y Verrall, R. (2002). Stochastic Claims Reserving in General Insurance. *British Actuarial Journal, Volume 8, Number 3* , 443-518.
8. Lowe, J. (1994). A Practical Guide to Measuring Reserve Variability Using: Bootstrapping, Operational Time, and a Distribution-Free Approach. *General Insurance Convention*. Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries.
9. Mack, T. (1993). Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates. *ASTIN Bulletin, Volume 23, Number 2* , 213-225.
10. Mack, T. (1994). Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates. *Casualty Actuarial Society Forum, Spring, Volume 2* , 101-182.
11. Munich Re. (2008). *Solvency II for Property and Casualty Insurers: Technical Provisions and Capital Requirements for the Underwriting Risk*. München, Germany: Munich Re Group.

12. Peters, G., Wütrich, M. y Shevchenko, P. (2009). Chain Ladder Method: Bayesian Bootstrap versus Classical Bootstrap.
13. Pinheiro, P., Andrade e Silva, J. y Centeno, M. D. (2001). *Bootstrap Methodology in Claim Reserving*. Washington: ASTIN Coloquium International Actuarial Association.
14. Taylor, G., & Ashe, F. (1983). Second moments of estimates of outstanding claims. *Journal of Econometrics*, Number 23 , 37-61.
15. Verdonck, T., Van Wouwe, M. y Dhaene, J. (2009). A Robustification of the Chain-Ladder Method. *North American Actuarial Journal*, Volume 13, Number 2 , 280-298.

Método bootstrap de factores estratificados

Masashi Kikuchi, Kenya Guillén

Reaseguradora Patria, S.A.B., Periférico Sur 2771 C.P. 10200,
mkikuchi@patriare.com.mx, Tel: 5595 5383

AMIS, Francisco I. Madero #21 Col. Tlacopac C.P. 04310, kquillen@amis.com.mx,
Tel: 54.800.686

Resumen

Para efectos de calcular el capital de solvencia necesario para cubrir la variabilidad que pudiera presentarse en las reservas de siniestros y los gastos asociados (gastos de ajuste) desde hace algunos años los actuarios han recurrido a diversos métodos paramétricos y no paramétricos. En este artículo se presenta una variante del método Bootstrap (no paramétrico) estratificando la variabilidad de los factores por año de desarrollo.

I. Introducción

Bajo Solvencia II se establece el cálculo de requerimientos de capital acordes al apetito de riesgo de cada compañía de seguros. Este cálculo deberá contemplar los Riesgos de Suscripción (Vida y No Vida), Riesgo de Mercado, Riesgo de Crédito (Contraparte) y Riesgo Operativo.

Dentro de los riesgos de Suscripción de No Vida se encuentran el “Riesgo de Prima” que mide una posible insuficiencia en la prima de riesgo en relación a los riesgos vigentes, mientras que el “Riesgo de Reserva” mide

una posible insuficiencia debida a desviaciones en el patrón de desarrollo de siniestros ocurridos y de los costos asociados, por lo cual es un indicador de la volatilidad de las reservas de siniestros ocurridos no reportados (SONR), gastos de ajuste asignados al siniestro (GAAS) y siniestros pendientes de valorar (SPV); por último está el "Riesgo Catastrófico" que mide la exposición de la Compañía a la acumulación de riesgos asegurados que puedan afectarse por un mismo evento extremo.

Este trabajo se centra en el Riesgo de Reserva y propone una variante del método Bootstrap, al cual nos referiremos como *Método de Factores* que se podrá utilizar para el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia del Riesgo de Reserva.

II. Metodologías para medir el riesgo de reserva

Dentro de las metodologías más usadas para estimar el riesgo de reserva se encuentran el Bootstrap, Thomas Mack, Bornheutter-Ferguson, Cape Cod, Separation, entre otros. La mayoría de los métodos establecen la medida central a través del método chain ladder e inducen la variabilidad con base en el comportamiento del triángulo.

El método de Bootstrap es un procedimiento de re-muestreo que genera un número elevado de muestras como base para poder aproximar el sesgo o la varianza de un estadístico, así como para construir intervalos de confianza y realizar contrastes de hipótesis sobre parámetros de interés.

La calidad de la información es fundamental para el cálculo del riesgo de reserva, actualmente en el sector asegurador mexicano los triángulos de desarrollo presentan varios comportamientos atípicos debidos, al parecer y fundamentalmente, a tres razones: (1) al criterio de agrupación de siniestros en un ramo (por ejemplo varios de los siniestros de la inundación de Tabasco en 2007 fueron incluidos dentro del ramo de incendio, cuando se trata de un siniestro más bien de naturaleza catastrófica cuyo patrón de desarrollo es distinto); (2) al registro de recuperaciones de reaseguro o salvamentos y recuperaciones de terceros con base en la fecha contable; y (3) al desarrollo irregular de los siniestros en litigio, lo que ocasiona distorsiones en el comportamiento del desarrollo de siniestros como siniestros negativos y otros fenómenos que se traducen en un aumento de la variabilidad en los años de desarrollo.

II. 1 Método Bootstrap

Para obtener los estadísticos necesarios para el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia para el riesgo de reserva se parte de un triángulo de montos acumulado.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	62,576	104,282	110,475	113,438	114,085
	2	57,403	92,950	99,014	101,328	
	3	63,851	105,614	115,696		
	4	82,074	943,466			
	5	102,574				

Teniendo el triángulo de montos acumulado se obtienen los factores de desarrollo por el método de chain ladder con la siguiente fórmula:

$$f_k = \frac{\sum_{i=1}^{I-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=1}^{I-k} C_{i,k}}$$

Donde $C_{i,k+1}$ es el monto acumulado de siniestros con origen en i y desarrollo en k

Factores de desarrollo				
1	2	3	4	5
4.6871	1.0738	1.0252	1.0057	

Con los factores de desarrollo se origina un triángulo acumulado ajustado a partir del original, es decir, se dividen los montos del triángulo original por los factores de desarrollo, empezando por el último monto y terminando con los montos iniciales.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	21,986	103,050	110,651	113,438	114,085
	2	19,639	92,048	98,838	101,328	
	3	22,988	107,748	115,696		
	4	201,291	943,466			
	5	102,574				

Para ambos triángulos acumulados se obtienen los triángulos incrementales, es decir, para cada año de desarrollo se le resta el monto acumulado del año de desarrollo anterior.

- Triangulo incremental original

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	62,576	41,706	6,194	2,963	646
	2	57,403	35,547	6,064	2,314	
	3	63,851	41,763	10,082		
	4	82,074	861,392			
	5	102,574				

- Triangulo incremental ajustado

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	21,986	81,064	7,601	2,787	646
	2	19,639	72,410	6,790	2,490	
	3	22,988	84,760	7,948		
	4	201,291	742,175			
	5	102,574				

Con estos dos triángulos se calculan las diferencias entre estos:

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	-40,590.04	39,358.28	1,407.78	-176.02	0.00
	2	-37,764.41	36,862.51	725.88	176.02	
	3	-40,862.86	42,996.52	-2,133.66		
	4	119,217.31	-119,217.31			
	5	0.00				

Estas diferencias son las que se muestrean aleatoriamente sin reemplazo (permutación) para obtener un nuevo triangulo de diferencias, no importando el orden al momento de construir el nuevo triangulo de diferencias muestreadas.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	1407.78	-40862.86	-2133.66	1407.78	39358.28
	2	36862.51	-119217.31	-37764.41	725.88	
	3	725.88	176.02	-37764.41		
	4	1407.78	119217.31			
	5	-176.02				

A esta muestra de errores se le suma el triangulo incremental original.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	63,984	843	4,060	4,371	40,005
	2	94,266	-83,670	-31,700	3,039	
	3	64,577	41,939	-27,683		
	4	83,481	980,609			
	5	102,398				

Se acumula el triangulo anterior.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	63,984	64,827	68,886	73,257	113,262
	2	94,266	10,596	-21,105	-18,065	
	3	64,577	106,516	78,833		
	4	83,481	1,064,091			
	5	102,398				

Se obtienen nuevamente los factores de desarrollo.

Factores de desarrollo				
1	2	3	4	5
3.0487	0.1016	0.4359	2.0521	1.0000

Con estos nuevos factores de desarrollo se completa el triangulo inferior y se calcula la reserva por el método de chain ladder.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	63,984	64,827	68,886	73,257	113,262
	2	94,266	10,596	-21,105	-18,065	-37,073
	3	64,577	106,516	78,833	34,364	70,520
	4	83,481	1,064,091	108,127	47,133	96,724
	5	102,398	312,183	31,722	13,828	28,377

Este proceso se hace un número elevado de veces, se ordenan las estimaciones de las reservas resultantes y se obtienen los estadísticos necesarios. Para el cálculo del requerimiento de capital de solvencia sería la diferencia entre el percentil 99.5 de las reservas y la reserva constituida.

- Críticas a este método:
 - Supone que existe una misma distribución para todos los errores independientemente del periodo de desarrollo, mientras que la práctica ha demostrado que en general a partir de determinado periodo éstos se van reduciendo ya que son poco frecuentes reclamaciones muy tardías que sean procedentes⁴. Por ello se considera en general, que el método sobrevalora la variabilidad y resulta en un percentil 99.5 muy elevado.

⁴ Se debe poner especial cuidado en el modelado de reclamaciones de responsabilidad civil profesional y productos, ya que pudieran involucrar largos periodos de incubación (ver casos de Asbestosis) o indemnizaciones a largo plazo o litigios con costes incrementales onerosos y por un periodo relevante.

II. 2 Método Factores y sus ventajas

El método de factores, que también se basa en el chain ladder, es mas sencillo y respeta la distribución por año de desarrollo y año de ocurrencia.

Se parte de un triangulo de monto acumulado

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	62,576	104,282	110,475	113,438	114,085
	2	57,403	92,950	99,014	101,328	
	3	63,851	105,614	115,696		
	4	82,074	943,466			
	5	102,574				

Se construye un triangulo de factores de desarrollo individuales por año de desarrollo y año de ocurrencia, es decir:

$$f_{j,k} = \frac{M_{j,k+1}}{M_{j,k}}$$

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1		1.6665	1.0594	1.0268	1.0057
	2		1.6193	1.0652	1.0234	
	3		1.6541	1.0955		
	4		11.4954			
	5					

Con estos factores de desarrollo se obtiene una muestra (con reemplazo) por columna para completar el triangulo inferior de factores de desarrollo.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1					
	2					1.00569825
	3				1.0234	1.00569825
	4			1.0652	1.0268	1.00569825
	5		1.6193	1.0594	1.0234	1.00569825

Como se puede observar para el último año de desarrollo dado que sólo tenemos una observación, la muestra siempre será el mismo número.

Con la muestra de factores individuales de desarrollo completamos nuestro triangulo y calculamos la reserva por chain ladder.

		Año de Desarrollo				
		1	2	3	4	5
Año de Ocurrencia	1	39,110	65,176	69,047	70,899	71,303
	2	35,877	58,094	61,884	63,330	63,980
	3	39,907	66,009	72,310	74,273	76,390
	4	51,296	89,666	95,878	98,097	98,656
	5	64,109	107,279	118,753	121,528	122,220

Este procedimiento se hace un número grande de veces y se obtienen los estadísticos necesarios.

- **Ventajas de este método:**

- Es sencillo
- Se considera la variabilidad inherente a cada periodo de desarrollo, por lo cual al estratificar la muestra hay en general una reducción de la variabilidad, sin dejar de representar el fenómeno.

III. Caso práctico

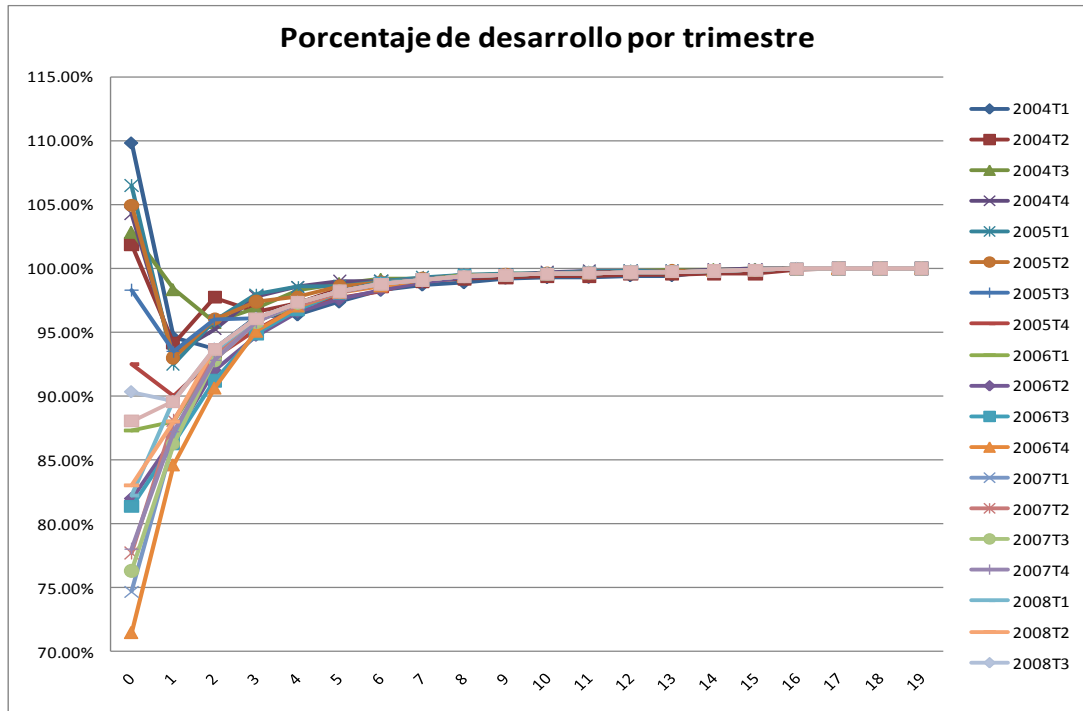
Se realizó una valuación para algunos ramos para hacer una comparación entre el método de factores y el método de bootstrap tradicional. En cada caso se generaron 15,000 simulaciones. Se expone el detalle de la aplicación al ramo de automóviles.

Ramo: Automóviles

	Método Bootstrap	Método Factores
Media	1,215,075,245.69	1,220,959,157.55
Desviación Estándar	172,675,786.63	66,679,156.02
Percentil 99.5	1,655,472,259.89	1,382,462,796.71

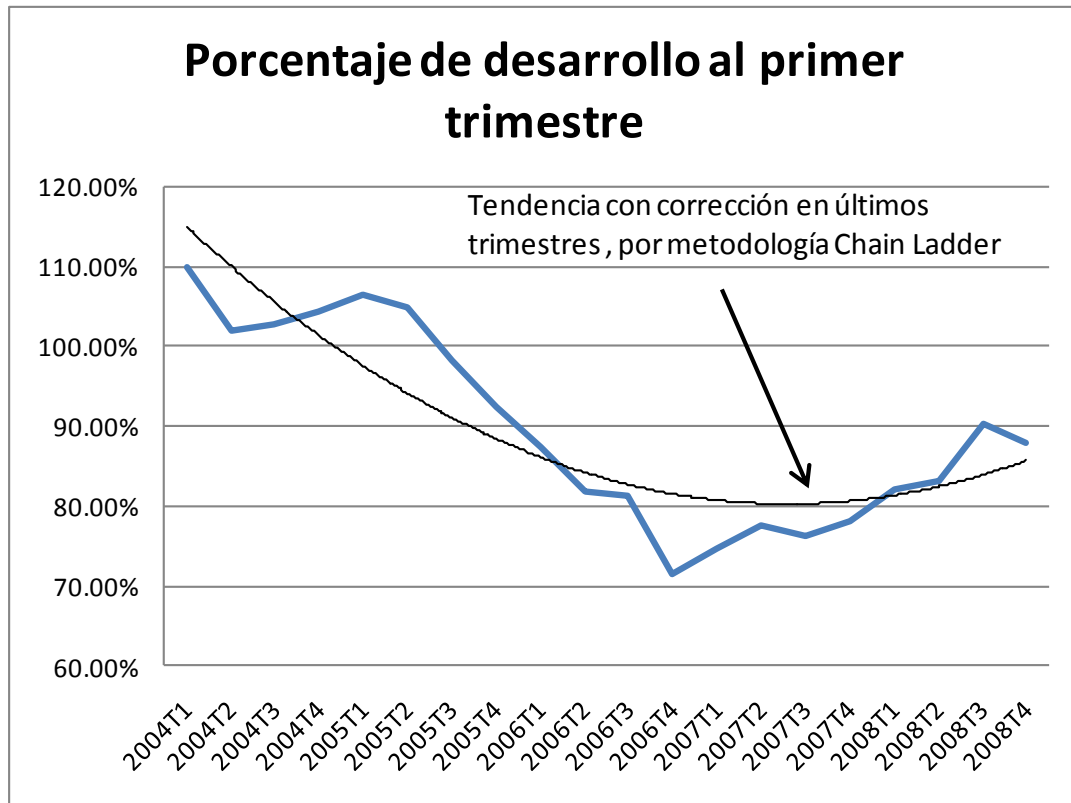
RCS Riesgo de Reserva	440,397,014.20	161,503,639.16
------------------------------	----------------	----------------

Hay una reducción significativa de la volatilidad (percentil 99.5) aplicando el método de factores, y si se observan los porcentajes de desarrollo históricos y estimados (siguiente gráfica), se verifica que después del comportamiento volátil en los primeros trimestres, la curva tiende a presentar rápidamente variaciones más reducidas, lo cual es congruente con los supuestos del método de factores.



De hecho, hasta parecería que existe cierta correlación negativa entre los factores del primer trimestre y el segundo, es decir, cuando vemos una estimación inicial alta hay un movimiento de corrección rápido y en sentido inverso en el siguiente trimestre.

Sin embargo, cuando se grafican los porcentajes en un trimestre de desarrollo con respecto al trimestre en que fueron efectuados (gráfica siguiente) se nota cierta tendencia general a la baja que posteriormente se corrige en los últimos trimestres debido a que el método chain ladder es un método de promedios ponderados, y por lo tanto existe una reversión a la media del periodo en estudio.



Para efectos de aplicación de la técnica bootstrap (re-muestreo) esta tendencia es una violación a la hipótesis de aleatoriedad, y la tendencia a la baja muestra que la aplicación de muestreo aleatorio probablemente esté subestimando el patrón de desarrollo del primer trimestre.

Sin embargo, dado que el desarrollo de los siniestros está ampliamente influenciado por los procesos y políticas administrativas en la estimación de siniestros, el encontrar las causas de este comportamiento exigiría una revisión detallada de las políticas históricas de las compañías que más influyen en esta tendencia. Por lo anterior, es muy complicado establecer si éste fenómeno se trata de una tendencia, de un accidente, o de un fenómeno cíclico que no tenemos completamente identificado.

IV. Conclusiones

En general podemos ver que la estratificación de los factores por columna produce una reducción de la volatilidad, en contraparte se reducen los tamaños de muestra hasta que finalmente (en la última columna) sólo tenemos una muestra de un elemento, aunque es ahí donde esperamos la menor variabilidad.

Debemos recordar que todos los métodos basados en triángulos tienen las siguientes limitaciones:

- Todos los métodos de triángulos tienen una gran dependencia de la volatilidad de la última observación.
- Suponen que el comportamiento histórico nos va a predecir el comportamiento futuro.
- No recogen inmediatamente los cambios en la exposición de los riesgos.

Es importante señalar que siempre es recomendable hacer pruebas adicionales para verificar la reducción de la importancia de obligaciones por año de desarrollo, así como revisar la aleatoriedad de los factores de desarrollo y revisar si obedecen a alguna distribución conocida (ejemplo: log-normal).

La estratificación es una alternativa para la reducción de la varianza pero existen otras alternativas como suponer una distribución (Ver Método Mack) o “estandarizar” cada columna para producir residuales más uniformes.

Por último, la existencia de correlación negativa en los factores de desarrollo es un tema que merecerá una investigación más profunda en el futuro.

V. Bibliografía

1. Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, A.C., Liga de Solvencia II. Metodologías. Página web: <http://www.amis.org.mx/>
2. Davison A.C. y Hinkley D.V. (2007), *Bootstrap methods and their Application*, Cambridge University Press.
3. Taylor, Greg (2000). *Loss Reserving An Actuarial Perspective*, Australia, Kluwer Academic Publishers.
4. Wüthrich Mario V., Merz Michael (2008), *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*, John Wiley & Sons, Ltd.

Estudio de seguimiento: enfermedad renal crónica y exposición a plomo en una población mexicana. Una aplicación de los modelos de ecuaciones estructurales en salud pública

Act.,M.D, *Aremis L Villalobos-Hernández*¹, L.E,M.C *Maria I Hernández-Serrato*¹, M.E,PhD *Rosalba Rojas-Martínez*^{1,*}, M.D,PhD *Teresa Imelda Fortouf*².

¹ Instituto Nacional de Salud Pública. Cuernavaca, México, 7a Cerrada de Fray Pedro de Gante # 50 Col. Sección XVI, México DF, CP 14000, Tel. 54871000 alvillalobos@insp.mx, mihernandez@insp.mx, rojas@insp.mx.

² Departamento de Biología Celular y Tisular, Facultad de Medicina, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Medicina, México CP 04510, fortoul@servidor.unam.mx

* Autor correspondiente e-mail: Dra. Rosalba Rojas-Martínez rojas@insp.mx, Tel. 54871000 ext. 4203

Este trabajo fue financiado por CONACYT, en la convocatoria SALUD 2002-CO17322.

Resumen

Objetivo: Conocer la prevalencia de enfermedad renal y su asociación con exposición a plomo. **Material y Métodos:** Se estableció un modelo causal en términos de ecuaciones estructurales para estimar los efectos de padecer enfermedad renal. **Resultados:** La media de plomo en sangre fue de 48.4 y 45.6 µg/d en 1998 y 2004. La enfermedad renal aumentó de 6.9% a 13.8%. El modelo propuesto tiene buen ajuste global. **Conclusiones:** La edad resultó significativa para explicar daño renal en 1998. Los niveles de plomo en sangre se explicaron por tabaquismo, uso de loza vidriada en la preparación y almacenamiento de alimentos.

Palabras clave: Exposición a plomo, enfermedad renal, plomo en sangre, ecuaciones estructurales.

I. Introducción

El envenenamiento por plomo provoca una gran variedad de patologías, tanto en niños como en adultos. La enfermedad del riñón y la hipertensión son de las consecuencias más controvertidas en la intoxicación por plomo, particularmente cuando existe una exposición crónica de muchos años (Batuman; 1993). Se ha reportado que la población estadounidense con hipertensión arterial expuesta a plomo, se asocia con enfermedad crónica del riñón (Munter et al., 2002), aún con niveles bajos de este metal en sangre.

Algunos estudios muestran que la exposición al plomo incrementa el riesgo de tener enfermedad renal y esta enfermedad en ocasiones se acompaña de hipertensión arterial y gota (Lim et al., 2001). Wang et al., 2002 reportaron entre trabajadores con exposición al plomo una correlación positiva entre niveles de plomo en sangre y algunos indicadores de función renal. Ehrlich et al., 1998 encontraron en trabajadores de una fábrica en el Sur de África relaciones positivas entre las concentraciones de plomo actuales e históricas y el daño renal, pero no así, asociación con la presión sanguínea. En otro estudio se encontró que altos niveles de ácido úrico se asociaron con la disfunción renal en trabajadores expuestos al plomo en Corea (Virginia et al., 2005).

Existe bibliografía extensa acerca de la nefropatía y su relación con concentraciones altas de plomo, pero en los casos en que la exposición es a

niveles bajos de plomo es poco clara la repercusión en la función renal. En un estudio longitudinal se reporta asociación positiva entre la exposición al plomo y la disminución de la función renal, medido con las concentraciones de creatinina en suero como indicador de daño renal (Kim et al., 1996). Tampoco es claro el momento en que la disfunción renal es una consecuencia directa atribuible al plomo o es un efecto secundario de la hipertensión arterial debida a la exposición al plomo; o bien es posible que se deba a la combinación estos dos efectos. Los hallazgos de Cardozo et al., 1994, sugieren que los efectos del plomo en la presión sanguínea y en el riñón son independientes y no implican un daño renal, al menos durante las etapas iniciales de la acción del plomo.

El uso de cerámica vidriada actualmente es la fuente de exposición a plomo más importante en México; el 37% de la población cocina y/o almacena alimentos en este tipo de utensilios (Valdespino; 2003). Por otra parte hay un gran número de ocupaciones relacionadas con la exposición a plomo y algunas de ellas son consideradas como actividades de alto riesgo como son: trabajadores de baterías (acumuladores), soldaduras, imprentas, reparadores de automóviles, plomeros, alfareros, etc. (Coyer et al., 1985). En los años sesenta aparecieron las primeras publicaciones sobre los riesgos de exposición de los trabajadores de algunas industrias y de manera particular, entre los que laboran en la producción de cerámica vidriada (Molina et al., 1982, Montoya y Hernández, 1981).

En la producción de las artesanías se cuenta con diversas oportunidades de entrar en contacto directo con el plomo. Esmaltar con óxido de plomo y agua es uno de los últimos pasos en la manufactura de los utensilios para cocinar, almacenar y servir comidas o bebidas; después del vidriado, los artículos son cocidos en un horno a bajas temperaturas, que no alcanzan los 1200° C necesarios para que el plomo se fije en la cerámica. Como resultado, cuando los líquidos o alimentos ácidos se ponen en contacto con el recipiente, o se almacenan, el plomo se libera con facilidad y se convierte en una fuente de exposición a este metal para toda la población (Flores; 2004). En un estudio realizado en un grupo de alfareros en Oaxaca, al sur de México, se menciona el riesgo de intoxicación por plomo en donde la manufactura de la cerámica vidriada con plomo es de tradición familia y es una de las principales fuentes de ingresos. Hernández, et al., 2003, encontraron que los alfareros alcanzaron una media de los niveles de plomo en sangre de 48.2 µg/dl, cifra mayor que lo establecido por la OMS para remover a los trabajadores de la exposición; en dicho estudio se encontró que los predictores de los niveles de plomo en sangre fueron: la ocupación, el sexo y el uso de loza vidriada para cocinar o almacenar alimentos.

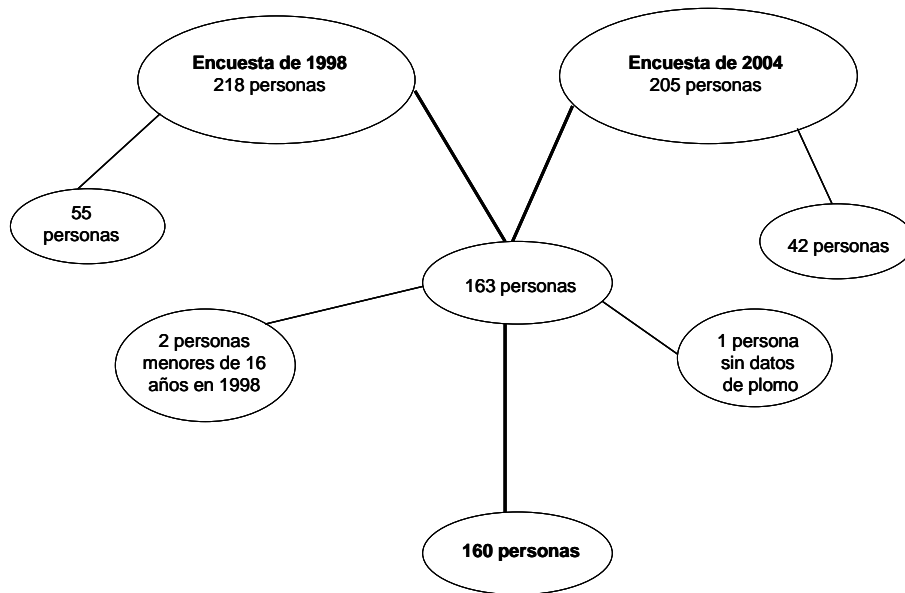
Dado que dicha población tiene una historia de exposición al plomo, tanto ambiental como ocupacional, en el presente estudio tiene como objetivo conocer la prevalencia de enfermedad renal crónica y su asociación con la exposición a plomo.

II. Materiales y Método

La población analizada en la presente investigación proviene del estudio transversal realizado en 1996 en individuos mayores de 15 años de edad de una población del estado de Oaxaca, México. Dicho estudio ha sido descrito a detalle en otra publicación (Hernández et al., 2003), posteriormente, se realizó un seguimiento en esta población en dos mediciones una en 1998, y otra en 2004. En este trabajo se presentan los datos de las dos últimas fechas.

Se localizaron a 163 individuos de ambos sexos que participaron en ambas fechas, 1998 y 2004, se excluyeron del estudio dos personas por ser menores de 16 años y una persona por no tener resultados de plomo en sangre, así la población que estudiamos se redujo a 160 personas (figura 1).

Figura 1. Población de estudio



En ambas mediciones se aplicó un cuestionario individual, las preguntas incluyen factores sociodemográficos y características generales del informante, historia ocupacional, antigüedad en el trabajo, higiene laboral como utilizar ropa de trabajo, hábitos alimenticios, uso de medicamentos, hábito de fumar y consumir alcohol, diagnóstico previo realizado por un médico y algunos síntomas de: diabetes, hipertensión arterial, enfermedad renal y gota.

Se realizaron pruebas hematológicas y de orina, se obtuvieron resultados de ácido úrico en sangre, creatinina en suero, glucosa en sangre, B2-microglobulina en orina, albúmina en orina. Como medida de exposición y absorción al plomo se utilizó la cantidad de plomo en sangre (Pb) $\mu\text{g/dl}$. Además, se midió la presión sanguínea, peso y estatura en los individuos estudiados.

Los criterios diagnósticos para definir diabetes, hipertensión arterial, gota y enfermedad renal, se muestran en el cuadro 1, en 1998 no se analizó la glucosa venosa en los individuos, lo que nos llevó a utilizar la glucosa capilar. En este estudio se consideró que cuando una persona padecía alguna de las enfermedades analizadas durante el primer año de estudio, entonces también la padecía en el segundo año del análisis.

Cuadro 1: Criterios diagnósticos de las enfermedades estudiadas.

Año de la encuesta	Diagnóstico	Criterios
1998	Diabetes	1. Glucosa venosa ^{&} ≥ 200 mg/dl 2. Diagnóstico formal establecido por un médico
2004	Diabetes	1. Glucosa venosa ^{&} ≥200 mg/dl 2. Glucosa venosa* ≥140 mg/dl 3. Diagnóstico formal establecido por un médico
1998/2004	Hipertensión arterial	1. SBP ≥ 90 mmHg y/o DBP ≥ 140 mmHg 2. Diagnóstico formal de un médico y que se encuentren bajo tratamiento
1998/2004	Gota	1. AU ≥7.0 mg/dl 2. Diagnóstico formal de un médico
1998/2004	Enfermedad renal	1. β_2 -m ≥ 218 2. SC ≥ 1.50 y AU > 7.0 y Ualb > 30 3. Diagnóstico formal establecido por un médico

[&] Ayuno de al menos dos horas, * Ayuno de 8 horas.

SBP: Presión sistólica, DBP: Presión diastólica, β_2 -m: β_2 -microglobulina en orina (ng/ml), AU: Ácido úrico en sangre (mg/dl), SC: Creatinina sérica (mg/dl), Ualb: Albúmina en orina (mg/l)

El análisis estadístico consistió en realizar un análisis univariado de los datos, se encontraron medias, medianas y varianzas para las variables continuas.

Posteriormente se utilizó una técnica multivariada que consistió en el uso de ecuaciones estructurales para obtener el grado de cercanía que los datos tienen con las cadenas causales propuestas en un análisis de trayectoria (Manzano; 2003). Los modelos de ecuaciones estructurales son conjuntos de ecuaciones lineales usados para especificar fenómenos en términos de las relaciones presumibles causa y efecto entre las variables, este tipo de metodologías son útiles en las ciencias del comportamiento (Johnson, 2002).

El modelo en el paquete *Linear Structural Relationships* (LISREL), descrito por Johnson en 2002 es:

$$\underset{m \times 1}{\eta} = \underset{(m \times m)(m \times 1)}{B\eta} + \underset{(m \times n)(n \times 1)}{\Gamma\xi} + \underset{(m \times 1)}{\zeta}$$

$$\underset{p \times 1}{Y} = \underset{(p \times m)(m \times 1)}{\Lambda_y \eta} + \underset{(p \times 1)}{\varepsilon}$$

$$\underset{q \times 1}{X} = \underset{(q \times n)(n \times 1)}{\Lambda_x \xi} + \underset{(q \times 1)}{\delta}$$

Donde:

$$E(\xi) = 0; Cov(\zeta) = \psi, E(\varepsilon) = 0; Cov(\zeta) = \psi, E(\delta) = 0; Cov(\delta) = \psi.$$

Además ξ, ε, δ son no correlacionadas, $Cov(\xi) = \Phi$, ζ no correlacionado con ξ , ε no correlacionado con η , δ no correlacionado con ξ , B tiene ceros en la diagonal y I-B es no singular. Además, $E(\xi) = 0$ y $E(\eta) = 0$

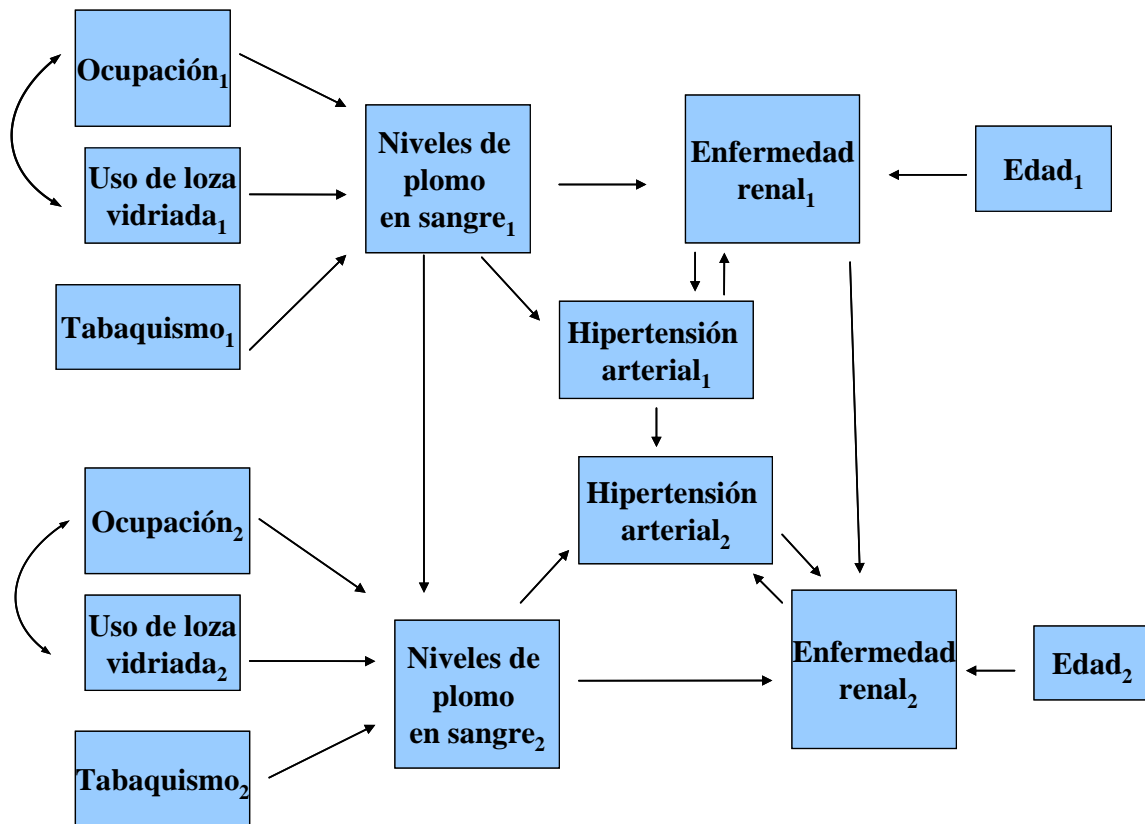
En esta metodología, se acostumbra construir un Diagrama de trayectoria. Se tienen ciertas convenciones para dibujar el diagrama:

1. Se dibuja una flecha de cada variable dependiente a cada una de sus fuentes.
2. Se dibuja una flecha de la variable dependiente de su residual
3. Una flecha curvada con dos puntas para cada par de variables que se consideran con correlación diferente de cero

En este trabajo el modelo de ecuaciones estructurales se construyó a partir de variables observadas y de la relación teórica que hay entre ellas, así este tipo de análisis determina si el modelo teórico confirma las relaciones que existen en los datos de la muestra. Se eligió utilizar un análisis de trayectoria (path analysis), que forma parte de los modelos de ecuaciones estructurales dado que en este caso todas las variables utilizadas en el estudio son variables observadas. El modelo teórico propuesto de ecuaciones estructurales asociado con los factores de riesgo para las concentraciones de plomo en sangre y para enfermedad renal, se representa gráficamente en el siguiente diagrama de trayectoria (Figura 2). Dado que el modelo planteado sólo contiene variables observadas y causalidad recíproca, entonces se trata de un modelo de análisis de trayectoria no recursivo.

La flecha representa una relación causal unidireccional y la punta indica la variable que se ve afectada, la flecha curvada con dos puntas conecta dos variables, esto significa que se espera que esas dos variables covaríen.

Figura 2: Modelo de factores de riesgo asociados con plomo y enfermedad renal de acuerdo con el año de la encuesta.



En el modelo, se plantea que la ocupación, uso de loza vidriada para preparar y almacenar alimentos y el tabaquismo son variables antecedentes que tienen efecto causal en los niveles de plomo en sangre. Entre los efectos atribuibles a la exposición crónica de plomo están la hipertensión arterial y el padecimiento de

gota. La enfermedad renal es una variable dependiente en este modelo, que está relacionada por las variables antecedentes de niveles de plomo en sangre, hipertensión arterial, gota, diabetes y se desea conocer el efecto del sexo y de la edad. También se planteó que la utilización de loza vidriada y la ocupación están correlacionadas, dado que se trata de una población con actividad principal de alfarería y la mayoría de las personas utilizan este tipo de loza vidriada en sus cocinas. En el modelo final se omitió el padecimiento de gota y el sexo, dado que resultaba pobre en la estimación de nuestros datos, las concentraciones de plomo en sangre y la edad son variables continuas, el resto son variables dicotómicas y el subíndice 1 en cada variable se refiere al primer año de estudio (1998) y el subíndice 2 representa las variables en el 2004.

Los coeficientes estimados representan el monto de cambio en la variable dependiente que es asociada con una unidad de cambio en una variable independiente dada, mientras se mantienen constantes las otras variables independientes. Así, los coeficientes del modelo de trayectoria representará el tamaño del efecto que una variable independiente dada tiene en una variable dependiente. Para revisar la bondad de ajuste del modelo existen varios estadísticos, el estadístico χ^2 prueba la hipótesis nula de que el modelo teórico estima los datos. Si la hipótesis nula es correcta, entonces se obtendrá una χ^2 pequeña y el valor p asociado con la χ^2 deberá ser grande. El *Normed-Fit Index* (NFI por sus siglas en inglés) se ha propuesto como una alternativa a la prueba χ^2 , los valores de este índice van de 0 a 1, valores arriba del 0.9 indican una estimación aceptable del modelo a los datos. Una variación del NFI es el *non-*

normed fit index (NNFI, por sus siglas en inglés) que se ha visto como un mejor reflejo de la estimación del modelo en todos los tamaños de muestra, valores arriba del 0.9 son deseables. El *Comparative Fit Index* (CFI por sus siglas en inglés) es similar al NNFI, ya que proporciona una evaluación precisa de ajuste sin importar el tamaño de la muestra, valores arriba del 0.9 indican una buena estimación (Hatcher, 1994). Adicionalmente indicador *Goodness of Fit Index* (GFI, por sus siglas en inglés) se considera una medida de la proporción de varianza y covarianza que el modelo propuesto explica, es decir es similar a la R^2 en el modelo de regresión (Raykov et al., 2000).

EL procesamiento estadístico de los datos se realizó mediante los paquetes estadísticos SAS 9.1 y LISREL 8.0.

III. Resultados

Se estudiaron 116(72.5%) mujeres y 44(27.5%) hombres, la edad media para esta población fue de 45 años en 2004. Más del 60% de la población tiene como escolaridad primaria o menos. La principal actividad en la población sigue siendo la alfarería, aunque el porcentaje entre ambas fechas analizadas disminuye, al pasar de 58.8% en 1998 a 46.9% para el 2004. Debido a la tradición de este lugar, es de esperarse que el empleo de ollas de barro sea una práctica común entre la población, sin embargo se observa que el porcentaje de personas que utilizan loza

vidriada en la preparación o almacenamiento de alimentos ha disminuido, al pasar de 66.3% en 1998 a 58.8% en 2004, además la población que utiliza este tipo de trastos principalmente para preparar frijoles, guisados con chile y café.

Cuadro 2: Características de la población en el estudio

Variable	Año del estudio			
	1998		2004	
	n	%	n	%
Sexo				
Hombre	44	27.5	44	27.5
Mujer	116	72.5	116	72.5
Escolaridad				
No asistió a la escuela	20	12.5	20	12.5
Primaria	98	61.3	97	60.6
Secundaria	20	12.5	24	15.0
Preparatoria o más	17	10.6	19	11.9
NR	5	3.1	0	0.0
Ocupación				
Alfarero	94	58.8	75	46.9
Estudiante	7	4.4	0	0.0
Hogar	30	18.8	43	26.9
Comerciante	5	3.1	7	4.4
Campesino	8	5.0	8	5.0
Profesionista	2	1.3	5	3.1
Otra	8	5.0	6	3.8
Empleado	6	3.8	16	10.0
Uso de loza vidriada				
No	54	33.8	66	41.3
Sí	106	66.3	94	58.8

En cuanto al estado de salud de la población, se observa que la presencia de diabetes, hipertensión arterial y gota se ha incrementado en estos 6 años, la mayor prevalencia se observó en hipertensión arterial donde en el 2004 se encontró que el 35.6% de esta población padece dicha enfermedad. Por su parte, los casos de enfermedad renal también se han incrementado al pasar de 6.9% al 13.8% en la población de interés (cuadro 3).

Cuadro 3: Características de salud en la población en estudio

Variable	Año del estudio			
	1998		2004	
	n	%	n	%
Tabaquismo				
No	146	91.3	149	93.1
Sí	14	8.8	11	6.9
Diabetes				
No	155	96.9	142	88.8
Sí	5	3.1	18	11.3
Hipertensión arterial				
No	146	91.3	103	64.4
Sí	14	8.8	57	35.6
Gota				
No	157	98.1	155	96.9
Sí	3	1.9	5	3.1
Enfermedad Renal				
No	149	93.1	138	86.3
Sí	11	6.9	22	13.8

En las concentraciones de plomo en sangre se observó que a pesar de su descenso, los niveles continúan altos, en 1998 la mitad de la población tenía hasta 47.4 $\mu\text{g}/\text{dl}$ de plomo en sangre, posteriormente el valor descendió hasta 45.6 $\mu\text{g}/\text{dl}$. Lo mismo sucede con los niveles de ácido úrico (AU) y con la albúmina en orina (Ualb). El comportamiento opuesto se observó en los valores de B2-microglobulina en orina, al presentar una mediana de 60.6 a 63.9 mg/ml, finalmente también se observó un incremento en la presión, tanto sistólica como diastólica (Cuadro 4).

Cuadro 4: Marcadores biológicos y de la función renal en personas con 16 años o más.

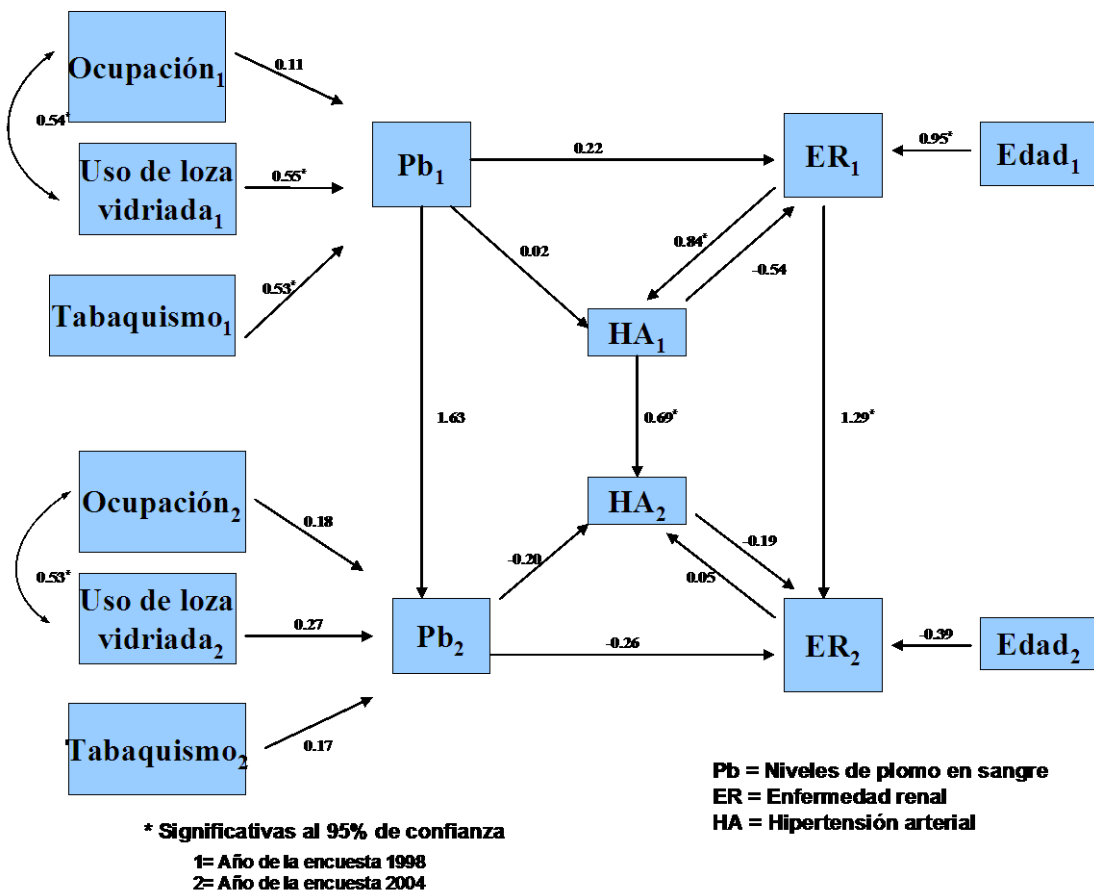
	1998			2004		
	Mediana	Media (SD)	Rango	Mediana	Media (SD)	Rango
Plomo en sangre (mg/dl)	47.4	48.4 (13.6)	12.4-88.4	45.6	46.3 (15.4)	9.8-89.0
Ácido úrico en sangre (mg/dl)	5.1	5.5 (1.7)	2.6-11.4	4.7	5.1 (2.1)	1.5-15.9
Creatinina sérica (mg/dl)	0.8	0.8 (0.2)	0.5-1.7	0.7	0.8 (0.3)	0.3-2.8
β 2-microglobulina en orina (ng/ml)	60.6	103.5 (157.1)	1.8-1,000	63.9	204.2 (895.1)	4-8,737
Albúmina en orina (mg/l)	20.0	21.3 (25.9)	0-100	20.0	18.4 (24.3)	0.0-100
Presión sistólica	110	111.2 (15.3)	80-210	120	122.0 (16.29)	90-174
Presión diastólica	70	75.7 (51.9)	20-700	80	81.0 (12.2)	58-116
Edad	38	39.5 (15.3)	16-75	44	45.1 (15.3)	22-81

SD: Desviación estándar

En el modelo no recursivo (figura 3) se observa en 1998 una relación estadísticamente significativa entre la edad y padecer enfermedad renal (0.0049,

t=2.98). Por su parte, la relación de fumar (0.53, t=2.81) y utilizar loza vidriada (0.55, t=2.28) para preparar o almacenar sus alimentos también resultaron estadísticamente relacionados con los niveles de plomo en sangre. Además se encontró una correlación significativa entre la ocupación y uso de loza vidriada en el preparación de alimentos (0.53, t=4.18).

Figura 3. Modelo Final.



El modelo en el 2004, sólo resultó significativo padecer enfermedad renal en 1998 (1.29, t=3.48) y la correlación entre ocupación y uso de loza vidriada fue de 0.54 (t=4.02).

Los efectos indirectos, significativos fueron la edad en 1998 y padecer enfermedad renal en el 2004, el efecto fue de 0.85 (t=2.63). Además, en 1998, la edad y tener hipertensión arterial, pasando por enfermedad renal en ese mismo año, el efecto fue de 0.55 (t=4.04).

El ajuste global del modelo es muy bueno, es decir que el grado de cercanía que las observaciones empíricas tienen con las cadenas causales propuestas en el modelo de la figura 2 es buena, dado que los estadísticos de bondad de ajuste ($\chi^2_{70}= 39.8$, NFI=0.9, NNFI=1.13 y CFI=1) revelan que el modelo ajusta bien a los datos. El indicador *Goodness of Fit Index* (GFI) determina que el 97% es la proporción de la varianza explicada por el modelo propuesto. Sin embargo, al evaluar el peso en cada relación, se observa, en 2004 que las relaciones no resultaron significativas como se esperaba y el coeficiente de niveles de plomo con enfermedad renal presenta signo contrario al esperado. Además, en esta población los niveles de plomo han disminuído lo que podría causar que la asociación con enfermedad renal sea menos fuerte, a pesar de que el promedio de plomo en sangre es mayor a 46 μg /dl. Una limitante en este estudio es la falta de casos pues solamente 22 (14%) individuos tienen falla renal en el 2004, y esto puede explicar que los resultados esperados no fueran los obtenidos.

IV. Conclusión y discusión

En la población que estudiamos se identificó que existe una exposición ocupacional al plomo por largo tiempo, dado que históricamente el lugar se ha dedicado principalmente a la fabricación de cerámica vidriada como una de las principales actividades en el lugar. En este estudio se identificó que los niveles de plomo en sangre han disminuído al pasar de un promedio 48.4 (IC al 95%: 46.3 a 50.6) $\mu\text{g g/dl}$ en 1998 a 46.3 (IC al 95%:43.9 a 48.7) $\mu\text{g /dl}$ en 2004, sin embargo, el descenso no es estadísticamente significativo y las concentraciones de plomo en sangre en esta población continúan altos, lo cual es un reflejo del problema de salud pública que se puede presentar en esta población. Más aún, si se considera lo que se ha reportado en otros artículos, como en el caso de Kim et al. en 1996, que analizaron datos longitudinales y sugieren que un aumento en la edad se relaciona con la disminución de la función renal asociada con la exposición en bajos niveles de plomo durante tiempos prolongados; otros autores (Muntner et al., 2002) mencionan que la población con hipertensión, exposición a plomo en bajas concentraciones se asocia con la enfermedad crónica renal y Batuman en 1983 menciona que cuando la hipertensión y la falla renal ocurren juntos, es difícil determinar si la enfermedad renal es la causa o es la consecuencia de la hipertensión.

En nuestro estudio encontramos que la prevalencia de hipertensión se incrementó, es mas, actualmente es un padecimiento frecuente en la población estudiada, pues en el 2004 el 35.6% presentó dicha enfermedad, porcentaje mayor al 30.8%

que es la prevalencia actual en el país (Olaiz et al., 2006). En cuanto a la prevalencia de enfermedad renal, ésta se incrementó durante el período estudiado, y encontramos en el segundo año de estudio una prevalencia del 13.8%.

Otro de los hallazgos de nuestro estudio es que existe una asociación estadísticamente significativa entre la edad y la enfermedad renal en 1998, y que la edad es un efecto indirecto que se asocia con la enfermedad renal en 2004, también encontramos una relación significativa entre enfermedad renal e hipertensión y la edad como efecto indirecto en la hipertensión arterial, al pasar por la enfermedad renal en 1998. Sin embargo, no encontramos asociación entre los niveles de plomo en sangre y el daño renal, como lo mencionan otros estudios (Ehrlich; 1998).

Además, con los datos de 1998 se encontró que en esta localidad las principales fuentes asociadas a las concentraciones de plomo en sangre son el hábito de fumar y el uso de loza vidriada para almacenar, considerando que este último está correlacionado con la ocupación de ser alfareros. Situación que se ha encontrado en otros estudios relacionados con el uso de loza vidriada y los niveles de plomo en sangre (López et al., 1996).

Este estudio tiene la limitante del pequeño número de personas que tienen enfermedad crónica, es posible que el tamaño de la muestra no sea lo suficientemente grande para aplicar el análisis de trayectoria; sin embargo, es una buena aproximación al fenómeno que se desea estudiar, y que en un futuro se

permita realizar más estudios en esta población. Como ya lo indicamos antes en otros estudios (Hernández, et al., 2003) los niveles de plomo en sangre que presenta esta población son altos y esto implica una alta probabilidad de daño renal y vascular progresivos.

Agradecimientos

Los autores agradecen la ayuda de la Maestra en Ciencias **Abigail Manzano** por sus valiosas aportaciones en el desarrollo del modelo de ecuaciones estructurales.

V. Bibliografía

1. Batuman, V. (1993), Lead nephropathy, gout, and hypertension. *Am J Med Sci.* 305:241-247
2. Cardozo dos Santos, Antonio, Sergio Colacciopo, Creuza, Dal Bó, y Neife Aparecida Guinami dos Santos (1994), Occupational Exposure to Lead, Kidney Function Test, and Blood Pressure, *American Journal of Industrial Medicine*, 26, pg.635-643.
3. Coyer O. y Galvao Luiz A.C. (1989), Serie de vigilancia 8 PLOMO. Centro Panamericano de Ecología Humana y Salud;19-24.
4. Ehrlich R, Robins T, Jordaan E, Miller S, Mbuli S, Selby P, Wynchank S, Cantrell A, De Broe M, D' Haese P, Tood A, Landrigan P. (1998) Lead absorption and renal dysfunction in a South African battery factory. *Occup Environ Med* ; 55:453-460
5. Flores J, Albert L. (2004), Environmental Lead in México, 1990-2002, *Rev Environ Contam Toxicol*, 181:37-109.

6. Hatcher L. (1994), A Step-by-Step Approach to Using the SAS System for Factor Analysis and Structural Equation Modeling.
7. Hernández-Serrato MI, Mendoza-Alvarado LR, Rojas-Martínez R, González-Garza C., Meghan-Hulme J, Olaiz-Fernández G. (2003), Factors associated with lead exposure in Oaxaca, Mexico. *Journal of Exposure Analysis and Environmental Epidemiology*, 13:341-347
8. Johnson R.A., Wichern Dean W.(2002), *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Fifth Edition, Prentice Hall.
9. Kim R., Rotnitzky A., Sparrow D., Weiss S., Wager C. and Hu H. (1996), A Longitudinal Study of Low-Level Lead Exposure and Impairment of Renal Function, The Normative Aging STUDY. *JAMA* ,275(17),1177-1181.
10. Lim YC, Chia KS, Ong HY, Ng V, Chew YL. (2001), Renal dysfunction in workers exposed to inorganic lead, *Ann Acad Med Singapore*, Mar; 30(2):112-7.
11. López L, Torres L, Garrido F, Papaqui J, Palazuelos E, López M. (1996) Prevalence and determinantes of Lead Intoxication in Mexican Children of Low Socioeconomic Status. *Environmental Health Perspectives*; 11:1208-1211.
12. Manzano A. (2003), *Movilización de plomo en hueso durante el embarazo, una aplicación de los modelos de ecuaciones estructurales*, tesis que para obtener el grado de Maestría en Ciencias, México, Universidad Nacional Autónoma de México.
13. Molina G, Zuñiga M, Cárdenas A, Solis P. (1982), Concentración de plomo en sangre de los niños de familias de alfareras. *Bol Of Sanit Panam*, 92:33-40.
14. Montoya M, Hernández A. (1981), Intoxicación por plomo. Origen de la exposición al metal en tres familias. *Rev. Med IMSS*,19:337-339.

15. Muntner P, He J, Vupputuri S, Coresh J, Batuman V. (2002), Blood lead and chronic kidney disease in the general United States population: results from NHANES III. *Kidney International*, 63:1044-1050.

16. Olaiz-Fernández G, Rivera-Dommarco J, Shamah-Levy T, Rojas R, Villalpando-Hernández S, Hernández-Ávila M, Sepúlveda-Amor J. (2006), Encuesta Nacional de Salud y Nutrición 2006. Cuernavaca Morelos: Instituto Nacional de Salud Pública. ISBN 970-9874-17-9

17. Raykov T y Marcoulides G.(2000) A first course in Structural Equation Modeling, Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

18. Valdespino JL, Olaiz G, López-Barajas MP, Mendoza L, Palma O, Velásquez O, et al. (2003), Encuesta Nacional de Salud 2000. Tomo I Vivienda, población y utilización de servicios (DATO NO PUBLICADO). Cuernavaca, Morelos, México. Instituto Nacional de Salud Pública.

19. Virginia M. Weaver, Bernard G. Jaar, Brian S. Schwartz, Andrew C. Todd, Kyu-Dong Ahn, Sung-Soo Lee, Jiayu Wen, Patrick J. Parsons, and Byung-Kook Lee. (2005), Associations among Lead Dose Biomarkers, Uric Acid, and Renal Function in Korean Lead Workers. *Environ Health Perspect*, 113(1): 36–42.

20. Wang Ven-Shing, Ming-Tsung Lee, Jyh-Yann Chiou, Chiam-Fang Guu, Chin-Ching Wu, Trong-Neng Wu, Jim-Shoung Lai. (2002), Relationship between blood lead levels and renal function in lead battery workers. *Int Arch Occup Environ Health*, 75: 569-575

Reflexiones sobre la plática de Demografía de la Seguridad Social presentada por Roberto Ham Chande y Alberto Valencia Armas

Masashi Kikuchi Yokoyama

mkikuchi@patriare.com.mx

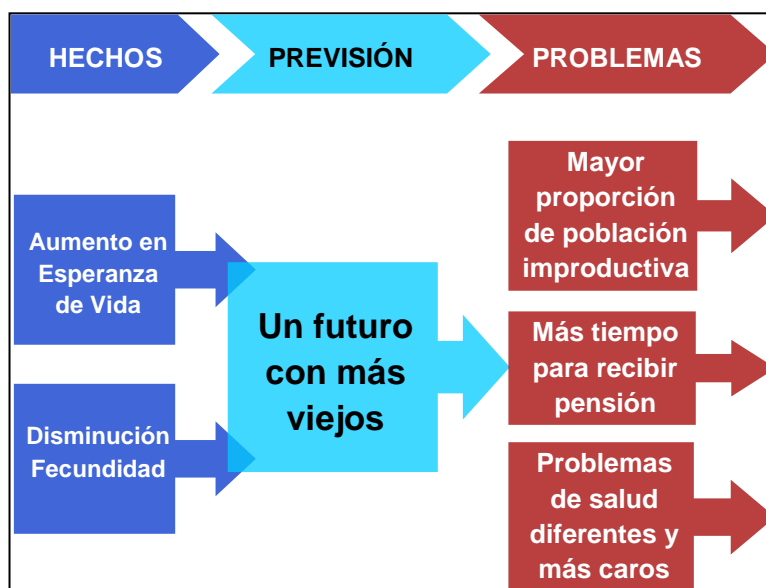
Hay preguntas fundamentales que como sociedad debemos hacernos y entre ellas están los temas de justicia social, distribución de la riqueza y retribuciones justas. Temas manipulados miles de veces por políticos que siempre hablan de un mundo deseable, sin el más mínimo soporte de su posibilidad real y de su sustentabilidad en el largo plazo. La realidad en México es que hablamos más de lo que hacemos, pensando que los problemas se resolverán en el futuro.

Roberto Ham y Alberto Valencia, por el contrario, leen algunos de los signos del futuro y el futuro dice: “NO”.

NO se pueden postergar más los problemas, NO se puede prometer que otros pagarán por los beneficios de unos cuantos, simplemente porque habrá menos “otros” y porque seremos demasiados los que en un futuro seamos improductivos y necesitemos, por más tiempo que nuestros antepasados, que otros vean

por nosotros. NO tenemos suficientes recursos para mantener los privilegios de la clase política, de algunos sindicatos, ni para los jueces de la suprema corte.

Se requiere que cambiemos nuestra visión de la jubilación de unas vacaciones permanentes con goce de sueldo a un compromiso productivo donde se aproveche la experiencia de las generaciones mayores. Contrario a la visión contemplativa que encontramos en algunos asilos (y que tradicionalmente ayudaba a los ancianos a bien morir [teoría de la desvinculación]) necesitamos reincorporarlos a la vida productiva [teoría de la actividad]⁵. “Hay que destacar, por ejemplo, a diversas asociaciones sin ánimo de lucro que vinculan la capacidad profesional de jubilados y prejubilados, quienes, de forma voluntaria y sin que medie remuneración, prestan servicios relacionados con sus conocimientos y experiencia



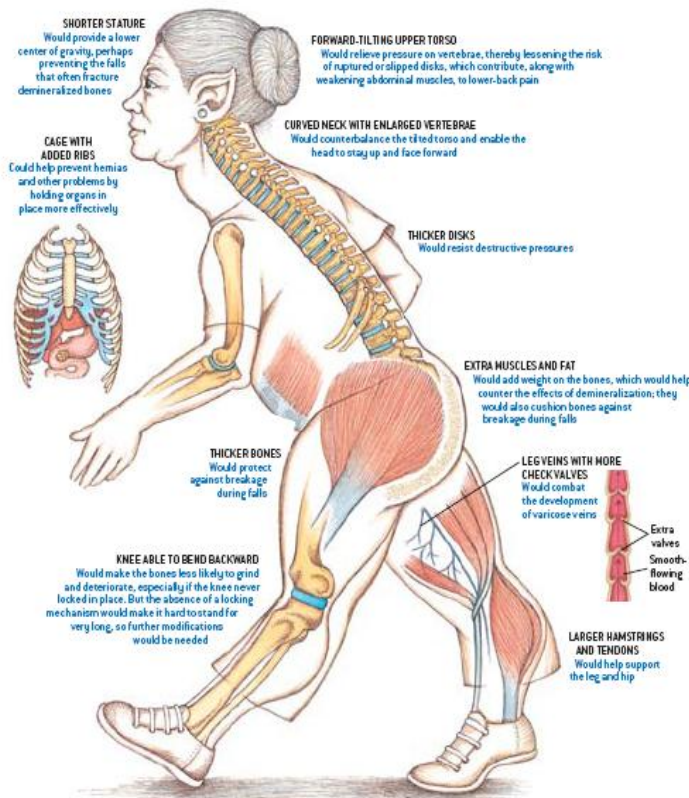
⁵ VEGA, JL., y BUENO, B. Desarrollo adulto y envejecimiento. Madrid: Síntesis, 2000, 365 p.

profesional. Con estas vivencias canalizadas institucionalmente, las personas mayores tienen la oportunidad de ofrecer sus habilidades y conocimientos a los demás y aprender de los otros grupos de edad, estableciendo un “trueque” de tareas que a todos beneficia”⁶.

Sin embargo, existen varias barreras para encontrar empleo para adultos mayores, según datos de la Asociación por la no Discriminación Laboral por Edad o Género (ANDLEG) actualmente existen en el país 1.14 millones de desempleados por discriminación laboral, de los cuales 46% no tiene trabajo debido a su edad, aún cuando existen pruebas que la diversidad de edad eleva la productividad, cuando se aprovecha de manera efectiva, y puede proporcionar un poderoso estímulo a la creatividad y la productividad⁷. Por otro lado: “las escuelas y universidades preparan para la vida activa, y las empresas se ocupan de la formación de sus empleados con miras a incrementar su productividad, pero ni la educación formal, ni la no formal, consideran la preparación que permita afrontar de manera positiva la vida después del trabajo, no obstante que la juventud terminará

convirtiéndose en una minoría, toda vez que la pirámide poblacional se invierte peligrosamente”⁸.

Además de los factores sociales y psicológicos de la jubilación están los factores médicos y biológicos: “No estamos hechos para durar mucho más allá del lapso reproductivo y del periodo de protección” dice el Doctor Roberto Ham basado en los trabajos de S. Jay Olshansky, Bruce A. Carnes y Robert N. Butler quienes afirman que si estuviésemos diseñados para durar cien o más años nuestros cuerpos serían notoriamente distintos.⁹



⁶Vanessa Pérez Vázquez y Paula Rama Morales, “Ancianidad y Envejecimiento, Una reflexión Sociológica sobre las residencias de ancianos”, Aposta, revista de ciencias sociales, No. 4, Enero 2004, p. 6

⁷Tania M. Moreno, Diversidad de edad eleva productividad, CNNExpansión, 8 de septiembre de 2009, <http://www.cnnexpansion.com/mi-carrera/2009/09/08/diversidad-de-edad-eleva-productividad>

⁸Mónica Meza-Mejía¹, Elvia Marveya Villalobos-Torres, La crisis de la jubilación como una oportunidad educativa, Educación y Educadores, Vol 11, No 2 (2008), <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/viewArticle/738/1716>

⁹S. Jay Olshansky, Bruce A. Carnes, Robert N. Butler, “if humans were built to last”, Scientific American, Marzo 2004.

¿En qué condiciones de salud llegaremos a la vejez? Apenas y empezamos a ver los beneficios de la medicina preventiva: Una dieta hipocalórica produce incrementos en la longevidad de monos, ratas y conejos debido al menor estrés oxidativo y el daño a las mitocondrias, y aumenta la capacidad de eliminación de radicales libres, por supuesto otros científicos argumentan que esto ocurre en estos animales porque tienen la capacidad de reducir la temperatura del cuerpo en tiempos de hambruna y por lo tanto no funcionaría en humanos¹⁰.

No obstante lo que digan sus detractores, la medicina ha logrado fuertes victorias para prolongar la vida desde el descubrimiento de la penicilina, las vacunas hasta la erradicación de algunas epidemias, detección de factores genéticos, detección de hábitos nocivos, mejor alimentación, mejores técnicas de diagnóstico, intervenciones quirúrgicas más exitosas, desarrollo de la biónica, etcétera. Lamentablemente el costo de las técnicas de reconstrucción y rehabilitación es generalmente elevado, por lo que tendremos que modificar sustancialmente la eficiencia en la producción y



The Jaipur Foot costs less than \$30 in India



¿Operación de cataratas en Aravind? Para el 60 por ciento de la gente, es gratis, y el resto paga entre 50 dólares y 70 dólares

distribución de estos bienes como propone C.K. Prahalad: “Quiero que piensen en la innovación, soluciones de alta tecnología a nuevos precios y niveles de desempeño. No cinco por ciento abajo, sino el cinco por ciento del costo local. Ésta es la arena en la que la parte más baja de la pirámide te fuerza a jugar... Pero no lo podrás hacer a menos que tengas imaginación, pasión, coraje y un profundo sentido de humanidad y humildad. Podemos hacerlo bien y hacer el bien al mismo tiempo”¹¹.

Pensar diferente:



¹⁰ Longevidad y dieta hipocalórica. Comer menos para vivir más.
<http://www.hipernova.cl/Notas/Longevidad-Dieta-Bajas-Calorias.html>

¹¹ C.K. Prahalad Describes India as a Laboratory for Innovation, June 13, 2005,
<http://www.anderson.ucla.edu/x8769.xml>

Mediante esta ecuación Prahalad pone un énfasis esencial en utilizar toda la tecnología y los medios locales y globales de producción y distribución para reducir el costo del producto al mínimo, y con ello poder atender las necesidades del mercado más grande: La Base de la Pirámide.

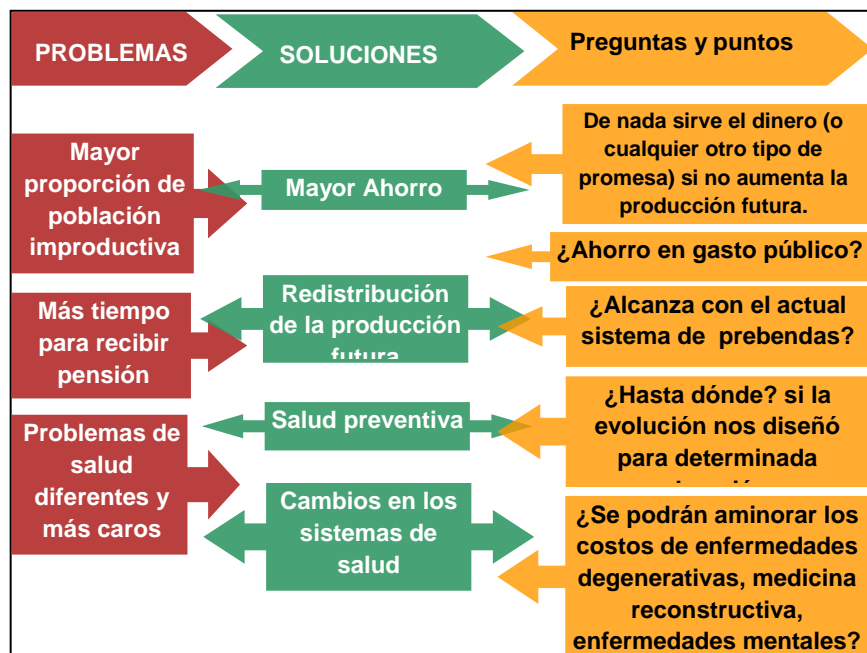
Otro punto que cobra especial significación es el tema del ahorro, ya desde 1912, Miles M. Dawson¹² nos advertía que es una falacia pensar que cuando viejos podremos vivir de nuestros ahorros, porque no podemos guardar comida ni la mayor parte de los bienes que consumiremos. Consumiremos lo que produzca la clase trabajadora de ése entonces. Por lo tanto, la clave es cómo aumentar la productividad del futuro de tal manera que existan los recursos suficientes para que una pequeña clase productiva sostenga a los no productivos y cómo generar los compromisos (legales, monetarios o de otra índole) para garantizar este reparto.

La credibilidad del sistema de pensiones se ve particularmente afectada cuando vemos que las pensiones se invierten en bonos de tesorería que sirven para financiar gasto público y no en proyectos de inversión productiva a largo plazo, y cuando se ven las generosas pensiones que reservan para sí los magistrados, políticos y algunos sindicatos.

En el siguiente cuadro se resumen la mayor parte de las preocupaciones expuestas:

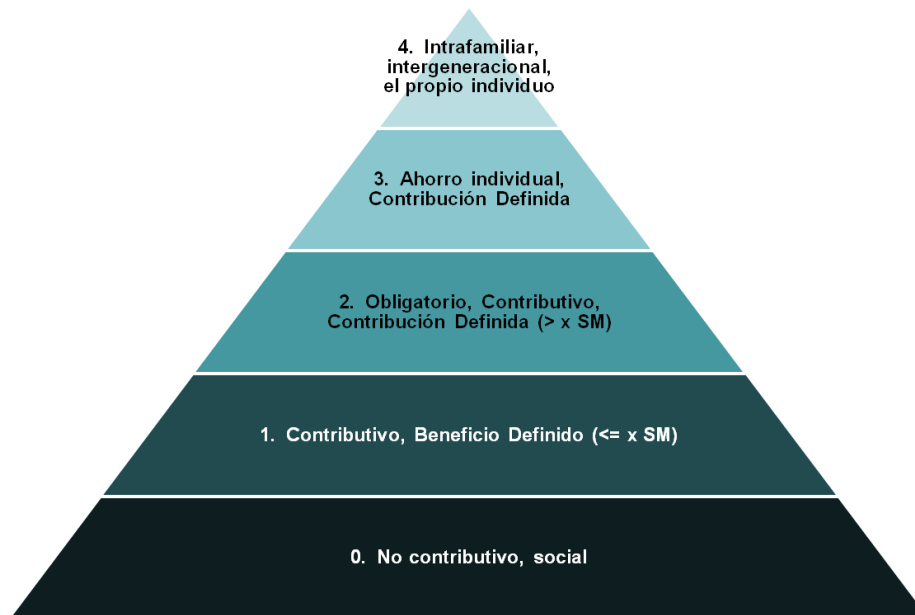
¹² Miles M. Dawson. Governmental methods of providing old age pensions. Septième Congrès International d'Actuaries, Amsterdam 1912 (p.231-232)

“there is a fundamental fallacy in the notion that any man is supported in old age out of his savings. He is obviously fed not by the grain which was grown by himself when he was a young man, but by the grain which is grown contemporaneously by those who are in their working days while he is in his old age and, in a less degree but on the same principle, other things afforded for his support with the exception of shelter, are likewise supplied by those who are in their working years while he is in his old age. It may be that he has accumulated means by which he can compel his support by the new generation, such as, for instance, coin or valid and enforceable promises to pay or other forms of wealth and property which put him in such position that he can require the new generation to support him.”



El actual sistema de pensiones de contribución definida en cuentas individuales es caro, beneficia en menor medida a la población de más bajos recursos con una baja densidad de cotización, por lo que no resuelve la problemática futura de un país de viejos y pobres.

Se tendrá que pensar en otras alternativas, en donde se recupere la función de solidaridad con los más necesitados, el Doctor Roberto Ham propone un esquema de cinco pilares, pensado de manera diferencial según el nivel de ingreso, el pilar cero pensado para las personas en condiciones de pobreza y con muy pocas posibilidades de empleo formal en donde se planea un esquema no contributivo sino únicamente de beneficio social; el pilar uno para las personas que ganan hasta un número 'x' de salarios mínimos (5 en la presentación) sería un esquema contributivo (el futuro pensionado y su patrón contribuyen con aportaciones) pero de beneficio definido, es decir se define cuál sería el beneficio mínimo que recibirá el pensionado (sistema de cuentas nominales); el tercer pilar para las personas que ganan más de 'x' salarios sería obligatorio, contributivo, y el beneficio se determinará de acuerdo a la cantidad ahorrada (sistema de cuentas individuales); adicionalmente el cuarto pilar da la opción de un ahorro adicional bajo un régimen de contribución definida y, finalmente el quinto pilar da cabida a otros esquemas de aportación solidaria ya sea ésta individual, intrafamiliar y de una generación a otra. En la siguiente gráfica se resume el esquema planteado por el Doctor Ham:



Conclusiones y Reflexiones Finales

Un nuevo sistema de pensiones no puede basarse en los tradicionales esquemas de trabajo (trabajo duradero para un mismo patrón mediante un contrato fijo) y el sistema tendrá que adaptarse a nuevas condiciones para incluir a otro tipo de poblaciones (población flotante, economía informal, empleo irregular, etc.), con sistemas de remuneración multipaís y otras particularidades como la organización familiar, grupal, etc. Ello conllevará a nuevos esquemas de organización de la economía, de las cuales, las generaciones futuras de actuarios, tendrán que proponer su registro y medición.

Tendremos que regular en qué se invierte el ahorro de las pensiones de tal manera que la inversión se enfoque en la mejora de la productividad futura y no en el gasto público ni para pagar prebendas.

Se tendrá que hacer un esfuerzo coordinado global y con microproductores para abaratar los servicios que serán necesarios para la creciente población de pensionados.

Ante el aumento de la esperanza de vida es necesario reforzar la salud preventiva y modificar el acuerdo social con jubilados para aumentar la etapa de productividad.

Aunque los controles de información no sean agradables para los que comercializan las medicinas y otros elementos del Seguro Social, es necesario establecer sistemas de costeo para saber como planear la atención a la salud.

Sobre este último punto creo que vale la pena profundizar: es un acuerdo casi universal que la información debe ser la base de una toma de decisiones racional. Si el principal objetivo de nuestros políticos es tomar decisiones acertadas, entonces ¿por qué hay tan poca información disponible sobre temas de utilización del sistema de salud, del sistema educativo, de cuantificación de la economía informal? “La información es importante para conocer, medir, controlar, mejorar e incidir objetivamente en la reproducción de la vida cotidiana: Entonces necesitamos tener un referente cuantitativo para saber si avanzamos o no avanzamos. ¿Cómo vamos a saber si avanzamos en cobertura de educación superior si no medimos cuántos estudiantes tenemos en relación a cuántos deberíamos tener? ¿Cómo vamos a saber si mejoramos en salud si no sabemos cuántas personas están enfermando o muriendo por determinadas enfermedades que pudieron haberse prevenido?” señala el Secretario de Planeación del Estado de Jalisco, Víctor Manuel González Romero¹³. Y en este sentido deberíamos hacer partícipes a las instituciones de investigación de la problemática nacional en la definición de la información necesaria para cuantificar, o cuando menos estimar de mejor manera, los impactos de los retos, que como sociedad, enfrentaremos en un futuro.

Bibliografía Adicional

1. Vega, J. L. y Bueno, B. Desarrollo adulto y envejecimiento. Madrid: Síntesis, 2000.
2. Pérez Vázquez, V. y Rama Morales, P. “Ancianidad y Envejecimiento, Una reflexión Sociológica sobre las residencias de ancianos”, Aposta, revista de ciencias sociales, No. 4, Enero 2004
3. Prahalad, C. K., “The fortune at the bottom of the pyramid”, 2005, Wharton School Publishing
4. Meza-Mejía1, M. y Villalobos-Torres E. M. La crisis de la jubilación como una oportunidad educativa, Educación y Educadores, Vol 11, No 2 (2008)

¹³ “Falta de información impide desarrollar estrategias de planeación”, Guadalajara, Jalisco, 16 de Mayo de 2010, informador.com.mx, <http://www.informador.com.mx/jalisco/2010/178111/6/falta-de-informacion-impide-desarrollar-estrategias-de-planeacion.htm>