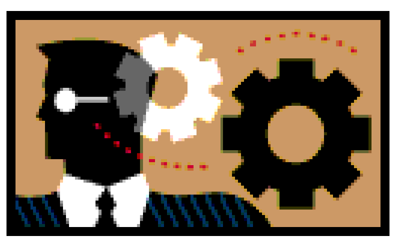
CONAC

ACTUARIOS TRABAJANDO

REVISTA MEXICANA DE INVESTIGACION ACTUARIAL APLICADA

q_x μ_x d_x

${}_tV_x$



A_x

l_x $\ddot{a}_x$ p_x

AÑO 2 NUM. 3

JULIO 2009

ACTUARIOS TRABAJANDO

REVISTA MEXICANA DE INVESTIGACION ACTUARIAL APLICADA

CONTENIDO

Estimados Colegas:

Es un gusto presentarles el tercer número de "Actuarios Trabajando", cuya publicación coincide con su primer aniversario. El objetivo de contar con esta revista electrónica es que, en el futuro, se convierta en uno de los medios relevantes de difusión del trabajo del actuario en México, incluyendo en ella temas de interés para todas las áreas del ejercicio profesional.

En esta ocasión, contamos con dos colaboraciones especiales, la primera sobre Enterprise Risk Management (ERM), un tema que cada día toma mayor fuerza y relevancia para los actuarios de todo el mundo, ejemplo de esto es la existencia del proyecto para otorgar, a través del CONAC, una credencial global de ERM.

La segunda colaboración especial nos introduce a la Asociación Internacional de Actuarios, proporcionándonos información sobre ella, bajo la perspectiva de Juan Carlos Padilla, nuestro delegado ante esa asociación.

El resto de los artículos de este número han sido analizados y aprobados por nuestro Comité de Revisores por lo que consideramos resultarán de gran interés para todos ustedes.

Los exhorto a que nos envíen sus colaboraciones para futuros números, así como sus opiniones a los artículos ya publicados, además de sus sugerencias para mejorar la revista.

Finalmente, quiero agradecer a Gabriel Núñez Antonio todo su entusiasmo y trabajo sin los cuales no hubiese sido posible la integración de este número.

Espero que disfruten la lectura y les envío un cordial saludo.

Dra. María de los Angeles Yáñez

Presidenta del Consejo Directivo del CONAC

Administración Integral de Riesgos

Rurik Magos Acosta

Director de Administración de Riesgos, Grupo Nacional Provincial. Av. Cerro de las Torres 395 Col. Campestre Churubusco, D.F. Correo electrónico: rurik.magos@gnp.com.mx. Tel. 52 27 36 45.

Resumen

El administrar una empresa, y en particular una aseguradora, implica el tomar decisiones acerca de la relación riesgo-rentabilidad de todos los elementos que la componen. En este trabajo se presenta una breve explicación de qué es y cómo se puede implementar una administración integral de riesgos de primer nivel, así como las principales aplicaciones y beneficios para la empresa.

I. Introducción

Una aseguradora es un intermediario financiero, es decir, se fondea emitiendo pasivos (pólizas de seguros) e invierte dichos fondos en distintas clases de activos de tal manera que el rendimiento que obtiene de los activos sea mayor al que paga a sus acreedores (asegurados), generando así valor para sus accionistas. Durante este proceso la empresa está expuesta a diferentes tipos de riesgos:

Riesgo actuarial: que el monto de siniestros pagados y gastos incurridos sea mayor al esperado al momento de la suscripción.

Riesgo de mercado: volatilidad en el valor del capital por variables económicas (tasas de interés, inflación, tipo de cambio).

Riesgo de crédito: posibilidad de incumplimiento (default) en las obligaciones de los deudores de la empresa (inversiones, reaseguro).

Riesgo operativo: posibilidad de pérdida por fallas en procesos internos, sistemas, errores humanos.

Este trabajo tiene los siguientes dos objetivos:

- Dar a conocer en qué consiste la administración integral de riesgos de primer nivel, incluyendo sus principales aplicaciones.
- Transmitir la necesidad de ver a la empresa desde la perspectiva del capital, es decir, no sirve gestionar los pasivos por un lado y los activos por otro. Lo que es útil es gestionar el capital, que es lo relevante para los accionistas.

II. Definición y Evolución de la Administración Integral de Riesgos

La administración integral de riesgos se puede definir como la disciplina que busca incrementar el nivel y la estabilidad del valor económico de la empresa, identificando, midiendo y monitoreando las incertidumbres a las que está expuesta; de tal manera que se optimicen las decisiones sobre riesgo y capital.

La administración de riesgos ha estado evolucionando desde un enfoque "tradicional" hacia un enfoque "moderno" por las siguientes razones:

- Mayor complejidad en los productos de seguros y en los mercados financieros.
- Pérdidas financieras importantes en empresas del sector financiero que podrían haber sido evitadas con mejores prácticas de administración de riesgos.

- Evolución en la regulación de intermediarios financieros (Basilea II y Solvencia II).

Las principales diferencias entre el enfoque “tradicional” y el “moderno” son:

Tradicional	**Moderno**
Administración en “silos”, por un lado pasivos y por otro activos.	Administración del capital, considerando activos y pasivos conjunta y consistentemente.
Valuaciones inconsistentes, algunos elementos del balance a costo y otros a mercado.	Valuación a mercado de activos y pasivos.
Enfoque determinístico.	Enfoque estocástico.
Requerimiento de capital regulatorio basado en reglas preestablecidas.	Requerimiento de capital regulatorio basado en el perfil de riesgo de la empresa.
Uso limitado, a veces sólo para cumplir requerimientos regulatorios.	Uso generalizado para mejorar la toma de decisiones sobre riesgo y capital.

III. Implementación

A continuación se mencionan los principales elementos para poder implementar exitosamente una administración integral de riesgos de primer nivel (moderna).

A. Convicción de la alta dirección de la conveniencia de implementar una administración integral de riesgos de primer nivel.

B. Que las áreas técnicas (actuariales) adopten un modelo conceptual consistente con una administración de riesgos moderna en los procesos de suscripción y tarificación.

C. Establecimiento de un área especializada independiente, para la administración integral de riesgos de la empresa.

D. Que los miembros de las áreas técnicas y del área de administración integral de riesgos sean profesionistas con conocimientos amplios sobre finanzas, actuaría, probabilidad, estadística, programación, y con orientación de negocio. En este punto el profesionista actuarial debe tener un rol primordial debido a que su preparación abarca la mayoría de estos requisitos.

E. Implementación de diferentes modelos:

   a. Generador de escenarios correlacionados (por ejemplo el basado en el concepto de cópula normal).

   b. Modelos actuariales estocásticos basados en frecuencia y severidad para los ramos de no vida.

   c. Modelos estocásticos (como por ejemplo el binomial) para mortalidad y caducidad en el ramo de vida.

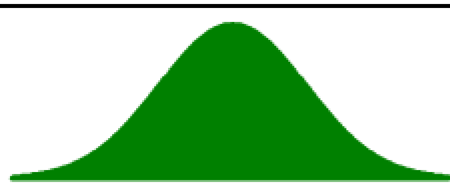
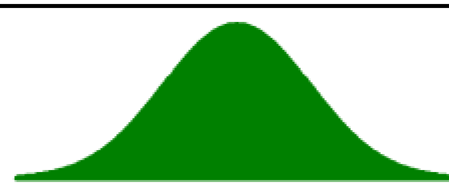
   d. Modelo de valuación de activos y pasivos consistentes con parámetros de mercado.

IV. Aplicaciones

La principal herramienta que resulta de los modelos de medición integral de riesgos es la distribución de probabilidad del capital en algún momento futuro a distintos niveles (empresa, ramo, producto). El conocimiento de esta distribución y sus componentes puede ser muy útil para la toma de decisiones sobre riesgo y capital. A continuación se describen algunas de las principales aplicaciones así como los reportes específicos que servirían para apoyar las decisiones.

A. Tarificación

Para el caso de tarificación, se pueden generar reportes como el ilustrado a continuación, donde se muestra la distribución del capital con la tarifa actual y con la tarifa propuesta, así como algunas estadísticas relevantes como probabilidad de insolvencia, media y volatilidad del retorno sobre el capital económico (RAROC).

Producto X (por ej. Tradicionales Dólares)	
Tarifa Actual	Tarifa Propuesta Cambio % =
Distribución del Capital Económico	Distribución del Capital Económico
 Prob. Insolvencia = E(RAROC) = σ(RAROC) =	 Prob. Insolvencia = E(RAROC) = σ(RAROC) =

B. Estrategia de activos dados los pasivos (ALM)

Para apoyar la toma de decisiones de inversión dados los pasivos, se pueden generar reportes como el siguiente.

Empresa / Ramo / Producto X								
Moneda	Plazo	Portafolio Actual	Sensibilidad del Capital	VaR del Capital	Benchmark de Sensibilidad	Benchmark de Riesgo	Portafolio Activo en Sensibilidad	Portafolio Activo en Riesgo
USD	1							
USD	7							
USD	28							
USD	90							
USD	180							
USD	270							
USD	360							
USD	720							
USD	1,080							
USD	1,440							
USD	1,800							
USD	2,520							
USD	2,880							
USD	3,600							
USD	4,320							
USD	5,400							
USD	7,200							
USD	9,000							
USD	10,800							
Total USD								
UDIS	1							
UDIS	7							
UDIS	28							
UDIS	91							
UDIS	182							
UDIS	273							
UDIS	364							
UDIS	728							
UDIS	1,092							
UDIS	1,456							
UDIS	1,820							
UDIS	2,548							
UDIS	2,912							
UDIS	3,640							
UDIS	4,368							
UDIS	5,460							
UDIS	7,280							
UDIS	9,100							
UDIS	10,920							
Total UDIS								
MXN	1							
MXN	7							
MXN	28							
MXN	91							
MXN	182							
MXN	273							
MXN	364							
MXN	728							
MXN	1,092							
MXN	1,456							
MXN	1,820							
MXN	2,548							
MXN	2,912							
MXN	3,640							
MXN	4,368							
MXN	5,460							
MXN	7,280							
MXN	9,100							
MXN	10,920							
Total MXN								
Total								

C. Estrategias de coberturas de riesgos (reaseguro, derivados)

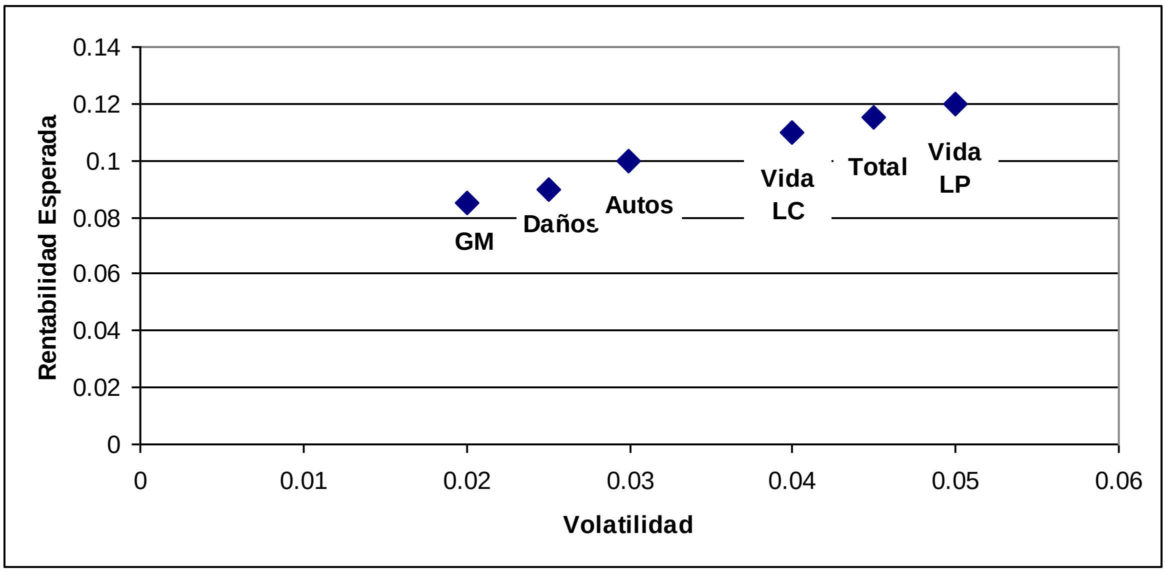
Para apoyar las decisiones sobre coberturas de riesgos como reaseguro e instrumentos derivados, se pueden generar reportes como los siguientes los cuales muestran el impacto de dichas estrategias en la distribución del capital.

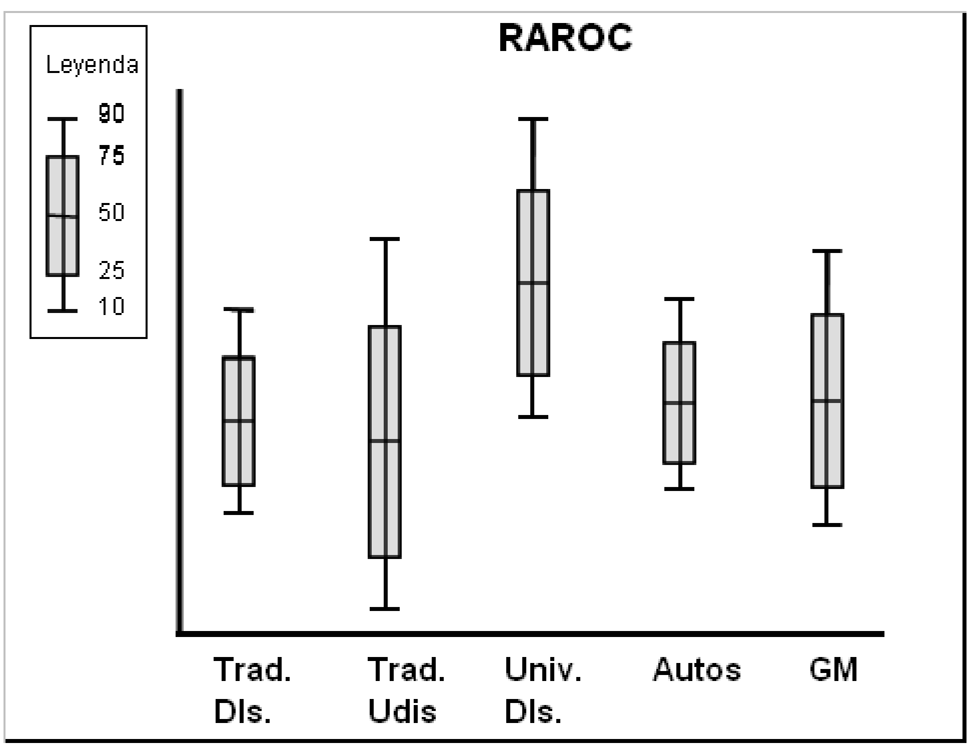
<table>
<tr><th colspan="2">Ramo / Producto X (por ej. Daños LC)</th></tr>
<tr><th>Esquema de Reaseguro Actual</th><th>Esquema de Reaseguro Propuesto</th></tr>
<tr><th>Distribución del Capital Económico</th><th>Distribución del Capital Económico</th></tr>
<tr><td>
Prob. Insolvencia =
E(RAROC) =
σ(RAROC) =</td><td>
Prob. Insolvencia =
E(RAROC) =
σ(RAROC) =</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Ramo / Producto X (por ej. Vida LP)</th></tr>
<tr><th>Sin Instrumentos Derivados</th><th>Con Derivados (por ej. una posición larga en futuros de tasa)</th></tr>
<tr><th>Distribución del Capital Económico</th><th>Distribución del Capital Económico</th></tr>
<tr><td>
Prob. Insolvencia =
E(RAROC) =
σ(RAROC) =</td><td>
Prob. Insolvencia =
E(RAROC) =
σ(RAROC) =</td></tr>
</table>

D. Planeación de negocio / Asignación de capital

Para apoyar las decisiones respecto a en qué ramos o productos invertir más o menos se pueden generar reportes como los siguientes, los cuales muestran estadísticas del rendimiento sobre el capital económico por ramo o producto.





E. Monitoreo y control de riesgos

En cuanto al monitoreo y control de riesgos se pueden generar reportes como los siguientes, que muestren en dónde se encuentra el valor y el riesgo de la empresa.

Valor Económico														
	Ramo 1						Ramo 2						Total Empresa	
	Producto 1		Producto 2		Total Ramo 1		Producto 3		Producto 4		Total Ramo 2			
	Fecha 1	Fecha 2	Fecha 1	Fecha 2	Fecha 1	Fecha 2	Fecha 1	Fecha 2	Fecha 1	Fecha 2	Fecha 1	Fecha 2	Fecha 1	Fecha 2
Activo														
Inversiones														
Deudor por Prima														
Préstamo s/Póliza														
Reaseguro														
Otros Activos														
Total Activo														
Pasivo														
RRC														
OPC														
Reaseguro														
Otros Pasivos														
Total Pasivo														
Capital														

VaR del Capital / Requerimiento de Capital Económico								
	Ramo 1			Ramo 2				
Tipo de Riesgo	Producto 1	Producto 2	Total Ramo 1	Producto 3	Producto 4	Total Ramo 2	Diversificación por Ramo	Total Empresa
Mercado								
Crédito								
Siniestral								
Operativo								
Diversificación por Riesgo								
Total								

F. Medición del desempeño financiero en términos ajustados por riesgo (RAPM).

En cuanto a la medición del desempeño de la empresa en términos ajustados por riesgo se pueden generar reportes como los siguientes, que permiten comparar los desempeños de distintos ramos o productos con diferentes perfiles de riesgo. En el primer enfoque se utilizan indicadores de rentabilidad sobre el requerimiento de capital económico (RAROC), en este caso es válido utilizar un mismo costo de capital. En el segundo enfoque se utilizan indicadores de rentabilidad sobre el capital real (ROI), en este caso se utilizarían costos de capital diferenciados por el riesgo de cada ramo o producto.

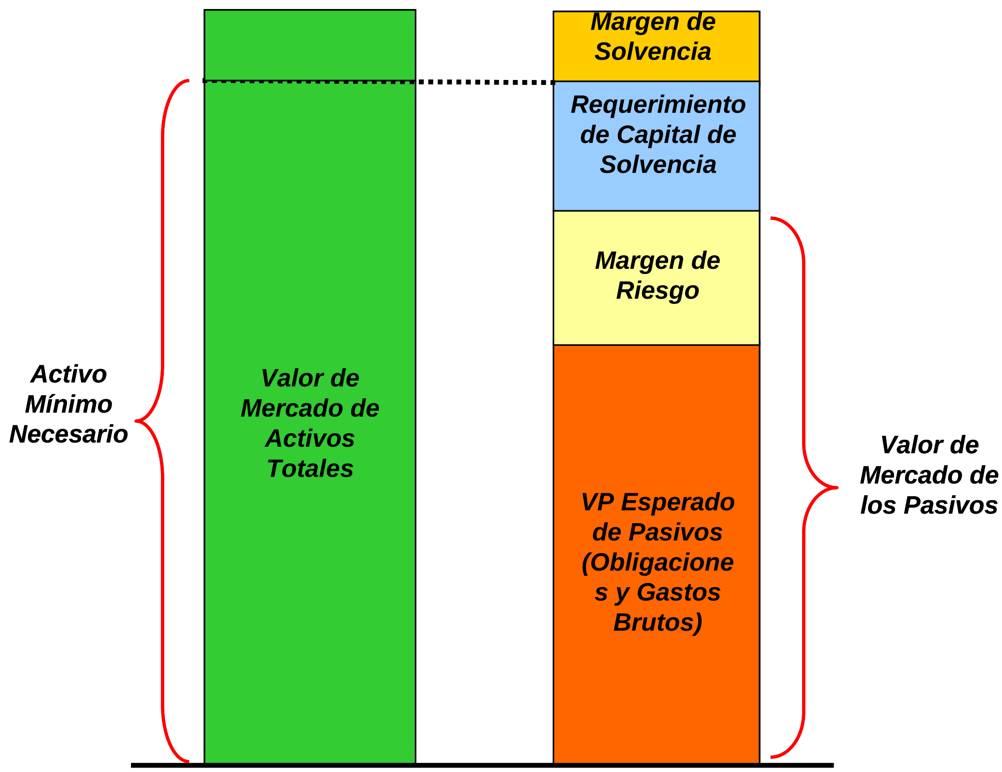
RAPM: Enfoque 1

Ramo	Req. Capital Económico	RAROC	Costo de Capital	EVA
Autos			8.0%	
Daños			8.0%	
GM			8.0%	
Vida LP			8.0%	
Vida LC			8.0%	
Total			8.0%	

RAPM: Enfoque 2				
Ramo	Capital Real	ROI	Costo de Capital	EVA
Autos			8.4%	
Daños			9.0%	
GM			6.0%	
Vida LP			7.0%	
Vida LC			8.0%	
Total			7.0%	

G. Cumplimiento regulatorio

Otra de las aplicaciones relevantes de este marco de medición y administración integral de riesgos, de acuerdo a la propuesta de ley de seguros en México, será el poder cumplir con los requerimientos regulatorios de reservas y capital utilizando los modelos internos, procurando así no tener reservas ni capital en exceso a lo requerido económicamente. En términos generales se tendrá un balance económico de la siguiente forma:



Para llegar a este balance económico seguimos los siguientes pasos:

1. Primero determinamos el activo mínimo necesario para poder cubrir las obligaciones y los gastos asociados, con una confianza del 99.5% (definición de nueva ley y de Solvencia II). Es decir buscamos un factor α tal que:

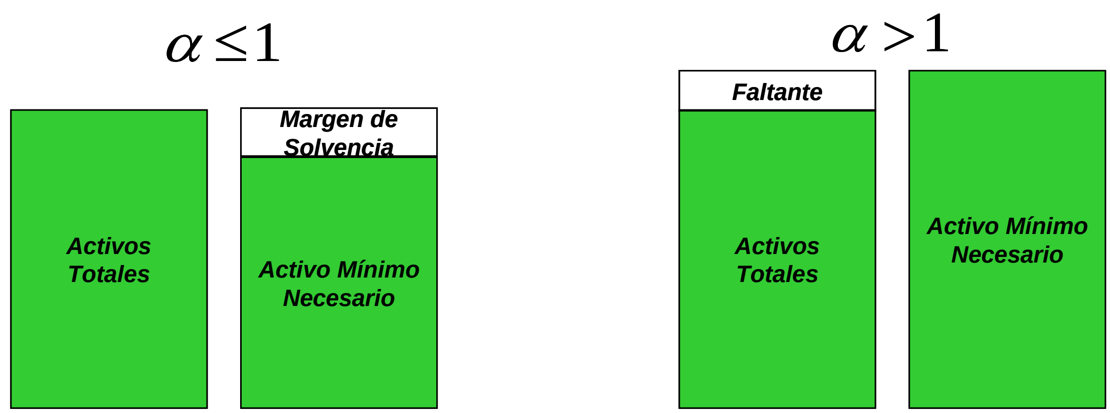
$$\Pr(\alpha A > P) = 99.5\%$$

➢***Donde:***

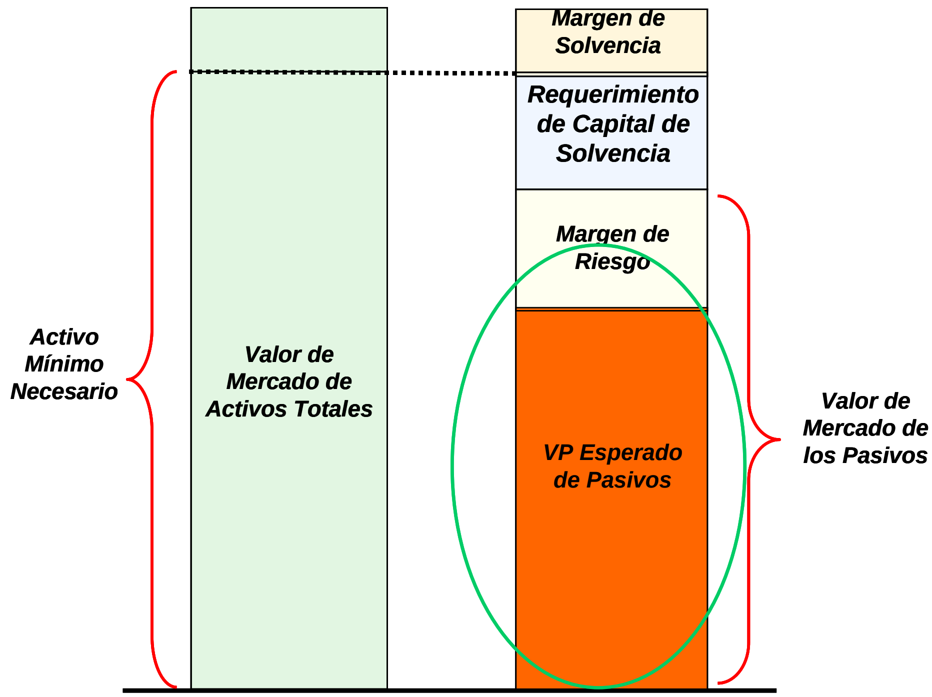
$A =$ ***Activo Total***

$P =$ ***Pasivo Total***

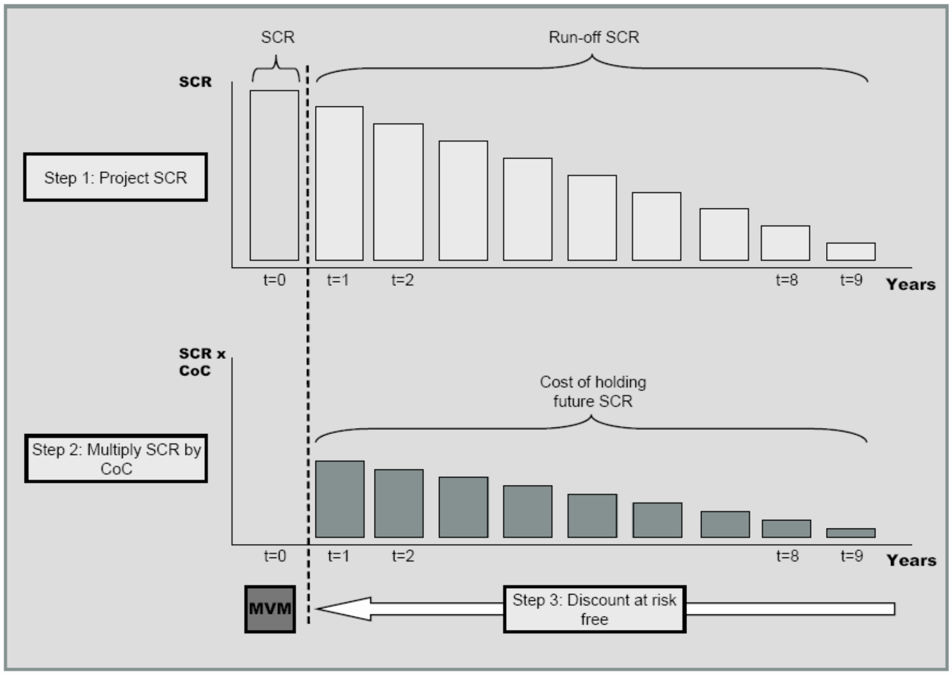
$\alpha A =$ ***Activo Mínimo Necesario***



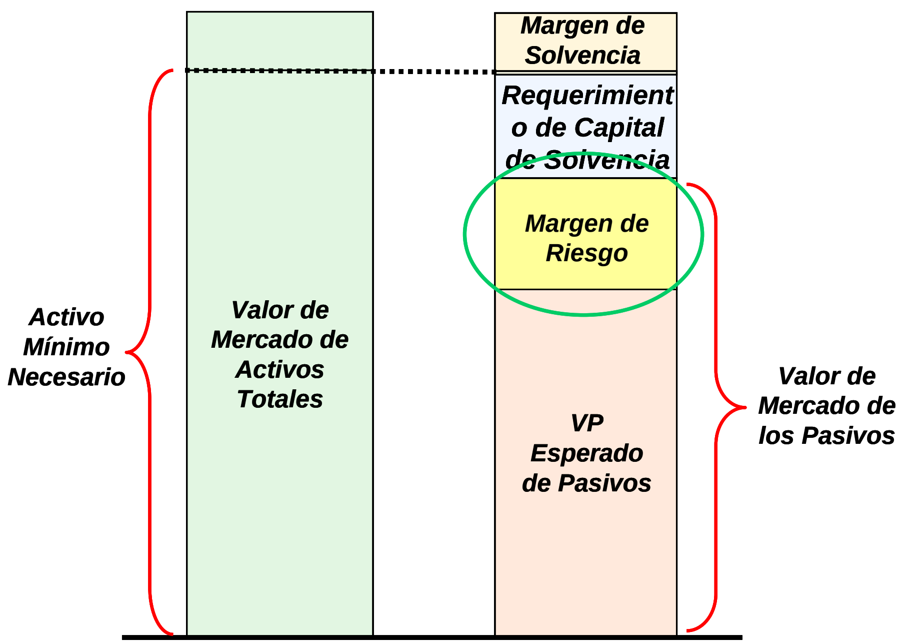
2. Se determina el valor esperado de los flujos futuros, considerando el valor temporal del dinero con base en las curvas de tasas de interés libres de riesgo. Los flujos futuros considerarán la totalidad de los ingresos y egresos necesarios para hacer frente a las obligaciones de los contratos de seguro y reaseguro.



3. Se determina el margen de riesgo, definido como el valor presente del exceso de la tasa de costo de capital sobre la tasa libre de riesgo, aplicado al requerimiento de capital de solvencia (capital requerido para soportar los riesgos asociados a la cartera). La suma del valor esperado de los pasivos más el margen de riesgo será el valor de mercado o "fair value" del pasivo, el cual se interpreta como el monto que habría que pagarle a un tercero para que asuma el pasivo.



SCR
Run-off SCR
SCR
Step 1: Project SCR
t=0
t=1
t=2
t=8
t=9
Years
SCR x CoC
Cost of holding future SCR
Step 2: Multiply SCR by CoC
t=0
t=1
t=2
t=8
t=9
Years
MVM
Step 3: Discount at risk free



Margen de Solvencia
Requerimiento de Capital de Solvencia
Margen de Riesgo
VP Esperado de Pasivos
Valor de Mercado de Activos Totales
Activo Mínimo Necesario
Valor de Mercado de los Pasivos

4. El requerimiento de capital de solvencia se determina por diferencia entre el activo mínimo necesario y el valor de mercado de los pasivos. El monto de activos que excede el mínimo necesario ya mencionado es igual al margen de solvencia. Debido a que existe un problema de “circularidad” ya que margen de riesgo depende del requerimiento de capital de solvencia, y a su vez el requerimiento de capital de solvencia depende del margen de riesgo, se plantea y resuelve el siguiente sistema de ecuaciones para resolver dicho problema circular.

Sean

$AM_n =$ Activo mínimo necesario en el momento n.

$P_n =$ Valor presente esperado del pasivo en el momento n.

$FV_n =$ Valor de mercado (fair value) del pasivo en el momento n.

$SCR_n =$ Requerimento de capital de solvencia en el momento n.

$CC =$ Tasa de costo de capital.

$i_n =$ Tasa spot libre de riesgo para un plazo de n.

$f_n =$ Tasa forward libre de riesgo del momento n a n+1.

Entonces tenemos que:

$$AM_n = FV_n + SCR_n$$

$$FV_n = P_n + \sum_{j=n} \beta_{nj} SCR_j$$

Donde:

$$\beta_{nj} = \frac{(CC - f_j)(1+i_n)^n}{(1+i_{j+1})^{j+1}}$$

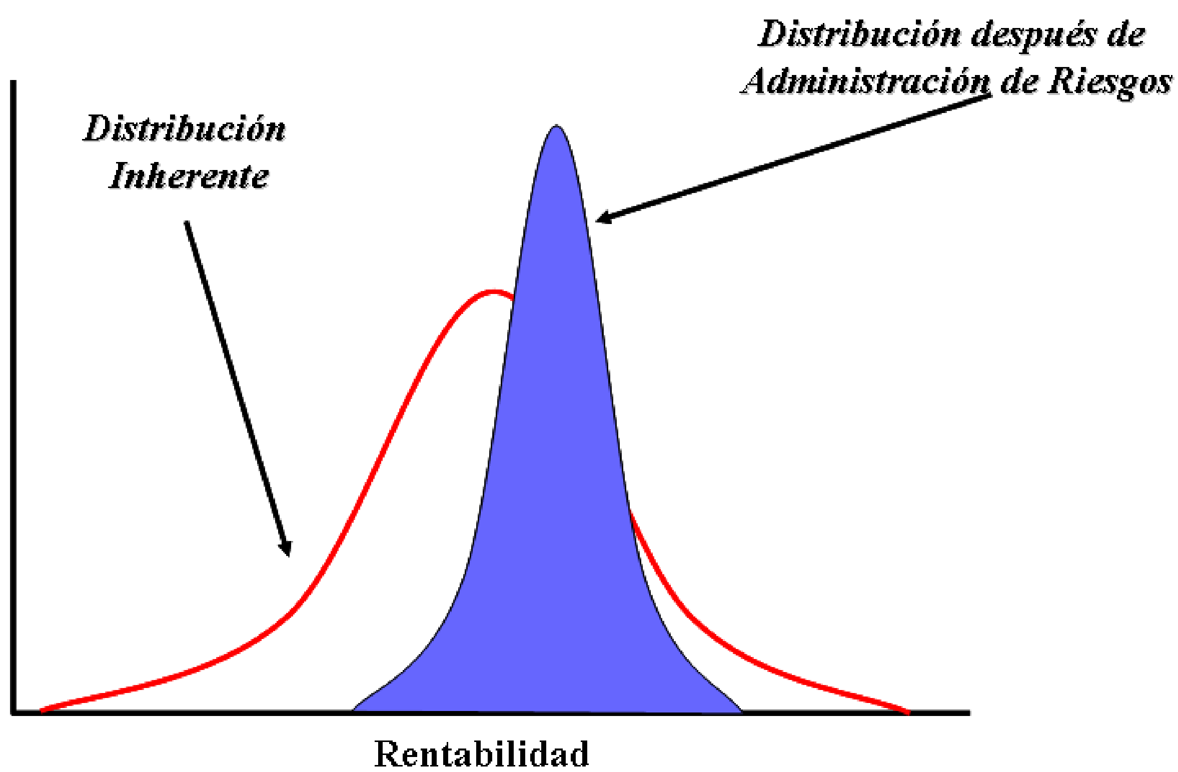
Por lo tanto tenemos que:

$$AM_n = P_n + (1+\beta_{nn})SCR_n + \sum_{j=n+1}\beta_{nj}SCR_j$$

Este es un sistema lineal de ecuaciones con el mismo número de ecuaciones que de incógnitas, siendo éstas las SCR_n.

V. Conclusiones

La administración integral de riesgos permite entonces optimizar las decisiones sobre riesgo y capital que enfrenta la empresa en sus procesos cotidianos y en su planeación estratégica. De esta manera se incrementará la rentabilidad y se reducirá el riesgo, como se muestra en la siguiente gráfica:



VI. Bibliografía

[1] Doff, René (2007), *Risk Management for Insurers*, Risk Books.

[2] Porteous, Bruce y Tapadar, Pradip (2006), *Economic Capital and Financial Risk Management for Financial Services Firms and Conglomerates*, Palgrave Macmillan.

Estimación de la Función de Distribución y su Inversa

Estudio sobre el desempeño de los kérneles gaussianos de suavizamiento

Carlos Cuevas Covarrubias, Roberto Jasso Fuentes* y Alejandro Sierra Conde.*

Centro de Investigación en Estadística y Matemáticas Aplicadas,
Escuela de Actuaría de la Universidad Anáhuac,
Huixquilucan Estado de México.
* Teléfono: 5627-02-10; ext. 8506 y 8244.
ccuevas@anahuac.mx,
rjasso@anahuac.mx

1 Introducción

La Probabilidad y la Estadística son pilares fundamentales de las Ciencias Actuariales. A diferencia de la Teoría de Probabilidad, la Estadística supone ignorancia sobre las características de los modelos matemáticos que rigen el comportamiento de los fenómenos bajo estudio; su objetivo es inferirlas a partir de la observación (Cuevas Covarrubias [9] y Silvey [19]). En este trabajo discutimos sobre un problema estadístico que tiene especial relevancia en la Teoría del Riesgo; este es, la estimación de la Función de Distribución y su inversa. Son varios los textos actuariales que discuten este tema; por ejemplo: Bowers et al [4], Hogg y Klugman [13] y Klugman et al [15]. A diferencia de los textos citados, nuestra discusión se desarrolla desde la perspectiva de la Estadística no paramétrica; y específicamente trata sobre la aplicación de kérneles gaussianos de suavizamiento. Nuestro objetivo es ofrecer un texto introductorio dirigido a los actuarios profesionales y a los estudiantes de Actuaría interesados en temas de

Estadística Aplicada. Escribimos este artículo motivados también por la publicación de una Circular de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas proponiendo la aplicación de kérneles de suavizamiento para el cálculo del requerimiento bruto de solvencia (CNSF [7]). Nuestra discusión comienza en la siguiente sección recordando dos conceptos fundamentales: estos son los de *Función de Distribución* y *Función de Densidad*. En la sección 3 describimos dos estimadores empíricos de la función de distribución y justificamos la aplicación de los kérneles de suavizamiento. En la cuarta sección analizamos el desempeño de un nuevo criterio para calibrar los niveles de suavizamiento (propuesto recientemente en Cuevas Covarrubias y Vilchis Bernal [10]). Mediante un breve estudio de Monte Carlo, demostramos que la aplicación de este criterio permite disminuir los errores cuadráticos medios al estimar tanto la función de distribución como su inversa.

2 Funciones de Distribución y de Densidad.

En las Ciencias Actuariales, las funciones de distribución y de densidad son la base para describir matemáticamente los procesos de supervivencia y mortalidad humana (Bowers et al [4] cap. 3). La Teoría del Riesgo las ocupa para modelar cuantitativamente los montos de las pérdidas registradas en un plan de seguro (Hogg y Klugman [13] y Klugman et al [15]). Al mismo tiempo, la inversa de una función de distribución define cantidades importantes como el deducible y la máxima pérdida esperada (Bowers et al [4] cap. 13). Esta sección busca recordar brevemente con nuestros lectores el significado de ambos conceptos.

Dada una variable aleatoria X, su Función de Distribución de Probabilidad Acumulada (o simplemente su Función de Distribución) es una función $F : R \to [0,1]$ definida como $F(t) = \Pr[X \leq t]$, donde R representa el conjunto de los números reales. Una definición equivalente de este concepto aparece en Mood et al [16] pag. 56: "Una función $F : R \to [0,1]$ es de Distribución, siempre que cumpla con las siguientes propiedades:

1. F es no decreciente; i.e. $F(t) \leq F(t+h)$ para todo $h > 0$.
2. F es continua por la derecha; i.e., $\lim_{0<h\to 0} F(t+h) = F(t)$.
3. $\lim_{t\to -\infty} F(t) = 0$ y $\lim_{t\to\infty} F(t) = 1$".

Una variable aleatoria X es continua siempre que su función de distribución sea absolutamente continua. A partir de este momento y a lo largo de todo este trabajo, basaremos nuestra discusión en el supuesto de que observamos variables aleatorias continuas. Dada una función de distribución continua F y un número p entre cero y uno ($0 < p < 1$), el *100p*º percentil de F es aquel $t \in R$ tal que la igualdad $F(t) = p$ se cumple. Algunos problemas importantes dentro de las Ciencias Actuariales son en buena medida un problema de estimación de percentiles; por ejemplo, la estimación del valor en riesgo (VAR) (Jorion [14]). Una función de densidad es una función $f : R \to [0,\infty)$ tal que $\int_R f(t)dt = 1$. SI f es una función de densidad; entonces $F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)dx$ es una función de distribución. Para aquellos actuarios interesados en estudiar estos conceptos con mayor detalle, recomendamos el texto de Bartoszynski y Niewiadomska-Bugaj [2] y el capítulo 3 de Bowers et al [4].

3 Estimadores Empíricos y Suavizados

La Función de Distribución Empírica es sin lugar a duda, el estimador no paramétrico de la función de distribución más empleado en la práctica. Es fácil de implementar y cómodo en el trabajo analítico. Sin embargo, cuando la variable aleatoria bajo estudio es continua, la función empírica de distribución tiene inconvenientes matemáticos que pueden mejorarse mediante un proceso de suavizamiento. Diversos autores (por ejemplo Borovkov [3], Reiss [17] y Silvey [19]) definen a la función de distribución empírica de modo equivalente al siguiente:

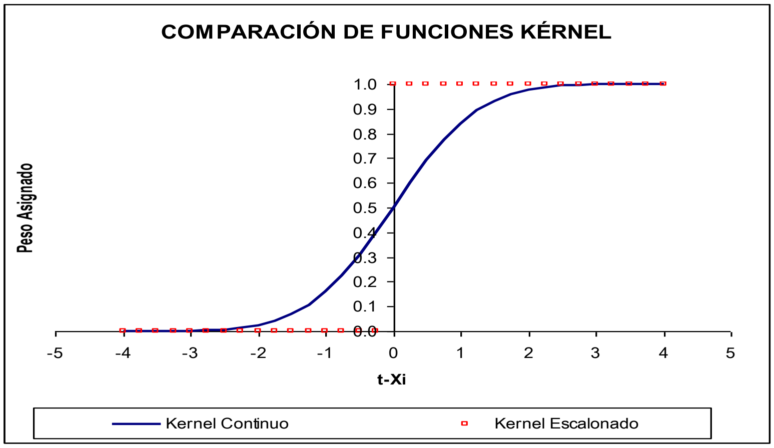
Definición 3.1 *Sea* $\underline{x} = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ *una sucesión de* n *realizaciones independientes de la variable aleatoria continua* X. *La función de distribución empírica asociada a* $\underline{x}$ *es la función* $\hat{F}: R \to [0,1]$ *definida como:* $\hat{F}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(t - x_i)$, *siendo* $I(z) = 1 \quad si \quad z \geq 0$, *y* $I(z) = 0 \quad si \quad z < 0$.

El lector podrá comprobar que $\hat{F}$ es una función de distribución y que cumple con las propiedades citadas en la sección anterior. Dado un $t \in R$ fijo, $\hat{F}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(t - x_i)$ es un estimador insesgado de $F(t)$; y en cada punto $Var(\hat{F}(t)) = \frac{F(t)(1 - F(t))}{n}$ converge a cero conforme $n \to \infty$. No obstante sus bondades, $\hat{F}(t)$ tiene el inconveniente de ser una función escalonada; y por lo tanto, un estimador discontinuo de una función continua. Respecto a las propiedades de este estimador, en Borovkov [3] pag. 64 se comenta que la distribución empírica no tiene densidad, y que “Esto puede resultar incómodo en los casos cuando sabemos de antemano que la distribución inicial tiene densidad”. De manera similar, en Klugman et al [15] pag. 316 se comenta que la distribución empírica “tiene el problema de ser siempre discreta”, por lo que puede resultar en “una aproximación pobre” cuando la verdadera distribución es continua.

Definición 3.2 *Sea p un número positivo menor a uno, y sea* $\hat{F}$ *una distribución empírica definida a partir de una muestra observada, el estimador empírico del 100p^o^ percentil de F se define como:* $\hat{t}_p = \min\left\{t \in R \middle| \hat{F}(t) \geq p\right\}$ (ver Hogg y Craig [12] y Takeuchi et al [20]).

Dada la definición anterior, el estimador empírico de cualquier percentil será siempre un elemento de la muestra observada; por lo tanto, una misma observación puede ser el valor estimado para dos o más percentiles de F. La discontinuidad de $\hat{F}$ es consecuencia de la discontinuidad en $I(t-x_i)$. La función indicadora I en $\hat{F}$ es llamada kérnel o núcleo del estimador. Es un ponderador que cuantifica la importancia de los elementos de la muestra observada dependiendo de si están por arriba o por debajo de t. Es posible mejorar este estimador reemplazando la función indicadora I por un núcleo suave K. Este trabajo estudia el desempeño de los estimadores basados en el kérnel gaussiano; i.e. cuando $K(z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy$. En la gráfica 1 se presentan ambas funciones: $I(z)$ y $\Phi(z)$. El lector podrá notar cómo es que al reemplazar a I por Φ en $\hat{F}(t)$, las observaciones en muestra serán ponderadas de forma gradual; i.e.

asignando pesos cada vez más pequeños a aquellas observaciones que se alejan de t por la derecha, y dando mayor importancia a aquellas que se alejan por la izquierda.



Gráfica 1: Comparación de las funciones $I(z)$ y $\Phi(z)$.

Definición 3.3 *Sea* $\underline{x} = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ *una sucesión de* n *realizaciones independientes de una variable aleatoria continua* X *distribuida conforme a una cierta función de distribución* F *completamente desconocida. Una función de distribución empírica suavizada es cualquier función* $\tilde{F}: R \to [0,1]$ *definida como:* $\tilde{F}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{t - x_i}{h}\right)$*; siendo* $h > 0$ *y* K *una función de distribución continua y derivable (ver Reiss[17], Borovokov [3] y Klugman et al [15]).*

En contraste con el estimador empírico $\hat{F}$, la distribución suavizada $\tilde{F}$ es necesariamente continua y derivable. Si suponemos además que $K(z) > 0$ en todo $z \in R$, entonces podemos garantizar que $\tilde{F}$ es invertible en todos sus puntos.

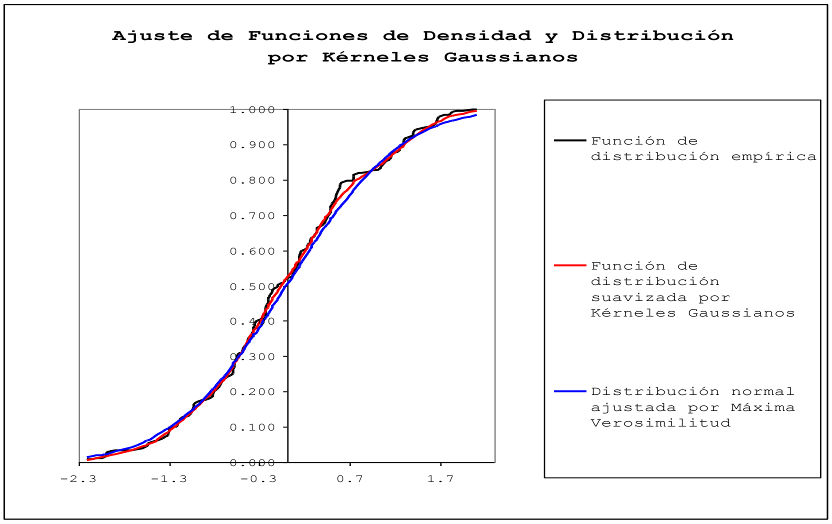
Bajo este supuesto podemos proponer, en concordancia con lo establecido en la sección 2, la siguiente definición:

Definiciòn 3.4 *Dado un número p (*0 < *p* < 1*) y una función de distribución empírica suavizada* $\tilde{F}$ *, el correspondiente estimador del 100pº percentil de F es la solución a la siguiente ecuación en* $\tilde{t}_p : p = \tilde{F}(\tilde{t}_p)$.

Por lo general, los percentiles estimados a partir de $\tilde{F}$ se obtienen numéricamente. En Azzalini [1] se propone utilizar el método de Newton-Raphson; sin embargo, nuestra experiencia es que resulta difícil garantizar la convergencia de este método. Sugerimos a nuestro lector utilizar en cambio los métodos de búsqueda binaria o el método de la secante (en Vilchis Bernal [21] se comenta con detalle a este respecto). Conforme a la definición 3.3, el kérnel K que define a $\tilde{F}(t)$ es necesariamente una función derivable. Así, la primera derivada de $\tilde{F}(t)$;

$$\tilde{f}(t) = \frac{d}{dt}\tilde{F}(t) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K'\left(\frac{t - x_i}{h}\right),$$

es un estimador suavizado de la función de densidad (ver Silverman [18]). La gráfica 2 muestra los resultados obtenidos al estimar la función de distribución a partir de una muestra aleatoria de 100 observaciones provenientes de una normal estándar; en ella se comparan las funciones de distribución empírica y empírica suavizada contra la estimada por máxima verosimilitud. Es posible ver cómo $\hat{F}(t)$ está formada por segmentos de recta y por lo tanto, no es derivable. El estimador $\tilde{F}(t)$ en cambio, es una función suave.



Gráfica 2: Comparación de tres estimadores de la función de distribución

Generalmente, en la práctica se ocupan kérneles cuyas funciones de densidad son simétricas alrededor de 0 y con varianza unitaria; sin embargo, ésta no es una característica indispensable. A este respecto, en Borovkov [3] pag. 64 y en Reiss [17] se afirma que cualquier función de distribución continua puede ocuparse como kernel. De manera similar, en Bowman y Azzalini [5] pag. 3 se comenta que "… la forma exacta del kernel no es demasiado importante". Por otro lado, el trabajo de Carriere [6] analiza el desempeño de la función Gamma (asimétrica y no centrada en cero) como kernel para estimar funciones de distribución con soporte en los reales positivos. Con frecuencia, el trabajo actuarial demanda estimar la función de distribución de variables aleatorias no negativas. En este caso, al ocupar un kérnel gaussiano los estimadores definidos en 3.3 asignan equivocadamente valores positivos de la distribución a cualquier número real (sea positivo o negativo). Este inconveniente puede resolverse de manera sencilla; basta transformar la muestra aplicando una transformación biyectiva $T: R^{+} \to R$ y luego construir el estimador $\tilde{F}$ con base en la muestra transformada (regresando a la escala original siempre que el objetivo sea estimar un percentil). Supongamos que se aplica la transformación $y_i = \ln(x_i)$; la forma de $\tilde{F}$ con base en un kérnel gaussiano aplicado a la muestra transformada es

$$\tilde{F}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Phi\left(\frac{\ln(t) - y_i}{h}\right).$$

El lector notará sin duda que esta solución equivale a ocupar como kérnel el modelo Log-Normal (que no es simétrico). El estimador de la función de densidad en este caso es

$$\tilde{f}(t) = \frac{1}{nht}\sum_{i=1}^{n}\phi\left(\frac{\ln(t) - y_i}{h}\right).$$

Cuando el soporte de la distribución son los reales positivos, esta idea es muy útil para estimar la función de distribución (o su inversa) en valores cercanos a 0. Si el objetivo es estimar $F(t)$ (o su inversa) en la cola derecha de la distribución; entonces se recomienda ocupar directamente el estimador definido en 3.3.

La mayoría de los textos especializados en suavizamiento por kérneles, presentan la técnica como un medio para estimar funciones de densidad y curvas de regresión (por ejemplo: Silverman [18] y Bowman y Azzalini [5]). Tres discusiones interesantes sobre la estimación de la Función de Distribución y su inversa son las de Reiss [17], Azzalini [1] y Carriere [6]. En Reiss [17] se comparan las propiedades asintóticas de los estimadores suavizados con los estimadores empíricos. El trabajo de Azzalini [1] explora el desempeño de los estimadores suavizados con base en un segmento de polinomio de grado tres; los resultados muestran la conveniencia de calibrar el parámetro de suavizamiento adecuándolo a dos secciones de la curva. En la literatura se reportan aplicaciones de los kérneles de suavizamiento en diversas áreas; dos específicas dentro de las Ciencias Actuariales aparecen en CNSF [7] y en Vilchis Bernal [21].

4 Suavizamiento Óptimo

El parámetro h en la definición 3.3 permite controlar el nivel de suavizamiento, y en principio éste es definido libremente por el usuario. Es conveniente notar que $\lim_{h\to 0}\tilde{F}(t)=\hat{F}(t)$; en otras palabras, la distribución empírica es un caso límite de la distribución empírica suavizada. Por otro lado $\lim_{h\to\infty}\tilde{F}(t)=\frac{1}{2}\,\forall t.$ ¿Cuál es entonces el nivel óptimo de suavizamiento? Azzalini [1] resuelve el problema minimizando el Error Cuadrático Medio Integrado. Ocupando un polinomio de Taylor para valores pequeños de h, demuestra que el nivel óptimo de suavizamiento es

$$h^{*}=O\left[n^{-\frac{1}{3}}\right];$$

es decir, que h^{*} tiende a cero conforme el tamaño de muestra crece, y que converge a la misma velocidad que $n^{-\frac{1}{3}}$. Mediante un proceso similar, Silverman [18] demuestra que el orden de magnitud de h para estimar una función de densidad es $h^{*}=O\left[n^{-\frac{1}{5}}\right]$. Con el objeto de establecer un estándar técnico en el cálculo del Requerimiento Bruto de Solvencia, en CNSF [7] se propone estimar la función de densidad conforme a la propuesta de Silverman [18], y luego integrar este estimador para calcular las funciones de distribución de las pérdidas acumuladas en diversos ramos de seguro. La estrategia propuesta en CNSF [7] se ha aplicado en otros contextos (por ejemplo, Faraggi y Reiser [11] la ocupan para evaluar la calidad del diagnóstico médico mediante curvas ROC suavizadas); sin embargo, la diferencia entre los órdenes de magnitud implica un cierto riesgo de producir estimadores suavizados en exceso. En Azzalini [1] se aplica el kérnel de Epanechnikov (polinomio de grado 3). Aplicando un kérnel gaussiano y siguiendo la misma metodología, en Cuevas Covarrubias y Copas [8] y en Cuevas Covarrubias y Vilchis Bernal [10] se obtiene la siguiente aproximación al error cuadrático medio integrado de $\tilde{F}$:

$$ECMI\left(\tilde{F} \mid h\right) = h^4\left(2\tau_1^1\right)^2 \int_R \left(f'(t)\right)^2 dt + h\,\frac{2}{n}\left[\tau_0^2 - \tau_0^1\right] \; ;$$

siendo $\tau_l^m = \int_0^\infty \Phi(-s)^m s^l ds$, para $l = 0,1$ y $m = 1,2$. En el apéndice A2 al final de este documento verificamos que $\tau_1^1 = \frac{1}{4}$ y que $\left[\tau_0^2 - \tau_0^1\right] = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$. Este resultado nos conduce a la siguiente aproximación de $ECMI(\tilde{F} \mid h)$:

$$ECMI\left(\tilde{F} \mid h\right) = \frac{h^4}{4} \int_R \left(f'(t)\right)^2 dt + \frac{h}{n\sqrt{\pi}} \, .$$

Minimizando esta expresión obtenemos la siguiente aproximación al nivel óptimo de suavizamiento para $\tilde{F}$ definida con base en un kérnel gaussiano:

$$h^* = \left[\frac{1}{n\sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(f'(x)\right)^2 dx} \right]^{\frac{1}{3}} .$$

Hacemos notar que la integral en el denominador de la expresión anterior es una medida de “rugosidad” de la función de distribución F ; así, funciones poco suaves requieren menor suavizamiento para poder captar sus cambios de concavidad. Si suponemos que f es la densidad de una Normal($0, \sigma^2$); podemos demostrar que $h^* = \left[\frac{4}{n}\right]^{\frac{1}{3}} \sigma$.

Al minimizar el Error Cuadrático Medio Integrado obtuvimos un parámetro de suavizamiento h^* que es óptimo en un sentido global. Sin embargo, los resultados de un estudio de Monte Carlo reportado en Azzalini [1] sugieren que puede valer la pena calibrar el nivel de suavizamiento dependiendo de la densidad de la muestra alrededor del punto de estimación. El Error Cuadrático Medio de $\tilde{F}(t)$ como estimador de $F(t)$ en un t fijo, se minimiza al ocupar el siguiente nivel de suavizamiento (Cuevas Covarrubias y Vilchis Bernal [10]):

$$h_t^* = \left[\frac{f(t)}{n\sqrt{\pi}\left(f'(t)\right)^2}\right]^{\frac{1}{3}}.$$

El parámetro de suavizamiento h_t^* es útil en las regiones de alta concavidad de F. Su aplicación para estimar valores en las colas de la función de distribución o cercanos a los puntos de inflexión de F, puede provocar demasiado suavizamiento. Para resolver este problema, se propone estimar la función de distribución aplicando un parámetro de suavizamiento dinámico que es función de t:

$$h(t) = \min\{h^*, h_t^*\}.$$

5. Estudio de Monte Carlo

En esta sección presentamos los resultados de un estudio de simulación. El objetivo es evaluar el desempeño de los estimadores suavizados por kérneles a partir de un ejercicio computacional. El estudio se hizo simulando variables aleatorias bajo las siguientes distribuciones: Normal Estándar, Doble Exponencial y Ji-Cuadrada. Esto permitió evaluar el desempeño de los estimadores en tres contextos diferentes. Medimos el error cuadrático medio de las distribuciones empíricas y empíricas suavizadas calculadas en 10,000 muestras de tamaño 20 para cada caso (la estimación basada en kérneles de suavizamiento es especialmente útil cuando se trabaja con muestras pequeñas). Siempre, los puntos de estimación fueron los percentiles 1, 5, 10, 25, 50, 75, 90, 95 y 99. Tanto la función de distribución como su inversa, se estimaron con los criterios descritos en las secciones anteriores; es decir, la función de distribución empírica y la distribución empírica suavizada. Comparamos el resultado de los estimadores suavizados ocupando los dos parámetros de suavizamiento discutidos en la sección anterior: i.e. $h*$ y $h(t) = \min\{h*, h_t^*\}$. Los resultados mostrados en las tablas 1, 2 y 3 del apéndice A1 contienen los errores cuadráticos medios obtenidos para la distribución normal estándar; el beneficio del proceso de suavizamiento es evidente (tanto al estimar la distribución como su inversa). Los resultados sugieren además que el parámetro de suavizamiento dinámico $h(t)$ permite lograr mayor precisión en cada punto; aunque también sugiere que el parámetro $h*$ resulta más conveniente cuando el objetivo es estimar percentiles en los extremos de la distribución. Las tablas 4, 5, y 6 del mismo apéndice muestran los resultados obtenidos en un ejercicio similar pero con muestras provenientes de una doble exponencial. Aunque de forma menos contundente, los resultados nuevamente ilustran la conveniencia de los procesos de suavizamiento. Las últimas tablas del apéndice A1 muestran un ejercicio en donde se aplican kérneles de suavizamiento para estimar una función de distribución con base en una muestra proveniente de una Ji-cuadrada con 5 grados de libertad. Los percentiles 1, 5 y 10 se estimaron aplicando la distribución Log-Normal como función kérnel; el resto de los percentiles se estimaron aplicando directamente el estimador definido en 3.4 con un kernel gaussiano. Los resultados ilustran nuevamente los beneficios del proceso de suavizamiento, y permiten notar la conveniencia de calibrar el parámetro de suavizamiento en cada punto.

6. Conclusión

Hemos presentado una discusión introductoria al problema de estimación de la función de distribución y su inversa. Los resultados de un estudio de Monte Carlo sugieren que, en general, la aplicación de kérneles de suavizamiento ayuda a disminuir el error cuadrático medio de los estimadores empíricos. Sugieren también que la propuesta de Cuevas Covarrubias y Vilchis Bernal [10] permite elevar la precisión de los estimadores obtenidos. Un resultando interesante, es el buen funcionamiento del kérnel Log-Normal al estimar los primeros percentiles de la distribución Ji-Cuadrada. Creemos que el estudio y aplicación de nucleos de suavizamiento constituye sin duda una alternativa interesante dentro del análisis estadístico aplicado a las ciencias actuariales. Esperamos que nuestra discusión haya sido útil y motivante para nuestros lectores.

Agradecimiento

Expresamos nuestro agradecimiento a los árbitros que revisaron este trabajo; consideramos que sus comentarios y sugerencias fueron de mucha utilidad.

Bibliografía

[1] Azzalini A. (1981); *A note on the Estimaton of a Distribution Function and Quantiles by a Kernel Method*. Biometrika, Vol. 68, No. 1, pp. 326-328.

[2] Bartoszynski R. y Niewiadomska-Bugaj (2008); *Probability and Statistical Inference 2nd edition*, Wiley.

[3] Borovkov A. A. (1988); *Estadística Matemática*, Editorial Mir Moscú.

[4] Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A. & Nesbitt C.J. (1997); *Actuarial Mathematics*, The Society of Actuaries.

[5] Bowman A.W. y Azzalini A. (1997); *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis: the kernel approach with S+ ilustrations*. Oxford Statistical Science Series, No. 18, Oxford Sicence Publicatios.

[6] Carriere J. (1993); *Nonparametric estimators of a Distribution Function bassed on Mixtures of Gamma Distributions*; Actuarial Research Clearing House, Vol. 3, 1-11.

[7] Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (2003); *Cálculo de los factores para la determinación del requerimiento bruto de solvencia de las instituciones de seguros en la operaciones de Accidentes y Enfermedades y Daños*: Nota Metodológica.

[8] Cuevas Covarrubias C. y Copas J.B. (2001); *Using Gaussian Kernels to estimate the Area under the ROC*. Research Report 386, Department of Statistics, University of Warwick.

[9] Cuevas Covarrubias C. (2005); *La Estadística, herramienta del investigador*, Memorias del Primer Simposio de Investigación de la Universidad Anáhuac.

[10] Cuevas Covarrubias C. y Vilchis Bernal S. (2008); *Estimación de Cuantiles y su Aplicación en el Seguro de Daños*. Cartel de Investigación publicado en las Memorias del Simposio de Investigación, “Conocimiento, Bienestar y Desarrollo”, Universidad Anáhuac.

[11] Faraggi D. y Reiser B. (2002); *Estimation of the Area Under the ROC curve*, Statistics in Medicine, **21**:3093-3106.

[12] Hogg R.V. & Craig A. T. (1978); *Introduction to Mathematical Statistics*, Prentice Hall.

[13] Hogg R.V. & Klugman S.A. (1984); *Loss Distributions*, Whiley.

[14] Jorion P. (2000); *The new benchmark for managing financial risk; Value At Risk*, 2nd ed., McGraw-Hill.

[15] Klugman S.A., Panjer H.H. y Willmot G. E. (2004); *Loss Models, from data to decisions*, 2nd *ed*. Willey Series in Probability and Statistics.

[16] Mood A.M., Graybill F.A., Boes D.C. (1974); *Introduction to the Theory of Statistics*, 3rd ed. McGraw-Hill, International Editions.

[17] Reiss R. D. (1981); Nonparametric estimation of smooth distribution functions, *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol 8. No. 2, pp. 116-119.

[18] Silverman B. W. (1986); *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Monographs on Statistics and Applied Probability, Vol. 26, Chapman & Hall.

[19] Silvey S. D. (1970); *Statistical Inference*, Peguin Books.

[20] Takeuchi I. Lee Q.V., Sears T.D., Smola A.J. (2006); Nonparametric Quantile Estimation, *Journal of Machine Learning Research*, 7 1231-1264.

[21] Vilchis Bernal S. (2007); *El requerimiento bruto de solvencia en México, Revisión Metodológica*. Tesis de Maestría en Ciencias Actuariales, Escuela de Actuaría, Universidad Anáhuac, México.

APÉNDICE A1 (Estudio de Monte Carlo)

Resultados obtenidos con 10,000 simulaciones de una muestra de tamaño 20, proveniente de una Normal Estándar.

TABLA 1

Distribución Empírica							
F(t)				Finv(p)			
t	Sesgo	Varianza	ECM	p	Sesgo	Varianza	ECM
-2.3263	-0.0001	0.0005	0.0005	**0.01**	0.4602	0.2729	0.4847
-1.6449	-0.0005	0.0023	0.0023	**0.05**	-0.2213	0.2729	0.3219
-1.2816	-0.0002	0.0045	0.0045	**0.1**	-0.1244	0.1556	0.1711
-0.6745	-0.0005	0.0093	0.0093	**0.25**	-0.0692	0.0924	0.0972
0	0	0.0125	0.0125	**0.5**	-0.0628	0.0758	0.0797
0.6745	0.0003	0.0093	0.0093	**0.75**	-0.0844	0.0871	0.0942
1.2816	0.0007	0.0045	0.0045	**0.9**	-0.1525	0.1221	0.1454
1.6449	0.0002	0.0024	0.0024	**0.95**	-0.2391	0.1603	0.2175
2.3263	0.0001	0.0005	0.0005	**0.99**	-0.4635	0.2722	0.4871

TABLA 2

Distribución Empírica Suavizada (h*)							
F(t)				Finv(p)			
t	Sesgo	Varianza	ECM	p	Sesgo	Varianza	ECM
-2.3263	0.0123	0.0005	0.0006	**0.01**	-0.1763	0.2894	0.3205
-1.6449	0.0256	0.0019	0.0026	**0.05**	-0.0594	0.2703	0.2738
-1.2816	0.0305	0.0033	0.0043	**0.1**	-0.1409	0.1387	0.1585
-0.6745	0.0257	0.0059	0.0066	**0.25**	-0.0871	0.0711	0.0786
0	0.0001	0.0072	0.0072	**0.5**	0.0004	0.057	0.057
0.6745	-0.026	0.006	0.0066	**0.75**	0.0874	0.073	0.0806
1.2816	-0.0307	0.0034	0.0043	**0.9**	0.1632	0.1169	0.1435
1.6449	-0.0257	0.002	0.0026	**0.95**	0.2049	0.1662	0.2082
2.3263	-0.0125	0.0005	0.0007	**0.99**	0.1816	0.2987	0.3317

TABLA 3

Distribución Empírica Suavizada (h(t))							
F(t)				Finv(p)			
t	Sesgo	Varianza	ECM	p	Sesgo	Varianza	ECM
-2.3263	0.011	0.0004	0.0005	**0.01**	-0.1594	0.3137	0.3391
-1.6449	0.018	0.0018	0.0021	**0.05**	-0.043	0.2561	0.2579
-1.2816	0.0208	0.0034	0.0038	**0.1**	-0.0956	0.1192	0.1283
-0.6745	0.0247	0.0061	0.0067	**0.25**	-0.078	0.066	0.072
0	0.0009	0.0071	0.0071	**0.5**	-0.0024	0.0565	0.0565
0.6745	-0.0235	0.0061	0.0066	**0.75**	0.0749	0.0659	0.0715
1.2816	-0.0199	0.0034	0.0038	**0.9**	0.0972	0.1118	0.1212
1.6449	-0.0171	0.0018	0.0021	**0.95**	0.134	0.1715	0.1895
2.3263	-0.0106	0.0004	0.0005	**0.99**	0.1483	0.3116	0.3336

Resultados obtenidos con 10,000 simulaciones de una muestra de tamaño 20, proveniente de una Doble Exponencial con parámetro $\lambda = 1$.

TABLA 4

Distribución Empírica							
F(t)				Finv(p)			
t	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**	**p**	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**
-2.3263	-0.0002	0.0005	0.0005	**0.01**	1.0087	1.6132	2.6307
-1.6449	-0.0005	0.0023	0.0023	**0.05**	-0.6007	1.6132	1.974
-1.2816	-0.0007	0.0044	0.0044	**0.1**	-0.2897	0.5796	0.6635
-0.6745	-0.0011	0.0093	0.0093	**0.25**	-0.1201	0.1688	0.1832
0	-0.001	0.0127	0.0127	**0.5**	-0.0563	0.0703	0.0735
0.6745	-0.0009	0.0096	0.0096	**0.75**	-0.0709	0.1333	0.1383
1.2816	0.0003	0.0045	0.0045	**0.9**	-0.2071	0.3531	0.396
1.6449	-0.0001	0.0024	0.0024	**0.95**	-0.3962	0.6079	0.7649
2.3263	0.0002	0.0005	0.0005	**0.99**	-1.0274	1.5857	2.6413

TABLA 5

Distribución Empírica Suavizada (h*)							
F(t)				Finv(p)			
t	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**	**p**	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**
-2.3263	0.0045	0.0004	0.0005	**0.01**	0.1743	1.7808	1.8112
-1.6449	0.0184	0.0022	0.0026	**0.05**	-0.2077	0.9545	0.9976
-1.2816	0.0334	0.004	0.0052	**0.1**	-0.3008	0.3793	0.4698
-0.6745	0.0534	0.006	0.0089	**0.25**	-0.2532	0.1267	0.1908
0	-0.0003	0.0058	0.0058	**0.5**	0.0011	0.0689	0.0689
0.6745	-0.0537	0.006	0.0089	**0.75**	0.2536	0.1285	0.1928
1.2816	-0.0334	0.0041	0.0052	**0.9**	0.3123	0.3561	0.4537
1.6449	-0.0185	0.0022	0.0026	**0.95**	0.3303	0.7544	0.8635
2.3263	-0.0043	0.0004	0.0004	**0.99**	-0.1784	1.7491	1.781

TABLA 6

Distribución Empírica Suavizada (h(t))							
F(t)				Finv(p)			
t	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**	**p**	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**
-2.3263	0.0042	0.0004	0.0004	**0.01**	0.2218	1.7936	1.8428
-1.6449	0.0125	0.0021	0.0022	**0.05**	-0.1743	0.9392	0.9695
-1.2816	0.0233	0.0041	0.0046	**0.1**	-0.2175	0.3659	0.4132
-0.6745	0.0527	0.0062	0.009	**0.25**	-0.2379	0.1202	0.1768
0	-0.0001	0.0059	0.0059	**0.5**	-0.0002	0.0688	0.0688
0.6745	-0.0526	0.0062	0.009	**0.75**	0.238	0.1171	0.1738
1.2816	-0.0228	0.0041	0.0046	**0.9**	0.2214	0.3525	0.4015
1.6449	-0.012	0.002	0.0022	**0.95**	0.2515	0.8073	0.8705
2.3263	-0.004	0.0004	0.0004	**0.99**	-0.2347	1.8145	1.8696

Resultados obtenidos con 10,000 simulaciones de una muestra de tamaño 20, proveniente de una Chi-cuadrada con 5 grados de libertad.

TABLA 7

Distribución Empírica							
F(t)				Finv(p)			
t	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**	**p**	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**
-2.3263	0.0001	0.0005	0.0005	**0.01**	0.449	0.2392	0.4408
-1.6449	0.0006	0.0024	0.0024	**0.05**	-0.1422	0.2392	0.2594
-1.2816	0.0011	0.0046	0.0046	**0.1**	-0.1063	0.2822	0.2935
-0.6745	0.0006	0.0095	0.0095	**0.25**	-0.1018	0.3777	0.388
0	0.0018	0.0124	0.0124	**0.5**	-0.1374	0.6155	0.6343
0.6745	0.0014	0.0094	0.0094	**0.75**	-0.2698	1.2104	1.2832
1.2816	0.0007	0.0044	0.0044	**0.9**	-0.6156	2.6592	3.0382
1.6449	0.0001	0.0023	0.0023	**0.95**	-1.1242	4.1293	5.3932
2.3263	0.0001	0.0005	0.0005	**0.99**	-2.568	9.8113	16.4061

TABLA 8

Distribución Empírica Suavizada (h*)							
F(t)				Finv(p)			
t	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**	**p**	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**
-2.3263	0.0055	0.0004	0.0005	**0.01**	0.1218	0.1231	0.1379
-1.6449	0.0171	0.0021	0.0024	**0.05**	-0.0259	0.1991	0.1998
-1.2816	0.025	0.0038	0.0044	**0.1**	-0.1146	0.2032	0.2164
-0.6745	0.0305	0.0065	0.0075	**0.25**	-0.172	0.2806	0.3102
0	0.0108	0.0068	0.007	**0.5**	-0.1155	0.6068	0.6202
0.6745	-0.0298	0.0071	0.008	**0.75**	0.379	1.4023	1.546
1.2816	-0.0183	0.004	0.0043	**0.9**	0.4532	3.0218	3.2271
1.6449	-0.0114	0.0021	0.0023	**0.95**	0.504	5.5082	5.7622
2.3263	-0.0034	0.0004	0.0004	**0.99**	-0.7904	11.388	12.0127

TABLA 9

Distribución Empírica Suavizada (h(t))							
F(t)				Finv(p)			
t	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**	**p**	**Sesgo**	**Varianza**	**ECM**
-2.3263	0.0046	0.0004	0.0005	**0.01**	0.1393	0.124	0.1434
-1.6449	0.0171	0.0021	0.0024	**0.05**	-0.021	0.2047	0.2051
-1.2816	0.0229	0.004	0.0045	**0.1**	-0.0901	0.2276	0.2358
-0.6745	0.0212	0.0068	0.0073	**0.25**	-0.1181	0.2906	0.3045
0	0.0097	0.0071	0.0072	**0.5**	-0.0974	0.594	0.6035
0.6745	-0.0252	0.0069	0.0075	**0.75**	0.3247	1.4008	1.5062
1.2816	-0.0178	0.0039	0.0042	**0.9**	0.4513	3.0204	3.2241
1.6449	-0.0113	0.0021	0.0022	**0.95**	0.504	5.5082	5.7622
2.3263	-0.0034	0.0004	0.0004	**0.99**	-0.7904	11.388	12.0127

APÉNDICE A2 (Cálculo de Constantes)

- $\tau_1^1 = \int_0^{\infty} s\Phi(-s)ds = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} s^2\phi(-s)ds = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} s^2\phi(-s)ds = \frac{1}{4}$

- $\tau_0^2 = \int_0^{\infty} \Phi(-s)^2 ds = 2\int_0^{\infty} s\phi(-s)\Phi(-s)ds = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty} e^{-s^2}ds\right) = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{\pi}}$

- $\tau_0^1 = \int_0^{\infty} \Phi(-s)ds = \int_0^{\infty} s\phi(s)ds = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u}du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

- $\tau_0^2 - \tau_0^1 = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{\pi}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = \frac{-1}{2\sqrt{\pi}}$

Análisis y Sustentación de las Reservas Mínimas de Riesgos en Curso para los Seguros de Vida de Largo Plazo

Jorge Rendón Elizondo.
Director de la Licenciatura en Actuaría, ITAM.
jrendon@itam.mx

1. INTRODUCCIÓN

La finalidad de este trabajo es la de presentar en una forma más comprensible las reservas mínimas para los seguros de largo plazo que expidió la CNSF en la circular S-10.1.7.1

Para lograr esta finalidad nos basamos en la teoría general de los sistemas modificados de reserva, donde se incluyen las primas modificadas de primer año y renovación, así como la determinación del margen adicional para gastos el primer año, dado por la reducción a la prima de beneficios o prima neta durante el primer año, lo cual considero que es más comprensible para el que tiene que entender estos sistemas de reserva.

Partiendo de que la reserva mínima sigue el método del Dr. Zillmer tal como se establece en la página 134 del libro denominado Life and Other Contingencies de los autores Hooker and Longley Cook, traté de que este método europeo se presentara en la forma que, en general, dominamos mejor, a través de los conocidos sistemas modificados de reservas de los libros de cálculo actuarial de E.U. (Life Contingencies y Actuarial Mathematics)

Además, se procuró que todas las fórmulas utilizadas tuvieran un fundamento, lo cual no es necesario que se presente en una circular, pero de este modo es más fácil comprender estos métodos y más difícil equivocarse en su aplicación.

El objetivo no es, por ningún motivo, criticar el método de reservas mínimas, más bien creo que se trata de un método más lógico porque va directamente sobre los gastos adicionales del primer año y ayuda más a las compañías de seguros al ofrecer un mayor margen para gastos del primer año, que el anterior sistema “Mexicano” con el dotal a 20 años. Si acaso me permito hacer una pequeña corrección, no es con la finalidad de buscar errores, sino la de aclarar conceptos.

Espero que este trabajo ayude a los estudiosos del tema a comprender mejor las fórmulas y los objetivos de los sistemas modificados de reservas y, en especial, el método Zillmerized, tanto para los estudiantes de actuaría como para los que se están preparando para los exámenes de certificación en el seguro de vida, en auditoría y los que tienen que aplicar en la práctica este método.

2. METODOLOGÍA

Pérdida del Primer año (PE_1)

Se denomina así al costo de adquisición del primer año (Cad_q) menos la parte que el asegurado paga cada año (incluyendo el primer año) en forma nivelada para cubrir este costo (αP_T)

$$PE_1 = Cad_q - \alpha P_T$$

El costo de adquisición (Cad_q) está formado por los gastos adicionales que se generan durante el primer año. Es decir, está formado por el costo total de adquisición menos los gastos que se producen todos los años y que van incluidos en el recargo normal del plan.

El cálculo de $\alpha P_T = \dfrac{P_T Cad_q}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}$ si la prima de tarifa es constante.

Esta Pérdida del Primer año (PE_1) se toma de la prima neta del primer año, la cual deberá reponerse en el futuro para mantener el balance del plan. Sin embargo, generalmente se limita a un máximo de la prima neta, con objeto de no generar reservas negativas el primer año, y este monto corresponde a la prima de ahorro (PAH).

Prima de Ahorro $(PAH)_1$

$$(PAH)_1 = PN - SAq_xV$$

Así la prima de ahorro es igual a la prima de beneficios del plan menos el valor presente del costo por mortalidad o sea la parte de la prima neta que generaría la reserva del primer año.

De esta forma, la pérdida del primer año no podrá ser mayor que la prima de ahorro, no obstante que no se alcancen a cubrir los costos adicionales de adquisición del primer año. Si la pérdida es mayor que la prima de ahorro, entonces el margen adicional para gastos se limitará a la prima de ahorro y la prima de riesgo será la prima de beneficios del primer año, tal que producirá una reserva terminal del primer año igual a cero.

En virtud de que la prima de riesgo del primer año (SAq_xV) es la misma para cualquier plan de seguros, es en los seguros de prima pequeña como los temporales y en algunos casos el Ordinario de Vida donde no se alcanzan a cubrir los gastos adicionales del primer año, pero en los seguros dotales y de vida con pagos limitados, la prima de ahorro será mayor que la pérdida del primer año y se generará una reserva al primer año con ese sobrante.

Pérdida Amortizable $(PA)_1$

Así se puede denominar la parte de la prima de beneficios del primer año que se utilizará para pagar el total o una parte de los gastos adicionales del primer año.

Si $PE_1 \leq PAH_1$ entonces la pérdida amortizable coincidirá con la pérdida del primer año $(PE)_1$ y la reserva terminal del primer año será igual a la que produzca la prima de beneficios menos la pérdida amortizable, también llamada prima de beneficios del primer año (α_x).

Si $PE_1 > PAH_1$ entonces la pérdida amortizable será menor que la pérdida del primer año y equivalente a la prima de ahorro y la reserva será igual a 0. Resultado de esta forma un sistema de reservas denominado Año Temporal Preliminar (Completo), cuyas características son las siguientes:

En el último caso, la prima de primer año denominada α_x^F es igual a $q_x v$, la prima de renovación denominada β_x^F es igual a la prima del seguro que estamos calculando para una edad más y un periodo de pago de primas de un año menos. Asimismo, la reserva del primer año es 0 y la de renovación

$${}_kV^F = {}_{k-1}V_{x+1:\overline{h-1|}}$$

con

$${}_hV^F = {}_hV$$

Esto equivale a decir:

$$(PA)_1 = Min(PE_1, PAH_1)$$

Ejemplo:

(a)	(b)
$PE_1 = 75\% P_T$	$PE_1 = 90\% P_T$
$PAH_1 = 85\% P_T$	$PAH_1 = 60\% P_T$
$PE_1 < PAH_1$	$PE_1 > PAH_1$
$PA_1 = PE_1$	$PA_1 = PAH_1$

Reservas del primer año

a) Reserva Terminal

$$_1V = \frac{(PN - PA_1)(1+i) - SAq_x}{p_x}$$

o bien

$$_1V = \frac{\alpha_x (1+i) - SAq_x}{p_x}$$

b) Reserva en cualquier momento

$$ {}_hV = (PN - PA_1)(1-h) + {}_1Vh \qquad 0 \le h \le 1 $$

donde h es el tiempo proporcional transcurrido desde el inicio del seguro hasta la fecha de valuación.

Otra fórmula que se propone es:

$$ {}_1V_x^{\min} = \frac{q_x}{(1+i)} FD + (PAH_1 - PA_1)(1+i)^{\frac{T}{365}} $$

$FD = \dfrac{365-T}{365}$ T es el número de días transcurridos a la fecha de retención.

Si el primer término del miembro del lado derecho lo multiplicamos por la suma asegurada el resultado es muy parecido al que se obtiene con la fórmula ${}_hV$.

Reservas de Renovación

a) Reserva Terminal.

Si partimos de la ecuación que determina estas fórmulas, consistentes en que el valor presente actuarial de las primas netas niveladas es igual al valor presente de las primas de primer año más el valor presente de la prima de renovación, también llamada β_x.

$$ \alpha_x + \beta_x a_{x:\overline{n-1}|} = PN\ddot{a}_{x:\overline{n}|} $$

como:

$$\alpha_x = PN - PA$$

entonces:

$$\beta_x = \frac{PN\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \left(PN - PA_1\right)}{a_{x:\overline{n-1}|}}$$

y

$$_kV^{MOD} = A_{x+k:\overline{n-k}|} - \beta_x \ddot{a}_{x+k:\overline{h-k}|}$$

Si

$$\beta_x = \frac{PN\left(a_{x:\overline{n-1}|} + 1\right) - \left(PN - PA_1\right)}{\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|}} = P_N + \frac{PA_1}{{}_1E_x \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}$$

y

$$_kV^{MOD} = A_{x+k:\overline{n-k}|} - \left(P_N + \frac{PA_1}{{}_1E_x \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}\right)\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$$

Si llamamos $AM_k = \frac{PA_1}{{}_1E_x} \frac{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}$ tenemos

$$_kV^{MIN} = {}_kV^{MOD} = {}_kV - AM_k$$

AM_k también llamada la anualidad de amortización, representa el valor presente actuarial al año k de los pagos anuales pendientes de realizar o el saldo insoluto actuarial de la reserva faltante, que fue utilizada para cubrir los gastos adicionales del primer año.

b) Reserva en cualquier momento, con prima de beneficios anual

$$_{k+h}V^{MOD} = \left({}_kV^{MOD} + \beta_x\right)\left(1 - h\right) + {}_{k+1}V^{MOD} h$$

Esta reserva sigue la forma tradicional de la interpolación lineal de la reserva inicial $\left({}_{k}V^{MOD} + \beta_x\right)$ más la reserva terminal ${}_{k+1}V^{MOD}$. Equivalente también a la interporlación lineal de dos reservas terminales sucesivas más la prima no devengada.

Sustituyendo el valor de β_x

$$ {}_{k+h}V^{MIN} = \left[\left({}_{k}V^{MIN} + PN + \frac{PA_1}{{}_{1}E_x \ddot{a}_{x+1:\overline{h-1}|}}\right]\right(1-h) + {}_{k}V^{MIN} h $$

si $k \geq h$

$$ {}_{k+h}V^{MIN} = {}_{k}V^{MIN}(1-h) + {}_{k+1}V^{MIN} h $$

Si se desea calcular la reserva media para $k < h$

$$ {}_{k+\frac{1}{2}}V^{MIN} = \frac{1}{2}\left[{}_{k}V^{MIN} + PN + \frac{PA_1}{{}_{1}E_x \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}\right] + {}_{k}V^{MIN} \frac{1}{2} $$

Bibliografía

[1] Bower et al, Actuarial Mathematics, Society of Actuaries.

[2] Jordan, Life Contingencies. Society of Actuaries.

[3] Hooker and Longley Cook. Life and Other Contingencies. Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.

[4] Circular S-10.1.7.1 de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

[5] Rendón Elizondo Jorge. Apuntes de la Clase de Modelos Actuariales. ITAM.

LA ASOCIACION INTERNACIONAL DE ACTUARIOS (AIA)
FORO INTERNACIONAL DE LA COMUNIDAD ACTUARIAL
Historia, Estructura y Reflexiones

Juan Carlos Padilla Aguilar *.

El propósito principal de escribir éste artículo es compartir con toda la Comunidad Actuarial Mexicana, de manera resumida, información sobre la Asociación Internacional de Actuarios, tratando, también, de identificar con ustedes la conveniencia y beneficios que significa para todos los Actuarios Mexicanos, nuestra participación activa , continua , entusiasta y creciente en el seno de la AIA, vinculándonos permanentemente con todos los colegas del mundo. De igual manera, se apuntan algunos de los logros obtenidos de esa participación.

Para la elaboración de éste escrito, se utilizaron diferentes documentos de la AIA, incluyendo los Estatutos, así como experiencias propias.

INTRODUCCIÓN

La Asociación Internacional de Actuarios (AIA) fué creada en 1895 como una asociación de Actuarios individuales. Por más de 100 años, su propósito principal fué organizar Congresos Internacionales de Actuarios más o menos cada 4 años. Tenía un Consejo de Actuarios, quienes se reunían anualmente en Bruselas para, entre otras cosas, seleccionar los países que serían sede de los Congresos y definir acciones encaminadas a apoyar su organización.

En el Congreso de Montreal en 1992, se decidió formar un grupo de trabajo que desarrollara un plan para crear una asociación global de asociaciones actuariales. En el Congreso de Bruselas en 1995, derivado de los trabajos desarrollados, fué acordado establecer el Foro Internacional de Asociaciones Actuariales (IFAA), como una sección de la AIA. Rápidamente se vió con claridad la necesidad de contar con una sola voz actuarial que pudiera interactuar, entre otras cosas, con eficacia con otras organizaciones globales, como por ejemplo la Asociación Internacional de Supervisores de Seguros, etc. Como respuesta a ésta necesidad, en el Congreso de Birmingham, Inglaterra, en 1998, la AIA fué reformada, para convertirse en una Asociación de Asociaciones, y la Sección IFAA fué disuelta.

A lo largo de estos últimos 11 años, la AIA se ha venido consolidando, contando ya con 62 Miembros de todas las regiones del mundo que cumplen con todos los requisitos de la AIA, entre ellos el CONAC, así como 23, que todavía no cumplen debidamente, y que por lo tanto pueden participar en algunas tareas, pero no tienen voto para la toma de decisiones. También cuenta con Miembros Institucionales, Observadores, Benefactores y Donadores.

Es a través del CONAC que los actuarios miembros de AMA y AMAC son también miembros de la AIA.

OBJETIVOS.

La AIA fué creada para servir como lazo de unión entre los Actuarios y las Asociaciones de Actuarios de todo el mundo y para fungir como la Organización Internacional Profesional, Educacional y de Investigación de las Asociaciones Actuariales y sus Actuarios, siendo sus objetivos los siguientes:

1. Desarrollar el papel y acrecentar la reputación y reconocimiento de la profesión actuarial y de los actuarios a lo largo del mundo.
2. Promover la aplicación de altos estándares de profesionalismo entre las asociaciones actuariales y entre actuarios en todo el mundo, para asegurar que el interés público es atendido.
3. Avanzar en el cuerpo de conocimientos de la ciencia actuarial y sus aplicaciones.
4. Fomentar el desarrollo profesional y personal de los actuarios en todo el mundo.
5. Promover el mutuo aprecio y respeto entre los actuarios.
6. Proveer un foro de discusión entre actuarios y asociaciones de actuarios; y
7. Representar a las Asociaciones Miembros en discusiones con corporaciones internacionales.

***ESTRUCTURA*.**

La AIA está compuesta principalmente por los siguientes órganos:

Consejo.- Es el órgano máximo de Gobierno, hasta la fecha, todos los poderes necesarios para lograr cumplir con los objetivos de la AIA, están conferidos a éste cuerpo.
Está integrado por un Delegado de cada Sección y de cada Miembro de Pleno Derecho, con derecho a voto, (Full Member - que cumple con todos los requisitos de Membresía), cada Sección y cada uno de éstos Miembros, pueden nombrar un Delegado Alterno que puede participar y votar en las sesiones del Consejo ante la ausencia del Delegado; el Presidente, el Presidente Electo, el Presidente Pasado Inmediato y el Secretario General son miembros ex-oficio que no representan a ninguna Asociación.
Los Presidentes de Comités son miembros ex-oficio sin derecho de voto. Los Miembros Asociados y los Miembros Institucionales pueden estar representados en las sesiones del Consejo, pero sin derecho a voto.

Oficiales.- Estos son el Presidente, el Presidente Electo, el Presidente Pasado Inmediato y el Secretario General. El Presidente y el Secretario General, tienen la principal responsabilidad operativa del Gobierno de la AIA y están obligados a informar al Consejo.

Comité Ejecutivo.- Este Comité, coordina diferentes actividades, y propone estrategias, presupuestos, cuotas, así como sedes para las reuniones del Consejo.
Lo encabeza el Presidente de la AIA, y además incluye tanto a los otros oficiales, como a los Presidentes de Comités y Secciones.
Es importante comentar que durante los últimos años, el Grupo de Trabajo de Planeación Estratégica, que reporta a éste Comité, ha venido actualizando el Plan Estratégico de la AIA, y uno de los más importantes resultados de los trabajos es la propuesta dentro de la estructura de la AIA , de un nuevo Comité Ejecutivo, con más atribuciones , delegadas del propio Consejo y del Comité de Nominaciones, así como su composición, pues una vez aprobada por el Consejo contará con sólo 12 Miembros, los 4 Oficiales, un Presidente de Comité, un Presidente de Sección, 2 provenientes de la Región de Europa, 2 de la Región Estados Unidos y Canadá y 2 de la Región Resto del Mundo. Para seleccionar a éstos últimos 8 Miembros, el Comité de Nominaciones recibirá propuestas de las Asociaciones con derecho a voto y a su vez propondrá a los 8 Miembros seleccionados, para aprobación del Comité Ejecutivo y ratificación del Consejo.
Se pretende que éste nuevo Comité, auxilie a tener una mejor coordinación entre los Comités y Secciones, así como agilizar la toma de decisiones.

Comité de Nominaciones .- Tiene éste Comité la responsabilidad de seleccionar y recomendar al Consejo nominaciones para elección de oficiales y Miembros del Comité Ejecutivo, nombramientos para el Comité de Nominaciones, Delegados del Consejo a cada Sección o Comité, Presidentes y Vice-Presidentes de Comités, y cualquier otra posición que el Consejo determine.
Adicionalmente, éste Comité, hasta la fecha, propone los Términos de Referencia de los Comités y Grupos de Trabajo, para aprobación del Consejo. Esta facultad pasará al Nuevo Comité Ejecutivo, una vez que termine el proceso de modificaciones a la estructura de Gobierno, y sea aprobada por el Consejo.
Los integrantes del Comité son propuestos por el propio Comité y nombrados por el Consejo. Está compuesto por el Presidente Pasado Inmediato de la AIA que lo encabeza, el Presidente, el Presidente Electo, el Secretario General (sin derecho a voto), junto con al menos 5 Miembros adicionales, que sean o hayan sido Miembros del Consejo, o bien se hayan desempeñado como Presidentes de algún Comité o Sección.

Comités.- Estos son creados para atender diferentes asuntos administrativos y/o técnicos del programa de la AIA. Se integran con representantes de las Asociaciones y encabezados por un Presidente y un Vice -Presidente(s), propuestos por el Comité de Nominaciones y aprobados por el Consejo. Las Asociaciones Miembros pueden nombrar representantes a todos los Comités, excepto a los de Auditoría y Finanzas, Ejecutivo y de Nominaciones, los integrantes de éstos 3 Comités, son propuestos por el Comité de Nominaciones.

Los Comités son:

- Acreditación;
- Asesoría y Asistencia con 3 Sub-Comités, China, Fondo AIA y Latinoamérica;
- Auditoría y Finanzas;
- Educación;
- Empresa y Riesgos Financieros;
- Ejecutivo con 4 grupos de trabajo, Asesoría en Crisis de Riesgo, Microseguros, Mortalidad y Planeación Estratégica;
- Contabilidad de Seguros con un Sub-Comité de Estándares Actuariales;
- Regulación de Seguros con 2 Sub-Comités, Reaseguro y Solvencia;
- Programa Internacional de Educación con un Sub-Comité de Dirección;
- Servicios a Miembros;
- Nominaciones;
- Pensiones y Beneficios para Empleados con un Sub-Comité de Estándares Contables;
- Profesionalismo;
- Seguridad Social; y
- Relaciones Supranacionales.

Secciones.- El Consejo puede crear las Secciones que considere convenientes para promover el desarrollo del Actuario y la investigación en diferentes áreas de la práctica Actuarial.
Integrantes de alguna Asociación Miembro de la AIA, tienen el derecho de formar parte de alguna Sección. Cada Sección podrá determinar sus propios criterios de admisión para aquellos individuos que no pertenezcan a algún Miembro de la AIA.
Las Secciones son:

- Estudios Actuariales en Seguros de Daños (ASTIN);
- Riesgos Financieros (AFIR);
- Pensiones, Beneficios para Empleados y Seguridad Social (PBSS);
- Salud (IAAHS);
- Asociación Internacional de Actuarios Consultores (IACA);
- Actuarios sin Fronteras (AWF), y
- Vida

Secretariado.- Trabaja bajo la dirección del Secretario General. Es el sustento y apoyo de la operación de la AIA, incluyendo la preparación de las agendas y organización de las reuniones del Consejo y Comités, dar vida a la memoria institucional de la AIA, y en general el cuidado de todas sus actividades.
El personal del Secretariado colabora de tiempo completo de la AIA.

Foro de Presidentes.- El propósito de crear éste grupo, es que los propios Presidentes de las Asociaciones Miembros de la AIA, identificaran y discutieran temas que pudieran ser de interés para la comunidad Actuarial. Aunque formalmente, hasta el momento, no tiene un rol oficial dentro de la estructura de la

AIA, se ha visto la utilidad de sus deliberaciones que llevan a cabo 2 veces al año, en las mismas fechas en que se reúnen el Consejo y los Comités.

PARTICIPACION DEL CONAC EN LA AIA.

El CONAC es una de las 62 asociaciones full member de la AIA. Al ser miembro del CONAC, nuestros actuarios mexicanos tienen el acceso a la red de actuarios a nivel mundial.

Desde la antigua AIA ya había participación de algunos de nuestros colegas en sus actividades, pero es a raíz de la obtención de la sede del Congreso para México, que se incrementa y se sistematiza la presencia del CONAC, con prioridad en ese momento, en la organización del Congreso ICA 2002, responsabilidad que tuvo a su cargo un Comité presidido por Luis Huerta e integrado por varios colegas que le acompañamos. La celebración de éste evento bien podríamos calificarla como el detonante para la proyección internacional de la Actuaría Mexicana.

Esta mayor participación ha venido desarrollándose en paralelo a la vida de la nueva AIA, de 1998 al 2002, como ya se informó, dándole toda la atención a la organización de ICA 2002, y a partir de entonces, se ha venido multiplicando nuestra presencia, involucramiento y participación en diferentes grupos de trabajo y proyectos de la AIA.

Para organizar y coordinar adecuadamente éstas tareas, se conformó un grupo de trabajo, como parte del Comité de Asuntos Internacionales del CONAC, el grupo está integrado de la siguiente manera: por el Delegado del CONAC ante la AIA, el Delegado Alterno, el Corresponsal, los Presidentes del CONAC, AMA y AMAC, así como, todos nuestros representantes en Comités, Sub-Comités y Secciones de la AIA:

Delegado del CONAC ante la AIA	---	Juan Carlos Padilla.
Delegado Alterno	---	José Luis Lobera.
Corresponsal	---	Sofía Romano.
Presidente del CONAC	---	Ángeles Yáñez.
Presidente de la AMA	---	José Manuel Méndez.
Presidente de la AMAC	---	Adalberto Rojas.

<u>Representantes de Comités:</u>

Acreditación	---	Enrique de Alba (Juan Carlos Padilla, fue Presidente de éste Comité del 2005 al 2008).
Asesoría y Asistencia	---	Luis Huerta.
– Sub-Comité de Latinoamérica	---	Luis Huerta (Presidente) José Luis Lobera Juan Carlos Padilla (Observador)
Educación	---	Enrique de Alba.
Riesgos Financieros	---	José Oliveres.

Contabilidad de Seguros	---	Jesús Zúñiga.
– Sub-Comité de Estándares Actuariales	---	Jesús Zúñiga.
Regulación de Seguros	---	Norma Alicia Rosas.
– Subcomité de Reaseguro	---	Luis Álvarez.
– Sub-Comité de Solvencia	---	Norma Alicia Rosas.
Microseguros (grupo de trabajo)	---	Luis Huerta (Presidente)
Pensiones y Beneficios para Empleados	---	José Muriel.
Profesionalismo	---	José Luis Lobera.
Seguridad Social	---	Rosa María Farell.
Nominaciones	---	Juan Carlos Padilla.

<u>Representantes de Secciones:</u>

ASTIN	---	José Luis Lobera.
Salud	---	Eduardo Lara.
Vida	---	Jesús Zúñiga.

Este grupo de trabajo se reúne 4 veces al año, antes y después de cada reunión del Consejo de la AIA, que sesiona 2 veces al año.

<u>PUNTOS RELEVANTES A CONSIDERAR POR LA COMUNIDAD ACTUARIAL.</u>

Para terminar, me parece importante resaltar y compartir con ustedes algunos logros, así como ciertas consideraciones que reflejan, no sólo la importancia, sino también la utilidad y hasta la necesidad de nuestra participación continua y relevante en la AIA.

1. Se organizó en Cancún el Congreso ICA 2002.

2. Luis Huerta, fué nombrado Presidente de la AIA en 2004. Primer Presidente Latinoamericano en la historia de la AIA.

3. Juan Carlos Padilla, fue Presidente del Comité de Acreditación del 2005 al 2008. Ha sido el único Presidente (no exoficio) Latinoamericano de un Comité de la AIA.

4. Enrique de Alba, es actualmente Vice-Presidente del Comité de Educación.

5. Como se informó anteriormente, tenemos representantes en la mayoría de los Comités.

6. Se han organizado diferentes eventos internacionales en México y se tiene programado organizar en el 2012, los Coloquios de ASTIN, Vida y muy probablemente también el de AFIR.

7. Se ha participado en la elaboración de estándares y guías profesionales, como las de Seguridad Social, entre otras.

8. Las Universidades que ofrecen la carrera de Actuario, han aplicado el nuevo Syllabus de la AIA para fortalecer sus programas y cumplir con los requisitos de Educación de la AIA..

9. La AIA es el Foro por excelencia para promover la coordinación, cooperación e intercambio de ideas entre líderes de las diferentes Organizaciones Actuariales del mundo.

10. Como tal, ofrece la oportunidad de intercambiar y compartir experiencias e información, así como discutir con actuarios especialistas de todo el mundo temas de interés general del gremio actuarial.

11. Promueve el desarrollo de foros, actividades, contactos y eventos que amplíen la comunicación y el conocimiento entre Actuarios de diferentes latitudes.

12. Da acceso a información, proyectos, estudios y documentación relevante, desarrollada en diferentes partes del mundo, que puede ser de gran utilidad para nuestros conocimientos y práctica profesional.

13. Propicia adoptar posiciones y estrategias sobre temas actuariales o relacionadas con la profesión para beneficio del desarrollo de la Actuaría.

14. Fortalece mundialmente la presencia de la Actuaría ante Foros, Gobiernos y Organismos Internacionales.

15. Como fuente de conocimiento, tendencias, y puntos de referencia, busca lograr compromisos que haga avanzar la práctica actuarial, para que ésta tenga mayor impacto social y económico en conjunto y en cada uno de nuestros países.

16. Estimula el Profesionalismo tanto en la práctica como en la formación académica de los Actuarios.

17. Marco de referencia de cómo atender el Interés Público y mantener siempre la Ética vigente en nuestro quehacer.

REFLEXIONES FINALES

Después de haber participado ininterrumpidamente en todas las administraciones de nuestro Colegio, excepto la primera Presidencia, a lo largo de más de 30 años, he tenido la oportunidad de vivir sus diferentes etapas, sus dificultades y sus aciertos, así como la evolución que ha experimentado. Los primeros 18 años de la vida del Colegio, como Colegio de Actuarios de México, con jurisdicción sólo en la Cd. de México, a partir de 1983 se reforma para ser el Colegio Nacional de Actuarios, esto es, un Colegio con proyección Nacional, una Asociación

Profesional que estimulara el desarrollo de nuestra profesión en todo el país y que todos los Actuarios de México se agruparan gremialmente en el CONAC.

A principio de los 90´s, podríamos decir que empiezan las actividades internacionales de nuestro Colegio de una manera sistemática con el marco del tratado de libre comercio entre nuestro país, Estados Unidos y Canadá. Ahí se inician los trabajos de coordinación de los Actuarios de los 3 países , lográndose acuerdos para reconocer la compatibilidad de los Códigos de Ética , los procedimientos para aplicar Medidas Disciplinarias, de Estándares de Práctica Profesional, y explorar posibles formas de establecer el Reconocimiento Mutuo para ejercer como Actuarios en cualquiera de los 3 países. Esos trabajos de coordinación, llevaron al establecimiento del Consejo de Presidentes de las agrupaciones Actuariales de México, Estados Unidos y Canadá (NAAC) para trabajar conjuntamente en el desarrollo de la profesión en Norte-América. Por fortuna, este esfuerzo ha tenido continuidad, lográndose en los últimos años su consolidación y brindando como consecuencia amplias avenidas de colaboración.

En esos años también, ya se hacían esfuerzos por parte de algunos colegas nuestros, liderados por Luis Huerta, para tratar de lograr que la AIA mirara por primera vez a Latino-América para que se organizara el tradicional Congreso Internacional de Actuarios en ésta región del mundo. Finalmente se obtuvo la sede y el CONAC llevó a cabo, con un extraordinario éxito, el evento ICA 2002 en Cancún.

Quise darles éstos comentarios, para repasar rápidamente con ustedes, amables lectores, las diferentes etapas del Colegio, cómo con mucho trabajo y esfuerzo la Actuaría Mexicana se ha insertado y participado exitosamente en el concierto internacional, pero se requiere seguir ampliando nuestra participación y nuestros beneficios, a través de una mayor membresía en el Colegio. Finalmente El CONAC y la AIA son nuestras casas, lugares donde todos los miembros de la familia Actuarial deben pertenecer, participar, aprender y contribuir.
Nuestra familia debe ser cada día mayor y mejor, con Actuarios mejor informados, mejores profesionales, mayores beneficios, mayores satisfacciones, fortaleciendo nuestra profesión. Seamos profesionales de vanguardia cumpliendo con nuestra misión y compromiso de servir al país, que nos ha dado la oportunidad y el privilegio de ser actuarios. Seamos protagonistas de nuestro futuro Actuarial, participando activa y entusiastamente en el CONAC y trabajando con la Comunidad Actuarial de todo el mundo a través de la AIA.

---

* Juan Carlos Padilla Aguilar es Actuario por la Facultad de Ciencias de la UNAM y maestro en Ciencias por la Universidad de Iowa. Ha ocupado diversos e importantes cargos en el Gobierno federal y en el del Estado de México. Juan Carlos ha sido presidente del CONAC. Actualmente, es Delegado y Representante de México ante la Asociación Internacional de Actuarios (AIA) y Miembro del Consejo de la AIA.