

CONAC

ACTUARIOS TRABAJANDO

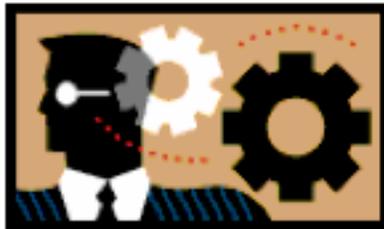
**REVISTA MEXICANA DE
INVESTIGACION ACTUARIAL
APLICADA**

q_x

μ_x

d_x

${}_tV_x$



A_x

l_x

\ddot{a}_x

p_x

AÑO 1 NUM. 1

JULIO 2008

ACTUARIOS TRABAJANDO

REVISTA MEXICANA DE INVESTIGACION ACTUARIAL APLICADA

COORDINADORA:

Dra. María de los Angeles Yáñez

COMITÉ DE REVISORES:

Enrique de Alba

María de los Dolores Armenta

Jaime Aviña

José Alfonso Casal

Luciano Devars

Juan José Fernandez

Diego Hernández

Masashi Kikuchi

Leovigildo López

Francisco Fernando Morales

Ricardo Nava

Sofía Romano

José Luis Salas

Oliva Sánchez

Rodica Simón

Carlos Soto

José Luis Suárez

Crisóforo Suárez Tinoco

José Luis Lobera Topete

Jorge Vergara

Aremis Villalobos

Jesús Alfonso Zuñiga

CONTENIDO

<u>Carta del Presidente del CONAC</u>	4
Artículos:	
<u>Administración de Riesgos del Balance</u>	6
<u>Alternativas de Cobertura para Riesgos Catastróficos. Un Modelo para el Bono Catastrófico</u>	30
<u>Una Aplicación del Modelo de Regresión Lineal para el Análisis de una Variable Relevante del Turismo en México, de 1980 a 2006¹</u>	58
<u>Modelo de rezagos distribuidos de nivel de tarifa y utilidad técnica para seguro de automóviles residentes</u>	85
<u>Seguro Agrícola Paramétrico para Catástrofes por Sequía, con base en Estaciones Climatológicas</u>	114

Estimados Colegas:

Sin duda que Sir Isaac Newton sigue presente hoy en día, sus leyes de la Física no sólo revolucionaron el conocimiento humano, sino que siguen vigentes. La ley o Axioma que indica que: “A toda Acción corresponde una Reacción”, sin duda que hoy en pleno siglo XXI sigue válida y vigente, aunque habría que comentar que el pensamiento Newtoniano no expresó el concepto de la manera descrita.

Y queridos Colegas, se preguntarán que tiene que ver lo anterior con nosotros los miembros del Colegio Nacional de Actuarios.

Si me lo permiten, tiene una correlación de 1 con lo que es la razón de este comunicado.

El Colegio ha tenido desde sus inicios como aspiración y claro objetivo el de ser un Organismo de comunicación y difusión de la cultura Actuarial y un mecanismo para lograrlo es el de contar con una revista donde se difundan puntos de vista, opiniones, comentarios y sobretodo aportaciones que enriquezcan nuestro acervo cultural Actuarial. Pues bien como a toda acción corresponde una reacción, ahora después de un gran esfuerzo y dedicación se hace realidad la revista del Colegio. Se publica el primer número con aportaciones de colegas Actuarios que han tenido la dedicación y el interés de publicar sus trabajos, de colegas que han dedicado su tiempo y entusiasmo para revisar los trabajos propuestos y de nuestra Editora, la Dra. María de los Angeles Yáñez que se ha encargado de

coordinar todo el esfuerzo para hacer realidad un sueño largamente deseado, nuestra Revista Actuarial del Colegio Nacional de Actuarios.

Hoy damos a conocer nuestro primer número y conforme a los tiempos y nuestro gran respeto al medio ambiente lo hacemos con una publicación electrónica. Sin duda que hemos dado el primer paso y que este inicio es sin duda el principio de un gran futuro de difusión de la cultura Actuarial.

Los invitamos a disfrutar de su revista, pero más importante a participar en ella con sus artículos, opiniones, comentarios y también con sus desacuerdos.

ATENTAMENTE,

ACT. JOSE LUIS LOBERA

PRESIDENTE CONAC

Administración de Riesgos del Balance

Rurik Magos Acosta

Director de Administración de Riesgos, Grupo Nacional Provincial. Av. Cerro de las Torres 395 Col. Campestre Churubusco, D.F. Correo electrónico: rmagos@gnp.com.mx. Tel. 52 27 36 45.

Irma Medina López

Directora de Actuaría Corporativa, Grupo Nacional Provincial. Av. Cerro de las Torres 395 Col. Campestre Churubusco, D.F. Correo electrónico: imedina@gnp.com.mx. Tel. 52 27 34 60.

Juan Carlos Padilla Córdoba

Gerente de Administración de Riesgos, Grupo Nacional Provincial. Av. Cerro de las Torres 395 Col. Campestre Churubusco, D.F. Correo electrónico: jpadilla@gnp.com.mx. Tel. 58 09 22 61.

Sandra Ramos García

Gerente de Administración de Riesgos, Grupo Nacional Provincial. Av. Cerro de las Torres 395 Col. Campestre Churubusco, D.F. Correo electrónico: srgarcia@gnp.com.mx. Tel. 52 27 31 43.

Resumen

El administrar una empresa, y en particular una aseguradora, implica el tomar decisiones acerca de la relación riesgo-rendimiento de todos los elementos que la componen. Este trabajo pretende demostrar que se puede, y resulta conveniente, utilizar métodos robustos para desarrollar más que un modelo de administración de riesgos, una mejor manera de administrar las empresas.

I. Introducción

El balance de una aseguradora se compone de diferentes tipos de activos y pasivos tales como: inversiones, reaseguro, deudor por prima, reservas técnicas, etc. Cada uno de estos elementos está expuesto a diferentes tipos de riesgos tales como riesgo de mercado, riesgo de crédito, riesgo siniestral y riesgo operativo. Asimismo, cada uno de los elementos del balance tiene cierto grado de correlación con los demás. La administración

de riesgos debe buscar administrar los riesgos del balance de manera integral, es decir, considerando simultánea y consistentemente todos los activos y pasivos de la empresa. Algunas de las aplicaciones de este tipo de administración de riesgos son:

1. Mejorar las decisiones de suscripción y tarificación.
2. Planeación de negocio (por ej. la mezcla de productos).
3. Estrategia de activos, dados los pasivos.
4. Reaseguro, derivados y otras estrategias de cobertura.
5. Administración del desempeño de la empresa, en términos ajustados por riesgo.
6. En general, mejores decisiones sobre riesgo y capital.

En esta nota se presenta una metodología que contribuye a una mejor administración integral de riesgos del balance de una aseguradora.

II. Valuación Económica del Balance

Existe una tendencia global encaminada a utilizar valores económicamente justos¹ para reflejar la situación financiera de una aseguradora. Los principales beneficios de la utilización de valores justos serán:

- Mayor transparencia: se podrá conocer con mayor certeza la situación económica real de la empresa así como los riesgos a los que está expuesta.

¹ La definición de valor justo según IFRS 4 es: “amount for which an asset could be exchanged, or a liability settled, between knowledgeable, willing parties in an arm’s length transaction.”

- Mejora en las prácticas de administración de riesgos.
- Una administración más eficiente de las empresas.
- Mayor consistencia y comparabilidad entre empresas a nivel global.

Para estimar el valor justo o de mercado del balance procedemos como sigue:

- En el caso de las inversiones tomamos el valor de mercado directamente observable.
- En el caso de otros activos, como deudor por prima y reaseguro, estimamos un castigo por incobrabilidad y descontamos los flujos castigados a tasas libres de riesgo.
- En el caso de los pasivos de seguros, la estimación del valor justo se compone de tres elementos:
 - La mejor estimación (valor esperado) de todos los flujos contractuales.
 - Tasas de descuento libres de riesgo (curva de tasas spot).
 - Margen de riesgo.

Para estimar el margen de riesgo existen varias metodologías, entre las cuales se encuentran:

- Metodología del costo de capital.
- Teoría de utilidad.

A. Metodología del Costo de Capital

Esta metodología se basa en la siguiente relación:

$$R_p = R_A - \frac{C}{P}(R_C - R_A) \quad (1)$$

Donde:

R_p = Tasa de descuento del pasivo.

R_A = Retorno del activo.

R_C = Costo de capital.

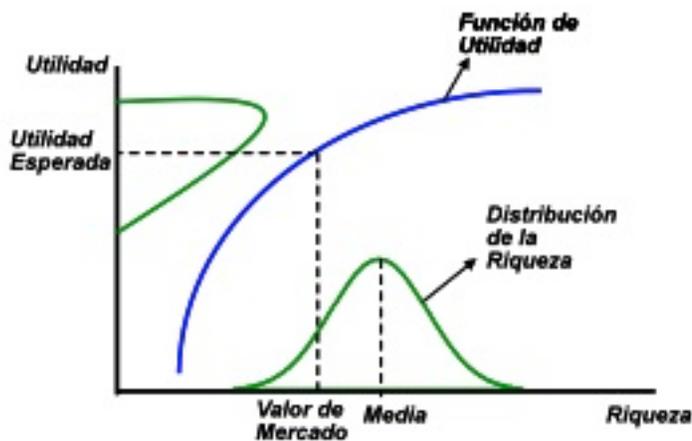
Como se aprecia en la ecuación (1), esta metodología es iterativa, ya que el cociente $\frac{C}{P}$ depende del valor justo del pasivo que se desea estimar. El principal supuesto de esta metodología es que se conoce el costo de capital apropiado para el balance que se pretende valorar. Las ventajas de este método son su relativa facilidad de aplicación y su consistencia con las mejores prácticas a nivel internacional en el ámbito de Solvencia II. Su desventaja es que, principalmente en mercados poco desarrollados, los costos de capital son más subjetivos y no necesariamente reflejan el perfil de riesgo real de la empresa.

B. Teoría de Utilidad

Existe otra metodología, basada en la teoría de utilidad, que estima el valor de mercado en función a:

- Volatilidad de los flujos proyectados.
- Aversión al riesgo del mercado, expresada en una función de utilidad.

Se puede ilustrar esta metodología mediante la siguiente gráfica:



Aplicamos esta metodología mediante el siguiente proceso:

1. Estimación de la función de utilidad implícita en el valor del índice de la bolsa mexicana de valores (IPC).²

² Véase Longley-Cook (1998) para una explicación detallada de la determinación de la función de utilidad.

2. Estimación del valor de mercado del capital (activo menos pasivo) al resolver la siguiente ecuación:

$$U(V) = E[U(C)] \quad (2)$$

Donde:

U = Función de utilidad obtenida en el punto anterior.

V = Valor de mercado del capital.

C = Variable aleatoria que representa el valor presente de los flujos netos de activos y pasivos a tasas de interés libres de riesgo.

3. Estimación del valor justo del pasivo mediante la diferencia del valor de mercado del activo menos el valor de mercado del capital obtenido en el punto anterior.

La ventaja de esta metodología es que permite la consideración de la naturaleza estocástica de los riesgos así como el grado de aversión al riesgo de los inversionistas. El principal supuesto es la forma de la función de utilidad. La desventaja de este método es la dificultad para estimar una función de utilidad apropiada. El riesgo es que al utilizar un mercado diferente al mercado al que corresponde la empresa que se quiere valorar, en este caso la bolsa mexicana de valores, no se esté reflejando totalmente la aversión al riesgo de los inversionistas del mercado de seguros.

III. Medición de Riesgos

Una vez determinado el valor de mercado del capital actual procedemos a investigar cómo puede cambiar dicho valor en el tiempo. A continuación se describen dos metodologías. La primera considera sólo el riesgo de mercado y la segunda considera tanto riesgo de mercado como riesgo siniestral.

A. Riesgo de Mercado

Esta metodología es útil para horizontes de tiempo cortos (por ej. un mes) ya que generalmente en periodos cortos la volatilidad siniestral es menor que la volatilidad de factores de riesgo de mercado.

Para estimar el cambio en el valor justo del pasivo y de activos que no tienen un mercado activo (como deudor por prima o reaseguro), recurrimos al concepto de portafolios replicantes. El criterio que utilizamos para obtener portafolios replicantes es encontrar una combinación de activos financieros que iguale la duración de los flujos a replicar y cuya convexidad sea lo más parecida posible a la de los flujos a replicar. Estimamos un portafolio replicante para cada flujo y obtenemos su tasa correspondiente mediante:

$$y_{pj} = \frac{\sum_{i=1}^n dd_i w_{ij} y_i}{\sum_{i=1}^n dd_i w_{ij}} \quad (3)$$

Donde,

y_{pj} = Tasa (yield) del portafolio replicante del flujo en el periodo j .

y_i = Tasa (yield) del activo i .

dd_i = Duración monetaria ("dollar duration") del activo i .

w_{ij} = Peso del activo i en el portafolio replicante del flujo en el periodo j .

Por último estimamos el portafolio replicante de los flujos agregados mediante:

$$w_i = \frac{\sum_j w_{ij} VP_j}{\sum_j VP_j} \quad (4)$$

Donde:

w_i = Peso del activo i en el portafolio replicante agregado (considerando todos los flujos).

VP_j = Valor presente del flujo correspondiente al periodo j a la tasa y_{pj} .

Por otro lado, sabemos que el retorno del capital se puede expresar como sigue:

$$R_C = R_A \left(\frac{A}{C} \right) - R_P \left(\frac{P}{C} \right) \quad (5)$$

Asimismo, los retornos del activo y del pasivo se pueden expresar de acuerdo a sus componentes de la siguiente manera:

$$R_A = \sum_{i=1}^n \alpha_i R_A^i \quad (6)$$

$$R_P = \sum_{j=1}^m \beta_j R_P^j \quad (7)$$

Donde:

R_A^i = Retorno de la i -ésima clase de activo en el balance.

α_i = Peso relativo de la i -ésima clase de activo respecto al activo total .

n = Número de clases de activos en el balance.

R_P^j = Cambio porcentual en el valor de la j -ésima clase de pasivo en el balance.

β_j = Peso relativo de la j -ésima clase de pasivo respecto al pasivo total.

m = Número de clases de pasivos en el balance.

Al encontrar portafolios replicantes para cada clase de activo y de pasivo obtenemos:

$$R_A^i = \sum_{s=1}^p \alpha_{is} R_s \quad (8)$$

$$R_P^j = \sum_{s=1}^p \beta_{js} R_s \quad (9)$$

$$R_C = \sum_{s=1}^p \left[\frac{A}{C} \sum_{i=1}^n \alpha_i \alpha_{is} - \frac{P}{C} \sum_{j=1}^m \beta_j \beta_{js} \right] R_s \quad (10)$$

Donde:

α_{is} = Peso del instrumento financiero s en el portafolio replicante del activo i .

β_{js} = Peso del instrumento financiero s en el portafolio replicante del pasivo j .

R_s = Retorno del instrumento financiero s .

De esta manera hemos expresado el retorno del capital como una combinación lineal de retornos de instrumentos financieros. Con esto podemos estimar indicadores como el valor en riesgo (VaR) del capital utilizando las mismas técnicas que se utilizan para estimar el VaR de un portafolio de activos financieros. La principal ventaja de esta metodología es su facilidad de cálculo. El supuesto importante es que el valor de activos y pasivos es igual de sensible a cambios en las tasas de interés que el

valor de un portafolio de instrumentos financieros con la misma duración y convexidad. La desventaja es que esta “igualdad” de sensibilidad desaparece en cuanto cambia el nivel de tasas de interés, por lo que se tienen que recalcular los portafolios replicantes periódicamente.

B. Riesgo de Mercado y Riesgo Siniestral

Esta metodología la utilizamos en dos diferentes horizontes de tiempo:

1. Hasta la extinción del pasivo si estamos evaluando el riesgo de un producto o línea de negocio.
2. A un año si estamos evaluando los riesgos de varios productos o líneas de negocio.

Para esta metodología utilizamos simulación estocástica para generar escenarios de los factores de riesgo que afectan tanto a activos como pasivos. El algoritmo utilizado, basado en el concepto de cópula normal, permite la simulación conjunta de variables aleatorias con una estructura dada de correlaciones y distribuciones marginales arbitrarias (no necesariamente normales). A continuación se describe brevemente el algoritmo utilizado:

1. Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias con distribuciones marginales

$$F_1, \dots, F_n \text{ y correlación de Spearman } RankCorr(X_i, X_j)^3.$$

³ La correlación de Spearman se define como $RankCorr(X, Y) = 12E[(F_X(X) - 0.5)(F_Y(Y) - 0.5)]$

2. Construimos una matriz triangular inferior $B = (b_{ij})$ donde

$$b_{ij} = \frac{\rho_{ij} - \sum_{s=1}^{j-1} b_{is} b_{js}}{\sqrt{1 - \sum_{s=1}^{j-1} b_{js}^2}} \quad \text{para} \quad 1 \leq j \leq i \leq n \quad \text{y}$$

$$\rho_{ij} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} \text{RankCorr}(X_i, X_j)\right).$$

3. Generamos un vector columna de variables aleatorias independientes normales estándar $Y = (Y_1, \dots, Y_n)'$.

4. Tomamos el producto matricial $Z = BY$.

5. Definimos $u_i = \Phi(Z_i)$.

6. Finalmente, obtenemos escenarios para las variables de interés mediante $X_i = F_i^{-1}(u_i)$.

Utilizando los escenarios de los factores de riesgo podemos estimar la distribución del valor de mercado del capital en el horizonte de interés utilizando las técnicas descritas anteriormente. Con esta distribución podemos estimar indicadores de riesgo como:

1. Capital económico: monto de capital necesario para pagar los pasivos con un cierto grado de confianza.
2. Valor en riesgo del capital.
3. Probabilidad de ruina.

La principal ventaja de esta metodología es que considera diferentes tipos de riesgo de manera conjunta y consistente, logrando el objetivo

de cuantificar el perfil de riesgo agregado de la empresa. La desventaja es que requiere de desarrollos computacionales más complejos.

IV. Ilustración

A continuación se ilustra la metodología expuesta en la sección III A.

A. Balance Inicial

Para ilustrar las ideas expuestas vamos a trabajar con el siguiente balance contable ficticio correspondiente a una cartera de seguros de autos y daños.

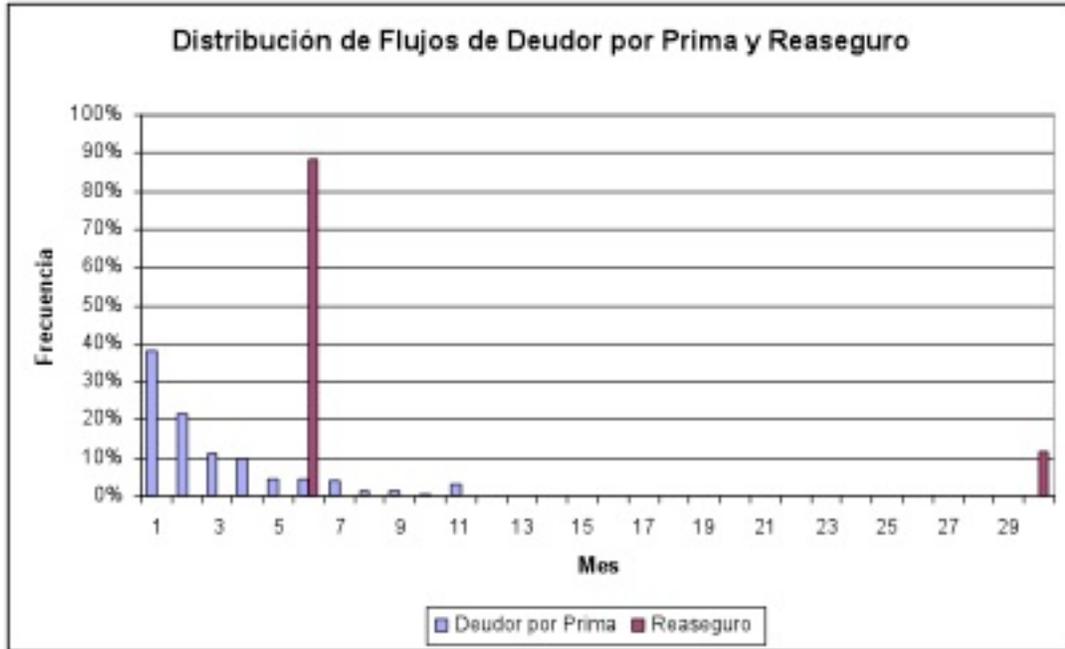
	Deudor por Prima	Renta Fija	Renta Variable	Reaseguro	Total Activo
Activo	2,045,946,131	4,481,771,397	250,856,757	2,709,939,182	9,488,513,467

	Riesgos en Curso (RRC)	Obligaciones Pendientes de Cumplir (OPC)	Reaseguro	Total Pasivo
Pasivo	3,774,937,303	3,213,825,063	668,772,132	7,657,534,497

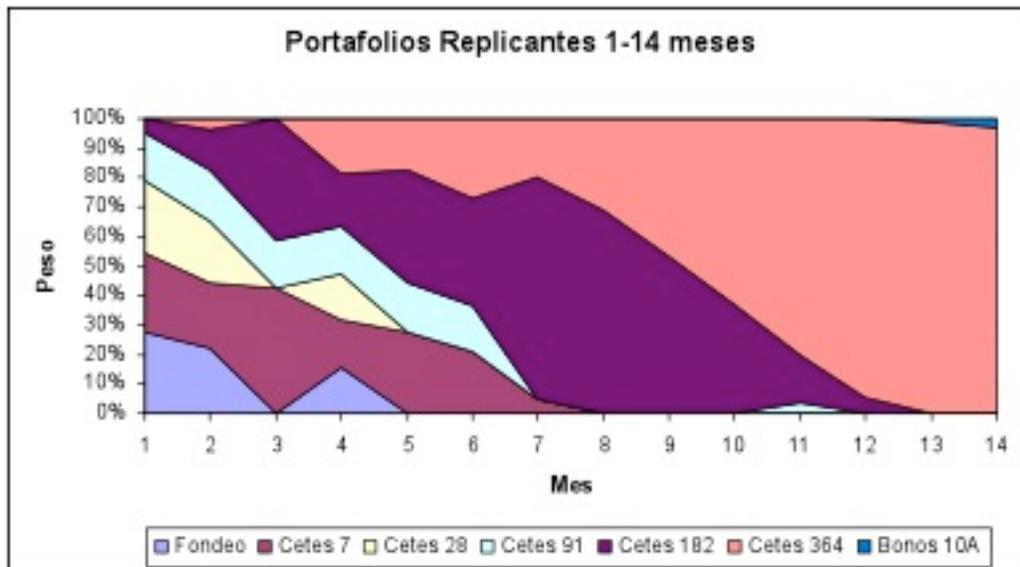
Capital	1,830,978,970
----------------	---------------

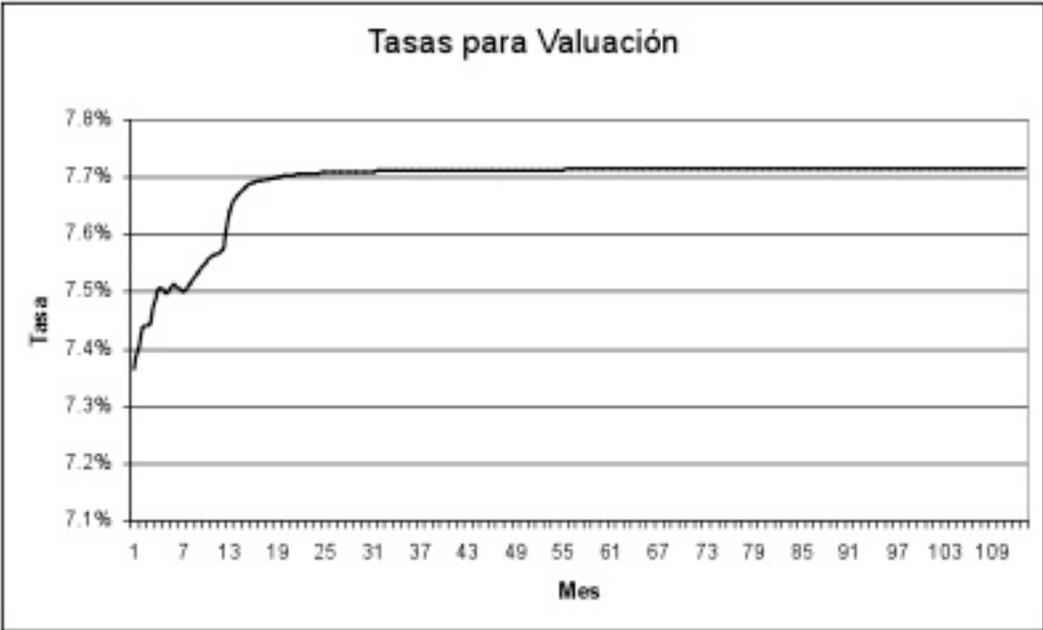
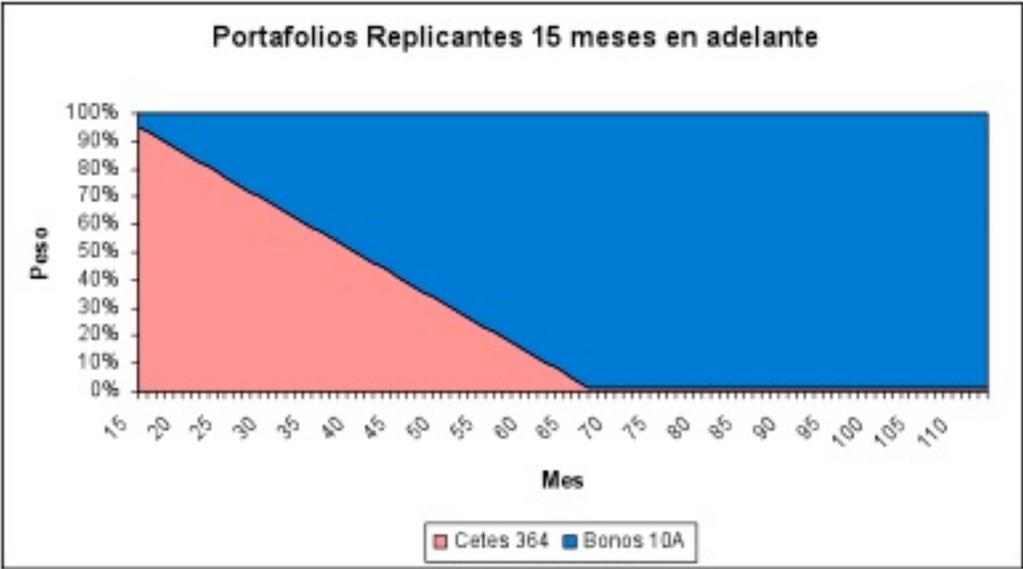
B. Generación de Flujos del Activo

Los flujos del deudor por prima y de reaseguro se proyectan de acuerdo a las siguientes distribuciones:



C. Portafolios Replicantes y Tasas de Interés





D. Valor de Mercado de los Activos

A continuación se muestra el valor de mercado y la duración para los activos de deudor por prima y reaseguro, así como el portafolio replicante correspondiente al agregado de estos activos.

Activo	Valor de Mercado	Duración (meses)
Deudor por Prima	2,512,626,616	2.7
Reaseguro	2,571,765,128	7.8
Total	5,084,391,744	5.3

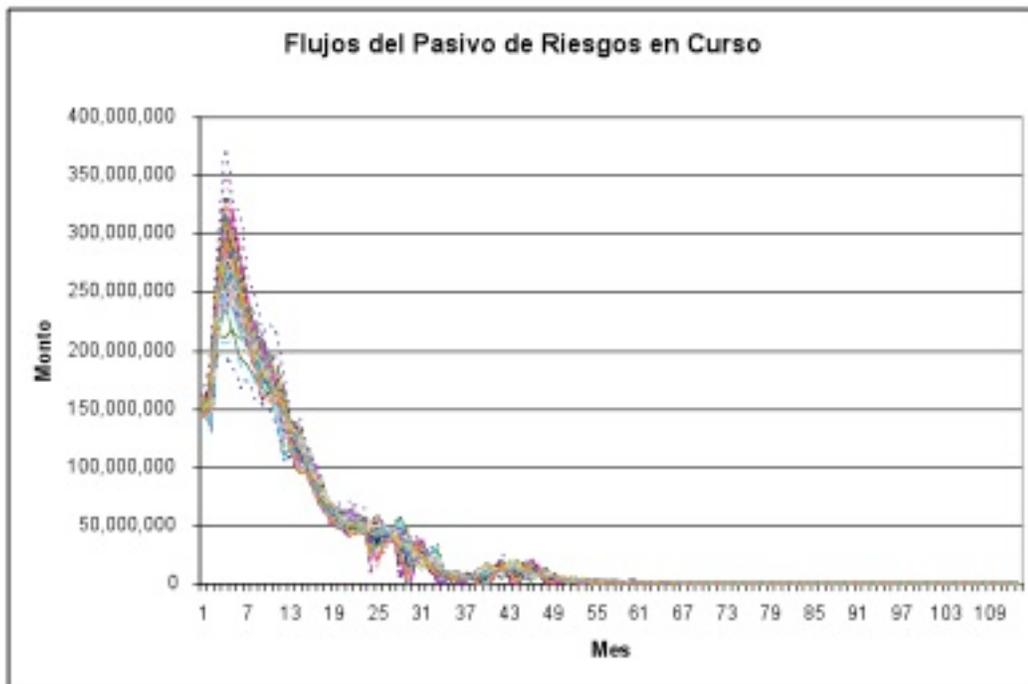
Activo	Peso
PiPFondeo_G	8.3%
PiPCetes_7d	21.5%
PiPCetes_28d	7.6%
PiPCetes_91d	14.4%
PiPCetes_182d	26.3%
PiPCetes_364d	20.3%
PiPG_Fix3A	0.0%
PiPG_Fix20A	0.0%
PiPG_Fix5A	0.0%
PiPG_Fix10A	1.6%
PiPG_Real5A	0.0%
PiPG_Real10A	0.0%
PiPG_Real20A	0.0%
PiPG_Real30A	0.0%
PiP_MCorp12M+	0.0%

E. Flujos del Pasivo

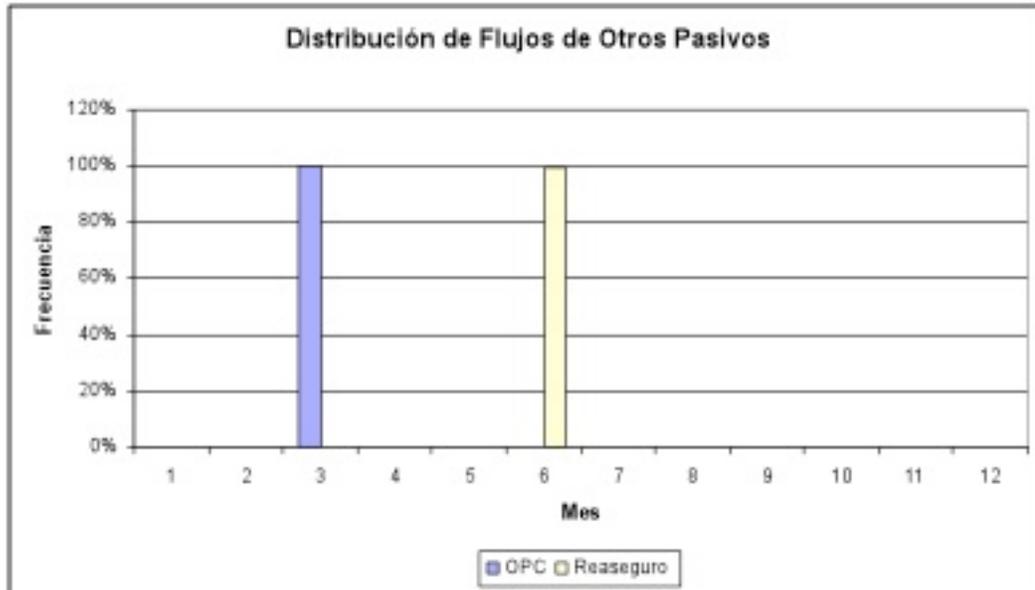
Para estimar los flujos generados por el pasivo de riesgos en curso, se generaron escenarios de frecuencia y siniestralidad para cada uno de los ramos considerados en la cartera de manera conjunta, utilizando la metodología descrita en la sección III-B. Con el producto de la exposición futura, los escenarios de frecuencia y de siniestro promedio se construyen escenarios de obligaciones futuras a los cuales se les

adiciona el gasto de administración asignado a cada ramo. Para obtener el flujo de efectivo, a lo anterior se le incorpora la velocidad de pago del siniestro, obtenida con la metodología de Chain Ladder de factores de desarrollo. Los gastos de administración se consideran como flujo al momento de ocurrencia del siniestro.

Los escenarios de flujos obtenidos son los siguientes:



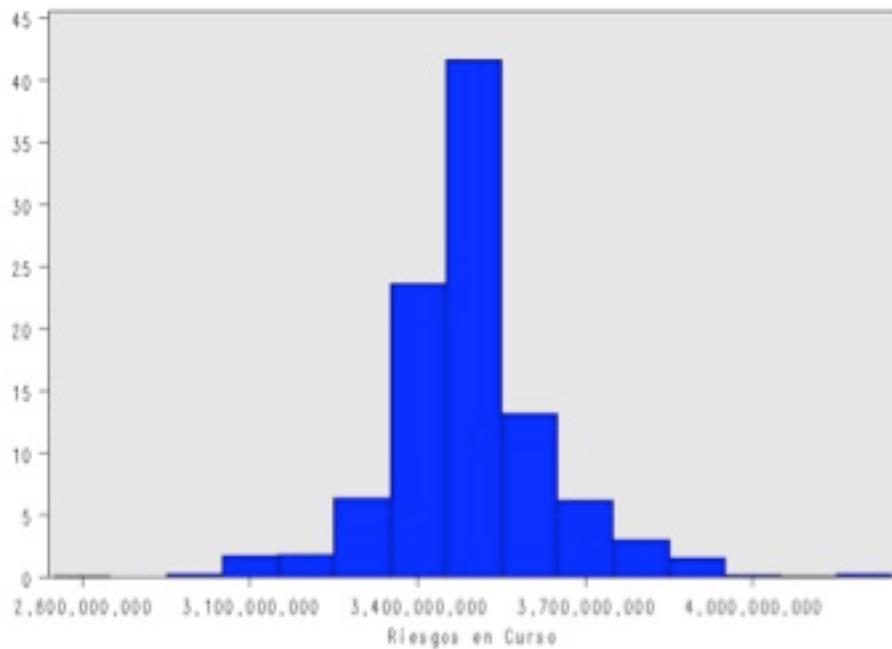
Los flujos de los demás pasivos (OPC y reaseguro) se proyectan de acuerdo a las siguientes distribuciones en el tiempo:



F. Valor Justo de los Pasivos

i. Riesgos en Curso

La distribución del valor presente del pasivo de riesgos en curso es la siguiente:



Algunas estadísticas relevantes de esta distribución se muestran a continuación, así como el valor justo estimado.

Media	Desviación Standard	Mediana	p75	p95 (Valor Justo)
3,491,883,008	143,818,536	3,472,215,071	3,546,840,030	3,754,479,846

ii. Pasivo Total

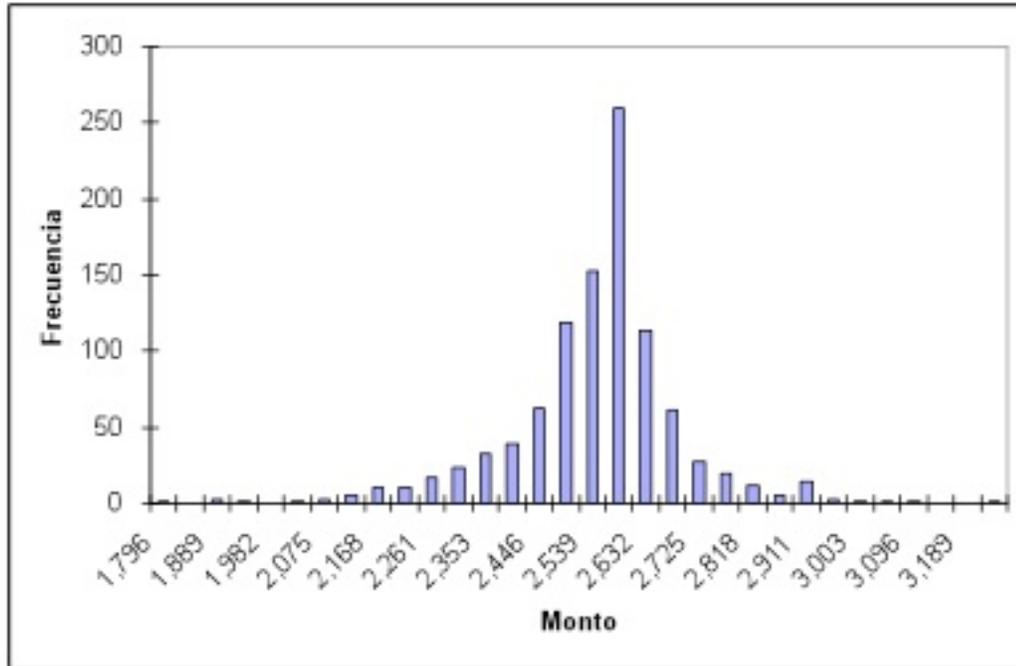
A continuación se muestra el valor de mercado y la duración para todos los pasivos, así como el portafolio replicante correspondiente al agregado de estos pasivos.

Pasivo	Valor de Mercado	Duración (meses)
RRC	3,754,479,846	10.8
OPC	3,156,651,670	2.8
Reaseguro	644,665,785	5.6
Total	7,555,797,300	7.0

Activo	Peso
PiPFondeo_G	4.5%
PiPCetes_7d	25.3%
PiPCetes_28d	4.1%
PiPCetes_91d	11.8%
PiPCetes_182d	29.5%
PiPCetes_364d	22.2%
PiPG_Fix3A	0.0%
PiPG_Fix20A	0.0%
PiPG_Fix5A	0.0%
PiPG_Fix10A	2.5%
PiPG_Real5A	0.0%
PiPG_Real10A	0.0%
PiPG_Real20A	0.0%
PiPG_Real30A	0.0%
PiP_MCorp12M+	0.0%

G. Valor de Mercado del Capital

La distribución del valor presente del capital se obtiene de la diferencia del activo y el pasivo. Algunas estadísticas relevantes se muestran a continuación:



Media	Desviación Standard	Mediana	p5 (Valor Justo)	p25	Probabilidad de Solvencia
2,523,819,436	143,818,536	2,543,487,373	2,261,222,598	2,468,862,414	100%

H. Optimización del Balance

Para poder optimizar el balance, la función objetivo o variable de interés será el retorno del capital dado por la ecuación (5). Los supuestos para realizar esta optimización son los siguientes:

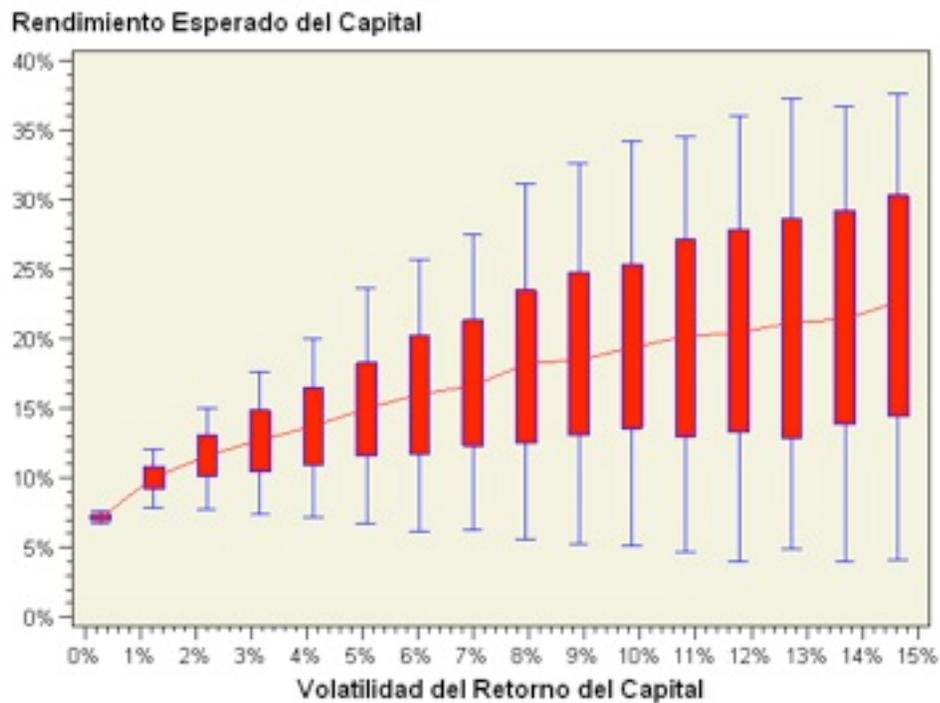
Activo	Retorno Esperado	Volatilidad	Pesos Máximos	Pesos Minimos
PiPFondeo-G	7.3%	0.9%	100.0%	0.0%
PiPCetes-7d	7.3%	0.9%	100.0%	0.0%
PiPCetes-28d	7.2%	0.8%	100.0%	0.0%
PiPCetes-91d	7.2%	0.9%	100.0%	0.0%
PiPCetes-182d	7.2%	0.8%	100.0%	0.0%
PiPCetes-364d	6.9%	1.1%	100.0%	0.0%
PiPG-Fix3A	7.8%	1.5%	100.0%	0.0%
PiPG-Fix20A	14.5%	7.2%	100.0%	0.0%
PiPG-Fix5A	9.2%	2.5%	100.0%	0.0%
PiPG-Fix10A	11.3%	3.4%	100.0%	0.0%
PiPG-Real5A	8.6%	1.1%	100.0%	0.0%
PiPG-Real10A	10.5%	2.4%	100.0%	0.0%
PiPG-Real20A	11.2%	5.8%	100.0%	0.0%
PiPG-Real30A	11.9%	8.2%	100.0%	0.0%
PiP-MCorp12M+	8.2%	2.0%	100.0%	0.0%
IRT	16.8%	10.6%	100.0%	0.0%
Dow-Jones	0.0%	8.3%	100.0%	0.0%

Grupo	Pesos Máximos	Pesos Minimos
Tasa Fija	100.0%	0.0%
Tasa Real	100.0%	0.0%
Efectivo	100.0%	52.7%
Corporativo	100.0%	0.0%
Renta Variable	100.0%	0.0%
Corp. + R. Var	30.0%	0.0%

La optimizaci3n busca maximizar el retorno esperado del capital para distintos niveles de volatilidad del retorno del capital. Las variables de decisi3n son los pesos que definen la composici3n del activo de inversiones. La composici3n de los demás activos y de los pasivos permanece como la cartera actual considerada. Se asumen las restricciones del régimen de inversi3n para aseguradoras. A continuaci3n se muestran la frontera eficiente y los portafolios 3ptimos

obtenidos así como algunos indicadores de riesgo como VaR y duración⁴.

La grafica siguiente muestra que el rendimiento se puede incrementar de manera importante con una probabilidad muy baja de obtener menores rendimientos que el primer escenario.



⁴ La duración del capital es igual a $D_C = (D_A - D_P) \frac{A}{C} + D_P$ donde D_C = Duración del capital, D_A = Duración del activo, D_P = Duración del pasivo.

Activo	Actual	Pasivo	Portafolios Óptimos							
			P1	P3	P5	P7	P9	P11	P13	P16
PIPFondeo-G	5.9%	0.1%	30.2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	52.0%
PIP Cetes 7d	5.9%	29.7%	7.3%	36.2%	45.9%	52.7%	52.7%	52.7%	52.7%	0.7%
PIP Cetes 28d	5.9%	0.1%	4.0%	16.5%	6.8%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIP Cetes 91d	5.9%	8.9%	11.8%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIP Cetes 182d	5.9%	33.2%	17.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIP Cetes 364d	5.9%	24.4%	3.9%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIPG-Fix3A	5.9%	0.0%	10.8%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIPG-Fix20A	5.9%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	2.6%	13.8%	25.4%	17.3%
PIPG-Fix5A	5.9%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIPG-Fix10A	5.9%	3.6%	0.0%	17.8%	26.4%	36.2%	30.1%	18.0%	5.5%	0.0%
PIPG-Rea5A	5.9%	0.0%	2.7%	28.5%	9.3%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIPG-Rea10A	5.9%	0.0%	1.8%	0.0%	7.8%	2.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIPG-Rea20A	5.9%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIPG-Rea30A	5.9%	0.0%	0.2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
PIP-MSCorp12M+	5.9%	0.0%	0.0%	0.2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
IRT	5.9%	0.0%	0.0%	0.8%	3.8%	8.6%	14.6%	15.5%	16.4%	30.0%
Dow-Jones	5.9%	0.0%	1.8%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
Retorno Esperado del Capital	13.7%	7.3%	7.2%	11.6%	13.9%	16.0%	17.7%	19.2%	20.7%	22.6%
Volatilidad del Capital	7.5%	0.9%	0.3%	2.2%	4.1%	6.0%	7.9%	9.9%	11.8%	14.6%
Retorno Esperado de las Inversiones	9.0%	7.3%	7.3%	8.4%	9.1%	9.6%	10.1%	10.5%	10.9%	11.4%
Volatilidad de las Inversiones	2.1%	0.9%	0.7%	1.0%	1.5%	2.0%	2.4%	2.9%	3.4%	4.0%

Activo	Actual	Pasivo	Portafolios Óptimos							
			P1	P3	P5	P7	P9	P11	P13	P16
VaR del Capital	0.89%	0.04%	0.08%	0.32%	0.58%	0.96%	1.35%	1.50%	1.67%	2.47%
VaR del Activo	0.25%	0.04%	0.04%	0.10%	0.17%	0.27%	0.37%	0.41%	0.46%	0.67%
Duración Otros Activos	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
Duración Renta Fija	4.2	0.6	0.6	2.0	2.3	2.3	2.1	2.6	3.0	2.2
Duración del Activo	2.2	0.5	0.5	1.2	1.3	1.3	1.2	1.4	1.7	1.3
Duración del Pasivo	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Duración del Capital	13.5	0.5	0.5	5.8	6.8	6.5	6.1	7.7	9.4	6.3

V. Conclusiones

El objetivo primordial de la administración de riesgos es contribuir al crecimiento estable del valor económico de la empresa al apoyar a la toma de decisiones respecto a riesgo y rendimiento. El balance de una aseguradora es complejo y existen diferentes intereses involucrados:

A. Los asegurados esperan protección y seguridad en sus inversiones.

B. Los accionistas esperan un retorno adecuado y no quieren sorpresas.

C. La autoridad y las calificadoras demandan una buena administración de riesgos.

Para poder alcanzar los objetivos de solvencia y rentabilidad del capital es necesario administrar los riesgos a los que está expuesta una aseguradora de una manera realmente integral, considerando todo el balance y todos los tipos de riesgos de manera conjunta y consistente. El presente trabajo ha mostrado que se pueden implementar diversas metodologías para:

- Conocer y cuantificar los riesgos a los que está expuesta la empresa.
- Administrar la empresa en términos de su perfil de riesgo y rendimiento.

Las metodologías presentadas son las utilizadas por las mejores prácticas en la industria internacional. A pesar de que todavía no existe un consenso internacional en cuanto a qué metodología es la más adecuada, lo importante es que cualquiera de ellas es útil para conocer más realmente los riesgos de la empresa.

VI. Bibliografía

Longley-Cook, Alastair (1998), "Risk-Adjusted Economic Value Analysis", *North American Actuarial Journal*, vol. 2 num. 1, pp. 87-100

Alternativas de Cobertura para Riesgos Catastróficos.

Un Modelo para el Bono Catastrófico

Ricardo Álvarez Castañeda

Mapfre Seguros de Crédito
rialvarez@mapfre.com.mx Tel. 52 30 70 86

Act. Ma. Teresa Ramírez Robledo

Universidad Marista , S.E.P.
teraro_69@hotmail.com Tel.: 55 81 18 99

Resumen:

El presente trabajo describe diferentes alternativas para la cobertura de riesgos catastróficos, que pueden ser utilizadas de manera complementaria a las coberturas de reaseguro tradicional. Una alternativa de transferencia de riesgo es la utilización del mercado de capitales mediante la bursatilización de los riesgos a través de bonos o su instrumentación en opciones y derivados. Se plantea la metodología para la cobertura de riesgo catastrófico mediante "cat bonds" y se analiza el primer bono catastrófico contra terremoto en México que marca un precedente en América Latina, permitiendo mejorar la operación del FONDEN.

Palabras Clave: Riesgo Catastrófico, Transferencia de riesgo, Mercado de capitales, Bono Catastrófico.

I. Introducción

En la última década los eventos catastróficos han generado considerables pérdidas tanto a la economía pública como a la privada (incluyendo a las aseguradoras y reaseguradoras). En el año 2005 los fenómenos naturales ocurridos en México dejaron alrededor de 7 millones de personas afectadas y 1,999 millones de dólares en daños materiales, según reporta el Fondo de Desastres Naturales (FONDEN). La falta de fondos para dar respuesta a las necesidades inmediatas, provoca que el sistema financiero

del país sufra considerables estragos. Las catástrofes naturales han dejado huellas imborrables tanto en la población como en la economía del país en el que se presentan; todos los países están expuestos a este tipo de eventos, tal vez unos más que otros, pero el riesgo está latente y en la mayoría de los casos, no existe una infraestructura económica e institucional que soporte los daños en caso de una verdadera catástrofe.

El sector asegurador a nivel mundial se ha preocupado por desarrollar mecanismos que le permitan hacer frente a este tipo de riesgos, aunque el desarrollo de modelos para el cálculo de la siniestralidad y por ende del precio, se torna complicado, debido al comportamiento de los mismos. Es aquí donde la transferencia alternativa de riesgos surge como una opción de solución complementaria del reaseguro. Concretamente a través de la bursatilización; el mercado de capitales, se abre como un camino para participar en riesgos que tradicionalmente estaban reservados para la industria aseguradora y reaseguradora, sin necesidad de participar directamente en este sector.

El bono catastrófico será el instrumento financiero que se analice en el presente trabajo, desde un punto de vista actuarial, abarcando el proceso de ocurrencia de catástrofes, la cobertura del reaseguro, el precio del bono y la aplicación de lo anterior, al bono catastrófico para terremoto mexicano.

1.1 El riesgo.

La palabra riesgo es utilizada en la mayoría de los sectores laborales o disciplinarios. En seguros, se define en general como "un posible peligro, cuya magnitud, se evalúa mediante la fórmula: potencial de siniestro o severidad por frecuencia". Pero en el sector asegurador, también se denomina con el término riesgo, a los bienes e intereses asegurados.

1.2 El riesgo de la naturaleza.

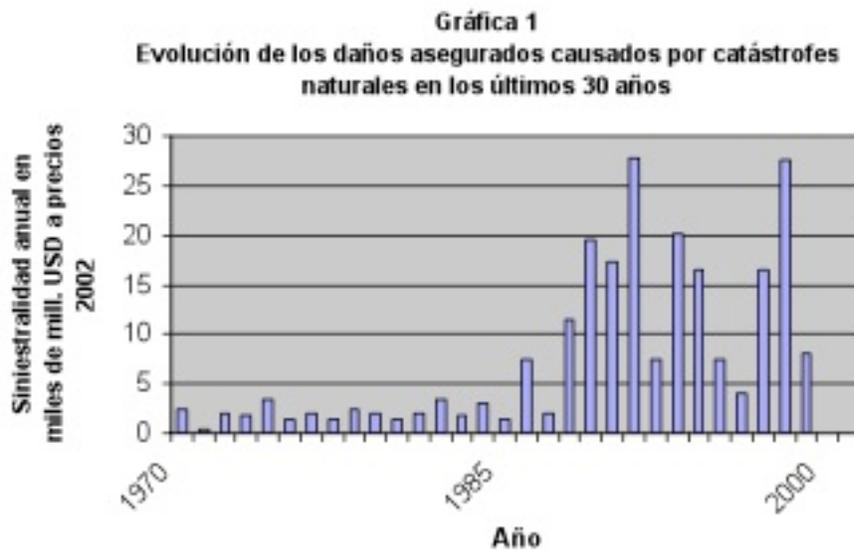
El hombre se ha enfrentado a la naturaleza desde siempre, basta recordar catástrofes mundiales recientes como, el gran terremoto ocurrido el 26 de diciembre del 2004 localizado frente a las costas del Noreste de Sumatra, que fue seguido de varios tsunamis, que azotaron las costas de Sri Lanka, Tailandia, Indonesia, India y otros lugares de la región. México no es la excepción, nuestro país ha tenido que soportar una cadena de desastres naturales a lo largo de los últimos 25 años, dentro de los cuales están: el sismo de la Ciudad de México en 1985, el huracán Gilberto en 1988, el huracán Paulina en 1999 y recientemente las inundaciones en Tabasco en 2007, este tipo de acontecimientos deja miles de damnificados y daños millonarios en la infraestructura de un país, lo cual pone al descubierto la falta de soporte económico para enfrentar y solventar los desastres naturales. La industria del seguro hace bien en evaluar de forma previsoramente, mediante modelos científicos, las consecuencias económicas derivadas de las catástrofes naturales.

Jean Lemaire (1993) define riesgo catastrófico como: “el riesgo que puede generar pérdidas que excedan la absorción de capacidad de los mayores Aseguradores o Reaseguradores”. Otra definición desde el punto de vista del seguro y con una perspectiva global: “aquél que tiene su origen en hechos o acontecimientos de carácter extraordinario, tales como fenómenos atmosféricos de elevada gravedad, movimientos sísmicos, conmociones o revoluciones militares o políticas, etc., cuya propia naturaleza anormal y la elevada intensidad y cuantía de los daños que de ellos pueda derivarse impiden que su cobertura quede garantizada en una póliza de seguro ordinario (Castelo, M. J., Guardiola, L. A., 1992)

1.3 El papel del seguro ante los riesgos catastróficos.

Entre los mecanismos de transferencia de riesgo se destaca la contratación de seguros y reaseguros, que constituyen una muy buena opción, aunque no sea aplicable a todos los sectores ni a todos los tipos de desastres; como se sabe en los países desarrollados los seguros son el medio preferido para financiar los efectos de los desastres naturales. Los riesgos de desastre natural son objeto principal de la industria aseguradora especialmente en siniestros causados por la meteorología, huracanes, inundaciones y terremotos. Usualmente, los precios de los seguros se fijan sobre la base de los riesgos promedio, por lo que dichos precios se encuentran por encima de tasas de prima ajustadas al riesgo para los buenos riesgos, razón por la cual los buenos riesgos están cada vez menos dispuestos a financiar a los malos riesgos.

Los métodos más simplificados y más utilizados en el campo de la gestión de desastres son aquellos que se basan en la generación de índices de riesgo a partir de datos históricos o la superposición de índices de peligro y vulnerabilidad. México ha dirigido sus esfuerzos a esta tarea mediante la iniciativa para la ejecución de un sistema de cómputo denominado “Atlas Nacional de Riesgos” por parte del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED). Las catástrofes naturales han ocurrido y siguen ocurriendo en el mundo provocando cada vez mayores pérdidas, de acuerdo a la revista Sigma Swiss Re, la magnitud de las catástrofes naturales y antropogénicas aumenta desde 1970 (Gráfica 1)



El aumento de la siniestralidad de riesgos catastróficos se debe entre otras causas a: una mayor densidad de población y de su concentración geográfica, aumento en el consumo de energía, lo que trae como consecuencia una mayor emisión de contaminantes que afectan el

equilibrio ecológico, la existencia de más valores asegurables, dificultad para controlar la inflación sobre los costes de reparación y una prevención insuficiente. Los riesgos catastróficos presentan las siguientes características, mismas que dificultan su manejo y operación: complejidad técnica, acumulación de siniestros y excepcionalidad, son estas características las que dificultan el hacerle frente a este tipo de riesgos, obligando a las aseguradoras a recurrir al respaldo del reasegurador y compartir el riesgo, pero son las reaseguradoras quienes reciben la mayor parte del compromiso buscando a su vez quien a su vez buscan compartir éste, en el mercado retrocesionario.

1.4 La importancia del reaseguro en los riesgos catastróficos.

La ocurrencia de un terremoto, una inundación, etc. son algunos ejemplos de desastres naturales que traen consigo grandes pérdidas tanto humanas como económicas mismas que ocurren simultáneamente. El desequilibrio en las finanzas tanto públicas como privadas se hace evidente, el aumento del endeudamiento y retrasos de proyectos de desarrollo, son ejemplos de esto.

Las aseguradoras se encuentran obligadas a recurrir al reaseguro para mantenerse en el mercado con respecto a este tipo de riesgos. El reaseguro es un instrumento técnico de división y distribución de riesgos del cual se vale una entidad aseguradora para conseguir la compensación estadística que requiere su operación, igualando u homogenizando los riesgos que componen una cartera, mediante la cesión de parte de dichos

riesgos a otra u otras entidades aseguradoras (reaseguradoras)⁵. Dentro del reaseguro no proporcional encontramos la clasificación: Exceso de pérdida (XL) por evento o por evento catastrófico, esta forma de reaseguro se hace necesaria para las pólizas que cubren catástrofes naturales. Se acuerda que la reaseguradora pagará el exceso, y hasta un cierto límite sobre la prioridad o retención preestablecida para los eventos catastróficos durante el año. El problema de la estructuración del precio, se plantea en todas aquellos ramos en los que el reaseguro se vea expuesto a grandes siniestralidades individuales o catastróficas.

1.5 Transferencia alternativa de riesgos (ART Alternative Risk Transfer)

En general existe una creciente preocupación respecto a la posibilidad de que las compañías aseguradoras y reaseguradoras no dispongan de recursos financieros suficientes para hacer frente a una catástrofe mayor. El término “Transferencia Alternativa de Riesgo” (ART alternative risk transfer) surgió en Estados Unidos, como un mecanismo que permite a los nuevos productos mezclar soluciones aseguradoras y reaseguradoras con las estrictamente financieras.

Dentro de los rasgos característicos de las soluciones que da la Transferencia Alternativa de Riesgos encontramos: Se hace a la medida de los problemas específicos de los clientes, una cobertura plurianual basada en varios ramos, compensación de riesgos en el tiempo, así como dentro de la cartera del asegurado; de esta forma es posible asumir riesgos

⁵ Castelo, Pérez, J. M., (2004)

tradicionalmente no asegurables y la aceptación de riesgos por parte de no (re)aseguradores⁶. En materia de eventos catastróficos, México cuenta con pasajes en su historia verdaderamente impactantes. En el año de 1996 se crea el Fondo de Desastres Naturales (FONDEN) que es una herramienta financiera compuesta por varios instrumentos y por diversas instancias del gobierno federal que participan en su operación, el cual tiene como propósito brindar recursos a los estados y a las Dependencias Federales para la atención de los daños causados, por un fenómeno natural imprevisible y determinado, cuya magnitud del desastre supere sus capacidades de respuesta.

Pero el brindar estos recursos en el momento de una catástrofe es el principal problema del gobierno federal; el FONDEN recurre a la transferencia de riesgos, para llevar a cabo la función para el que fue creado. Siendo el primer riesgo transferido a los mercados financieros el de terremoto.

1.6 Los mercados financieros como una alternativa de cobertura.

Las catástrofes naturales irremediablemente traen al mercado asegurador cuantiosas pérdidas económicas, ésta es una de las razones por las que el mercado de capitales surgió como posible solución, a diferencia de los mercados de seguros, en los mercados de capitales una pérdida de \$50 millones de dólares es casi una rutina. El valor total estimado de los mercados de capitales en 1997 se situaba alrededor de los \$15 trillones de

⁶ No todas las modalidades de ART responden necesariamente a estas características

dólares y la media estimada de desviación diaria era de \$133 billones de dólares USA⁷.

El mercado asegurador comenzó a aprovechar la capacidad potencial de los mercados de capitales y a mediados de los noventa se desarrollaron instrumentos para transferir el riesgo, la bursatilización de los riesgos se llevó a cabo mediante la emisión de bonos e instrumentos derivados como futuros y opciones.

II Bonos sobre riesgos catastróficos o cat bonds.

2.1 ¿Qué es un bono?

Los bonos son instrumentos de renta fija que son emitidos por el gobierno o una corporación, este instrumento es un título que genera determinada cantidad de cupones a los inversionistas, en plazos preestablecidos, hasta que finalmente lo retira el emisor o hasta el vencimiento.

Los bonos cuentan con un valor nominal⁸, el cual tiene un vencimiento determinado, que es la fecha en que la compañía esta obligada a pagar a los tenedores dicho valor, finalmente la tasa de cupón, o tasa anual de interés nominal, se establece en la carátula del bono⁹, por ejemplo si la tasa de cupón es del 13%, sobre un bono con valor nominal de \$1,000, la

⁷ Insurance Service Office, Inc., Financing Catastrophe Risk: Capital Market Solutions, 7 World Trade Center, New York, January, 1999

⁸ En el sector financiero también se le conoce con diferentes sobrenombres, es decir el valor nominal de un bono también es conocido como su valor a la par, o principal.

⁹ El término tasa cupón se deriva de los cupones desprendibles que forman parte de los certificados de los títulos al portador, que, cuando se presentan al emisor o agente pagado, facultan a los tenedores a recibir los intereses pendientes en esa fecha.

compañía paga al tenedor \$130 cada año hasta su vencimiento. El valor de un bono se obtiene sumando el valor presente del precio al cual se redimirá la obligación más el valor presente de la anualidad constituida por los cupones, de esta manera el precio de compra R está dado por:

$$R = \sum_{i=1}^m C \left(\frac{1}{1+g} \right)^{\frac{i}{n}} + K \left(\frac{1}{1+g} \right)^t$$

Los pagos fijos de cada cupón tienen un valor de:

$$C = \left(\frac{g}{n} \right) K$$

Donde:

C = el monto de cada cupón.

K = el valor de redención de un bono.

Es el monto de capital que paga el bono al vencimiento del periodo.

g = la tasa de interés que ofrece el cupón.

i = la tasa de rendimiento o tasa del inversionista por periodo.

n = el número de cupones al año.

2.2 Bono catastrófico.

La aparición de los bonos catastróficos, se da como un dispositivo de contrapeso para cubrir las grandes propiedades aseguradas, que el mercado reasegurador no podía hacer por sí solo. En el año de 1992, el Chicago Board of Trade (CBOT) realiza un primer intento con futuros sobre índices de siniestros catastróficos y opciones basados en ellos. El primer bono catastrófico fue un bono por \$50 millones de dólares emitido en 1998,

el principal del bono se pagaba a la compañía de seguros en caso de un temblor de siete grados o más en la escala de Richter en ciertas regiones de Japón. Este tipo de instrumento poco a poco, se ha ido colocando en el mercado.

Los bonos catastróficos (cat bonds) son bonos de empresa, por lo que su emisión proporciona a la empresa emisora, la compañía aseguradora, la entrada de un soporte de dinero a cambio del pago de unos cupones periódicos y hasta posiblemente el principal de manera contingente dependiendo de la ocurrencia de un evento catastrófico. La principal diferencia con los bonos de empresa consiste en que el pago de cupones y/o del principal está supeditado a la ocurrencia de un determinado hecho catastrófico. La emisión de este tipo de bonos se lleva a cabo en tres etapas en donde intervienen: el emisor, la cedente y los inversionistas. La aseguradora que actúa como garante de la operación, realiza un contrato con la reaseguradora, que al mismo tiempo transfiere el riesgo a una institución especializada para este tipo de operaciones denominadas SPV (Special Purpose Vehicle) bajo un contrato de retrocesión. Las compañías SPV (Special Purpose Vehicle) son sociedades independientes, situadas en zonas con privilegios fiscales, cuya finalidad es servir de vehículo de transferencia de riesgo en las operaciones de bursatilización.

La emisión está a cargo de las SPVs, los inversionistas adquieren bonos del emisor, quien al mismo tiempo entra en la operación como reasegurador de la cedente. Existen otros participantes del mercado que

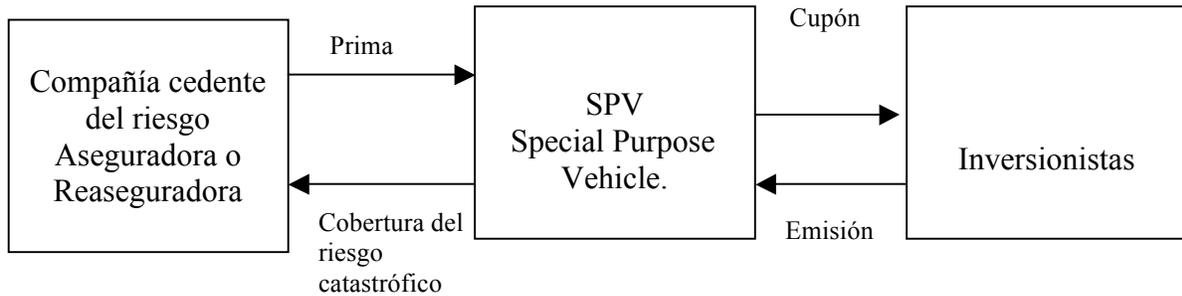
son las compañías de modelación como AIR, Egecat y RMS que crean los modelos en los que se establecen los contratos de bursatilización. La transacción que se lleva a cabo al emitir los cat bonds y transferir el riesgo y financiar por consiguiente las pérdidas causadas por un riesgo catastrófico se explican a continuación:.

Una vez que la compañía reaseguradora transfiere su riesgo a la SPV a través de un contrato de retrocesión por el que paga una prima; la SPV emite los cat bonds, lo que hace entrar dicho riesgo (el riesgo a cubrir puede ser por ejemplo huracán, terremoto, etc.) al mercado de capitales. Una vez colocados los cat bonds en el mercado de capitales, estos pueden ser adquiridos por los inversionistas. Tanto los beneficios obtenidos de las inversiones realizadas con el capital depositado, como las primas que la compañía cedente paga por la cobertura, se reparten periódicamente con una frecuencia que usualmente es semestral a los inversionistas como cupón del bono.

Si la catástrofe no se produce en el plazo contratado, el cat bond tiene la función que cualquier otro bono, es decir, al llegar a la fecha estipulada en el contrato se reembolsará el principal a los inversionistas. Pero si la catástrofe se produce durante la vigencia del bono, los inversionistas no recibirán su dinero, sino que pospondrán el cobro del principal y/o los intereses, o definitivamente perderán su dinero. Después de la fecha del vencimiento fijada para los títulos, puede existir un periodo adicional determinado "periodo de desarrollo de la pérdida", durante el cual, se

determina el importe de reclamaciones cubiertas a pagar. La figura 1 ejemplifica lo expuesto anteriormente.

Figura 1



2.3 Índices en los bonos catastróficos.

La mayoría de los bonos catastróficos están ligados ya sea a un índice de pérdidas ocurridas, por ejemplo pérdidas totalmente aseguradas de un terremoto o de otra forma a un índice de severidad de desastres, por ejemplo pagar cantidades por daños de terremotos basados en la escala de Richter en localidades específicas, es decir los pagos del bono se hacen a partir de cierto valor en el índice.

Por mencionar algunos índices existentes los principales que se utilizan en el CBOT (Chicago Board of Trade) son: Property Claims Services Index (PCSI), Guy Carpenter Cat Index (GCCCI), RMS Cat Index, éste último cubre las principales líneas de negocio sobre riesgos de terremoto y huracán, basándose en una simulación en donde los principales parámetros son la velocidad del viento, localización del huracán y la exposición de las aseguradoras.

Un índice de pérdidas tiene que cumplir ciertos requisitos, que permitan que sea utilizado confiablemente; por lo que es necesario que el índice sea estandarizado y uniforme, cuente con una fórmula entendible y verificable, no esté pobremente diseñado, no esté sujeto a manipulación y refleje el verdadero valor de la pérdida. Estos elementos y más aseguran que el mercado tenga confianza en el índice utilizado.

Finalmente para los inversionistas es un incentivo poder encontrar en el mercado instrumentos que les proporcionen grandes rendimientos y los bonos catastróficos son una buena opción para ellos; el índice LIBOR (London Interbank Offered Rate) actualmente es el principal parámetro utilizado para medir los rendimientos de este tipo de bonos, el bono puede estar un determinado número de puntos arriba de la tasa LIBOR, significando esto las ganancias obtenidas.

Existen diferentes estructuras del bono de acuerdo al riesgo que se transfiera a los inversionistas: "At All Risk Bonds" y Partially Defeased (Bonos con protección total o parcial del principal). En los Bonos At All Risk Bonds se establece que el pago del principal y de los intereses está "expuesto" totalmente al contrato de reaseguro, de tal forma que se da un uso más eficiente del capital, puesto que la cobertura del contrato de reaseguro es igual al bono catastrófico adquirido por los inversionistas, es necesario realizar un análisis del riesgo en el contrato, puesto que es posible la pérdida parcial o total del capital invertido.

Los bonos con protección total o parcial del principal buscan crear un híbrido que permita una menor exposición al riesgo catastrófico, a través de la combinación del bono con otro instrumento de inversión, que asegure la devolución total o parcial del principal, exponiéndose al riesgo principalmente los intereses.

Para el diseño del bono catastrófico mexicano que se analizará en la siguiente sección, se consideró el tipo At All Risk Bonds y la aplicación de un índice dependiente de la magnitud del evento (terremoto)

III. Metodología para la cobertura de riesgos catastróficos combinando el reaseguro tradicional y el bono catastrófico.

Se busca combinar el reaseguro tradicional con el bono catastrófico, se expone la metodología siguiente: se considera un índice paramétrico dependiente de la magnitud del evento catastrófico para la activación del bono.

3.1 Proceso de ocurrencia de catástrofes

Primeramente se debe analizar ¿cómo es el proceso de ocurrencia del evento catastrófico? Es decir, su desarrollo dentro del periodo de interés $(0, t]$ con $t \geq 0$.

Se denota al proceso como $N_t, t \geq 0$.

El proceso de ocurrencia de catástrofes N_t puede caracterizarse como un proceso Poisson con una tasa de intensidad $\lambda > 0$ de acuerdo a lo siguiente: Tanto el número de eventos como los tiempos de ocurrencia de

los mismos son variables aleatorias, lo que define la naturaleza estocástica del proceso.

Se define T_i como el tiempo en el que ocurre el i -ésimo evento dentro del intervalo. La probabilidad de ocurrencia de cada T_i es la misma.

Ahora se denota a $W_{i+1} = T_{i+1} - T_i$; como la variable aleatoria de los tiempos de íter ocurrencia, entre los eventos " $i+1$ " e " i ". Debido a que las T_i son idénticamente distribuidas puede deducirse que las W_i también lo son.

Si N_t es un proceso Poisson, entonces los tiempos de íter ocurrencia W_i se distribuyen exponencial con magnitud λ .

Para mostrar lo anterior, tomemos W_1

$$\begin{aligned} P(W_1 > t) &= \Pr(\text{No tener siniestros entre } (0, t]) \\ &= \Pr(N(t) = 0) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^0}{0!} = e^{-\lambda t} \\ \Rightarrow F_{W_1}(t) &= \Pr(W_1 \leq t) = 1 - e^{-\lambda t} \\ f_{W_1}(t) &= \lambda e^{-\lambda t} \Rightarrow W_1 \sim \text{Exp}\left(\frac{1}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

Recuérdese que las W_i son independientes e idénticamente distribuidas,

por lo que finalmente: $W_i \sim \text{Exp}\left(\frac{1}{\lambda}\right) \quad \forall_i$

Por tanto, la probabilidad de ocurrencia de un evento catastrófico en el intervalo $(0, t]$ es:

$$F_{W_1}(t) = \Pr(W_1 < t) = 1 - \Pr(W_1 \geq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f_{T_1}(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

3.2 Costo de la cobertura del reaseguro.

Una vez definido el proceso de ocurrencia de los eventos catastróficos, es posible calcular el costo de la cobertura de reaseguro actuarialmente. Suponiendo que la reaseguradora pagará un monto $b(T_1)$ tras la ocurrencia del siniestro, sea T_1 el tiempo de ocurrencia del evento, para $T_1 \in (0, t]$. Suponiendo una tasa de interés constante y continua en el intervalo (fuerza de interés) denotado por δ , entonces, el valor presente del pago es:

$$b(T_1) e^{-\delta T_1}$$

El costo de la cobertura de reaseguro "XL" estaría dado por el valor presente actuarial, el cual es el valor esperado del valor presente del pago, esto es:

$$XL = E(b(T_1) e^{-\delta T_1}) = \int_0^t b(t_1) e^{-\delta t_1} f_{T_1}(t_1) dt_1$$

ya que, $f_{T_1}(t_1) = \lambda e^{-\lambda t_1}$

entonces,

$$XL = \int_0^t b(t_1) e^{-\delta t_1} \lambda e^{-\lambda t_1} dt_1$$

$$XL = \int_0^t \lambda b(t_1) e^{-(\delta + \lambda)t_1} dt_1$$

3.3 Precio del bono

Supóngase que el bono paga a los inversionistas el capital K al vencimiento del periodo y otorga n cupones al año por un monto fijo de C cada uno, durante el periodo de vida del bono en caso de no darse el

evento catastrófico. En caso de ocurrencia del evento, los inversionistas sacrifican su principal y los cupones.

Sea g la tasa de interés que ofrece el cupón, g tendría que ser lo suficientemente atractiva para que el bono pudiese ser adquirido por los inversionistas al sacrificar su principal y los cupones en caso de ocurrencia del evento. Los pagos fijos de cada cupón tienen un valor de:

$$C = \left(\frac{g}{n}\right)K$$

Bajo un escenario de libre arbitraje¹⁰ el precio del bono R al inicio del periodo estaría dado por el valor esperado del valor presente de la ganancia de los inversionistas G .

De esta manera:

$$R = E\left(G\left(\frac{1}{1+g}\right)^t\right)$$

$$R = \sum_{i=1}^m C \Pr\left(t_1 > \frac{i}{n}\right)\left(\frac{1}{1+g}\right)^{\frac{i}{n}} + K \Pr(t_1 > t)\left(\frac{1}{1+g}\right)^t$$

$$R = \sum_{i=1}^m C e^{-\lambda \frac{i}{n}} \left(\frac{1}{1+g}\right)^{\frac{i}{n}} + K e^{-\lambda t} \left(\frac{1}{1+g}\right)^t$$

$$R = \sum_{i=1}^m C \left(\frac{e^{-\lambda}}{1+g}\right)^{\frac{i}{n}} + K \left(\frac{e^{-\lambda}}{1+g}\right)^t$$

¹⁰El arbitraje se define como una operación que consiste en realizar dos o más transacciones simultáneas en dos o más mercados, y cuyo propósito es el de obtener un beneficio libre de riesgo con una inversión igual a cero

3.4 Aplicación del modelo al bono catastrófico mexicano para terremoto.

México marca un precedente al utilizar un instrumento financiero para un problema de finanzas públicas, derivado de un riesgo catastrófico. El bono opera exclusivamente para cubrir el riesgo de terremoto, aunque ésta no es la única fuente de desastres en el país, si es la que más preocupa al gobierno mexicano, puesto que puede representar pérdidas financieras y un impacto en la población. Basta recordar el sismo de magnitud de 8.1 grados en la escala de Richter ocurrido el 19 de septiembre de 1985, que dejó una huella imborrable, primordialmente en los habitantes del centro del país. El gobierno de México buscó mejorar la operación del FONDEN mediante la transferencia de riesgo a través de la bursatilización, específicamente a través de un bono catastrófico, el cual le brinda los siguientes beneficios:

- Potencia los recursos del fondo.
- No se requiere de una evaluación de daños previa.
- Soluciona un problema de Finanzas Públicas.

El 12 de mayo del 2006 la Secretaría de Hacienda y Crédito Público informó que fue colocado un bono catastrófico paramétrico contra terremoto, siendo ésta la primera vez que un gobierno emite este tipo de instrumento, bajo el esquema paramétrico. La colocación fue a través de los agentes Deutsche Bank y Swiss Re, siendo el monto de la emisión de 160 millones de dólares. El bono tiene un plazo de tres años, dividido en dos series:

- a) Clase A constituida por 150 millones de dólares.

b) Clase B constituida por 10 millones de dólares.

Estados Unidos y Europa fueron los lugares en donde se distribuyó a los inversionistas, mismos que reciben una tasa de interés semestral de LIBOR +230 puntos base para la clase A y de LIBOR + 235 puntos base para la clase B.

La única obligación del asegurado (FONDEN) es el pago de la prima de 26 millones de dólares en tres años, por la cual obtiene una cobertura de hasta 450 millones de dólares por la ocurrencia de un terremoto; de los cuales 160 millones son a través del bono catastrófico y los 290 millones de dólares restantes se cubren mediante reaseguro tradicional.

El mecanismo de activación de la cobertura del bono depende del parámetro de la magnitud del sismo y no está sujeto a justificación de pérdidas, es decir basta con que la magnitud del sismo rebase un determinado nivel para hacer uso de la cobertura del bono, independientemente de la magnitud de las pérdidas. Para la implementación del bono se identificaron 9 zonas sísmicas en la República Mexicana, el gobierno federal determinó amparar bajo la cobertura solo 3 de las 9 zonas; la zona 1, la zona 2 y la zona 5, se asume que dicha determinación se realizó tomando en cuenta 2 factores principales:

- Frecuencia e intensidad de sismo.
- La exposición y concentración de riesgos en la zona.

Las zonas 1 y 2 abarcan las costas del Pacífico desde el estado de Michoacán hasta el estado de Chiapas y la zona 5 el centro del país,

incluyendo principalmente la Ciudad de México y el Estado de México. La cobertura del bono se activa en caso de ocurrencia de un sismo de magnitud igual o mayor a 8 grados en la escala de Richter para las zonas 1 y 2 y mayor o igual a 7.5 grados en la escala de Richter para la zona 5. Como aplicación del modelo descrito en 3.4.1, 3.4.2 y 3.4.3, se analiza el bono catastrófico mexicano para terremotos.

3.4.1 Cálculo de λ

La estimación de la frecuencia de terremotos se calcula a partir de los datos históricos del Instituto Nacional de Sismología en México.

Los sismos que afectan la cobertura son aquellos que presentan una intensidad mayor a 7.5 grados en la escala de Richter.

Las estadísticas muestran que únicamente han acontecido 2 sismos que rebasan esta magnitud entre los años 1900 y 2003. El sismo de 8.2 grados ocurrido en el año 1932 que ha sido el sismo de mayor intensidad registrado en México y el sismo de 8.1 grados que ocasionó grandes pérdidas en el año 1985. No obstante lo anterior, se considera también el sismo ocurrido en el año 1999, el cual fue de 7.4 grados en la escala de Richter, esto, en virtud de lo aproximado de la magnitud y con objeto de introducir un factor como recargo de seguridad.

De esta manera, un estimador de λ puede ser $\tilde{\lambda} = \frac{3}{104} = 0.028846$, es decir, una tasa de 2.88 siniestros con una magnitud mayor o igual a 7.5 grados en la escala de Richter cada 100 años. Por supuesto este valor no

es muy acertado, debido a que está basado en 3 únicos eventos sobre la estadística de los años 1900 a 2003.

Si se cambiara el intervalo por ejemplo del año 1925 al año 1990, se seguirían manteniendo los 3 eventos, pero con un intervalo de tiempo menor de 66 años, lo cual representaría una tasa de intensidad de 0.04545, es decir, 4.5 siniestros mayores o iguales a esta magnitud cada 100 años. Para efectos ilustrativos del ejemplo se utiliza $\lambda = 0.0288$, sin embargo, se recomienda hacer un análisis más riguroso para la determinación del estimador de λ para casos prácticos.

3.4.2 Cálculo del XL

La cobertura establecida del XL es de 290 millones de dólares americanos, esto es,

$$b(T_1) = 290 \text{ millones de USD}$$

La tasa de interés anual LIBOR correspondiente al 12 de mayo del 2006 que fue la fecha en la que se instrumentó el programa, fue de 5.4139%.

Suponiendo la aplicación de esta tasa de manera constante en los 3 años de duración de la vigencia de la cobertura y haciendo el cálculo en el modelo sustituyendo los valores, se tiene:

$$XL = \int_0^3 (0.0288)(290,000,000) e^{-(\ln(1.05413) + 0.0288)t_1} dt_1$$

De aquí, se obtiene que el costo de la cobertura sería de $XL = 22,227,498$ USD.

3.4.3 Colocación del bono catastrófico

La colocación se realizó por 160,000,000 USD. La periodicidad del cupón es semestral, el cupón ofrece pagar a los inversionistas un spread fijo de 230 puntos base sobre la tasa LIBOR para la serie A que se colocó por 150 millones de USD y de 235 puntos para la serie B que se colocó por 10 millones de USD, de lo anterior se tiene:

$$P = A + B = 160,000,000$$

$$n = 2$$

$$g = 5.4139\%$$

$$\text{Spread A} = 2.30\%$$

$$\text{Spread B} = 2.35\%$$

$$\lambda = 0.0288$$

En caso de que el evento no ocurriera, para la serie A cada cupón pagaría a los inversionistas:

$$C = \left(\frac{0.054139 + 0.0230}{2} \right) 150,000,000 = 5,790,000$$

El monto que corresponde al spread de la serie A es por 1,725,000 USD.

En la serie B, cada cupón pagaría a los inversionistas:

$$C = \left(\frac{0.054139 + 0.0235}{2} \right) 10,000,000 = 388,000$$

El monto que corresponde al spread de la serie B es por 117,500 USD

La suma de ambos montos: 6,178,000 USD semestralmente y lo que corresponde al monto del spread es por 1,842,500 USD, que corresponde a un 29.82% del monto total del cupón.

Para calcular el monto de dinero que debe invertirse al inicio de la colocación del bono para hacer frente a los montos adicionales que pagará el bono por el diferencial de tasa “spread” S , se calcula el valor presente actuarial R de la siguiente manera:

$$R = \sum_{i=1}^m S \left(\frac{e^{-\lambda}}{1+g} \right)^{\frac{i}{n}}$$

$$R = \sum_{i=1}^6 1,842,500 \left(\frac{e^{-0.0288}}{1.054139} \right)^{\frac{i}{2}}$$

Para ambas series se tiene que el valor presente actuarial de los montos de los spreads corresponde a 9,608,394 USD.

Nótese que el emisor del bono cuenta con 160 millones de USD de las colocaciones de las series A y B y que dicho capital lo podrá invertir a la tasa LIBOR de 5.4139% para hacerle frente a los pagos de los cupones de 6,178,000 USD cada semestre, por esta razón, el cálculo anterior se refiere únicamente al monto de inversión adicional que debe hacer el emisor para el pago del spread.

Si se adiciona esta cantidad a la prima de la cobertura de reaseguro, se tiene que el monto a desembolsar por este programa sería de 31,835,892 USD. La prima realmente pagada por el gobierno, fue de 26 millones de

dólares; por lo que se asume que el valor de la λ utilizada por el reasegurador es inferior a la que se ha aplicado en este ejercicio.

Realizando nuevamente los cálculos bajo esta metodología, se obtiene que la λ que corresponde a los 26,000,000 USD es igual a 0.01969, esto es, un 31.60% inferior a la propuesta en este ejercicio.

Este valor de λ se aproxima mucho al que se obtendría si se consideraran únicamente 2 siniestros mayores o iguales a una magnitud de 7.5 grados en la escala de Richter.

Es decir,

$$\lambda = 0.01969 \approx \frac{2}{104} = 0.0192$$

Por lo que una posible causa de la diferencia, es que el reasegurador se haya apegado estrictamente a la estadística de los 2 siniestros que rebasaron los 7.5 grados en la escala de Richter de los años 1900 a 2003.

IV. Conclusiones

El inminente desarrollo de la transferencia de riesgos muestra sus aportaciones al mercado reasegurador. Como se señaló en la introducción, las catástrofes naturales han dejado sustanciales pérdidas, que obligan a las economías tanto públicas como privadas, a estar en la búsqueda de soluciones que les permitan hacer frente a este tipo de eventos y la bursatilización de riesgos del seguro o los derivados vinculados a ellos frente al reaseguro tradicional brindan la posibilidad de obtener capacidad

a través del mercado de capitales, permitiendo mitigar en parte las consecuencias económicas de eventos de tan grandes magnitudes que por consecuencia inmediata, favorecen más prontamente la recuperación tanto social como económica de un país.

Por otra parte, con la bursatilización el asegurado recibe el derecho de disponibilidad del capital antes de la ocurrencia del siniestro, con la desaparición del riesgo crediticio del reaseguro tradicional. La demanda de este tipo de instrumentos poco a poco irá colocándose en el gusto de los inversionistas, puesto que puede llegar a alcanzar una alta remuneración y una mayor diversificación en su cartera de valores.

México ha iniciado su experiencia en este tipo de instrumentos al colocar el primer bono catastrófico contra terremoto, que combinado con el reaseguro, le proporcionará los recursos necesarios para hacerle frente a una catástrofe de este tipo. Recordemos que de acuerdo a estudios de algunos expertos en la materia, los desastres naturales son cada vez más devastadores. En la medida que las aseguradoras adquieran más experiencia y conocimiento en este tipo de riesgos, mayor será su crecimiento.

VI. Bibliografía

- Baryshnikov, Y., Mato, A & Taylor (2001), Pricing of CAT bonds, preprint.
- Bower, Gerber, Hickman, Jones & Nesbitt (1997), Actuarial Mathematics, The Society of Actuaries.
- Castelo, M. J., Guardiola, L. A. (1992), Diccionario Mapfre de Seguros .
- Castelo, J., Pérez, J. M. (2004), Diccionario Básico de Seguros. Mapfre. Madrid ,pp.126
- De Paz Cobo, S. (2005). La transferencia alternativa de riesgos, Editorial Aranzadi.
- Díaz, T., Hernández, T. (2005), Futuros y opciones financieras, México, Editorial Limusa.
- Evans, M., Rosenthal, J. (2002), Probability and Statistics: The science of uncertainty, University of Toronto
- Herold, B. (1993), Protection against Natural Disasters. Gerling.
- Insurance Service Office, Inc., Financing Catastrophe Risk: Capital Market Solutions, 7 World Trade Center, New York, January 1999
- Jorion, P. (2000), Valor en Riesgo, Editorial Limusa.
- Kravitt, J. H. P. (1997), Securitization, The Fancier, vol.4 num. 5
- Krzysztof, B., Grzegorz, K. & Taylor, D. (2005), Pricing of Catastrophe Bonds, studies paper.
- Lemaire, J. (1993), The mathematical modelling of catastrophe claims. International Prize in Actuarial Science: Cat Risks. SCOR Notes.
- Martínez, T. E., (2003), Los riesgos catastróficos y los mercados financieros, Real Centro Universitario, San Lorenzo del Escorial.
- Schnieper,R. (1993), The Insurance of Catastrophe Risks. International Prize in Actuarial Science:Cat Risks.SCOR Notes.SCOR.
- SHCP: Secretaría de Hacienda y Crédito Público México (2004), Administración de Riesgos Catastróficos del FONDEN, México.

- Suárez, S. (2001), Decisiones optimas de inversión y Financiación en la empresa, Editorial Pirámide.
- Van Horne, J., Wachowicz, Jr. (2002), Fundamentos de Administración Financiera, Prentice hall.
- Wolfgangf, H., López, C. (2007), Calibrating CAT Bonds for Mexican Earthquakes, discussion paper.

Una Aplicación del Modelo de Regresión Lineal para el Análisis de una Variable Relevante del Turismo en México, de 1980 a 2006¹

Raquel Arcos Bulos

Secretaría de Turismo²
rarcos@sectur.gob.mx, Teléfono: (55) 3003-1600 ext. 6007

Víctor M. Guerrero Guzmán³

Departamento de Estadística – ITAM
vguerrero@itam.mx Teléfono: 5628-4000

¹Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de los árbitros anónimos encargados de la revisión de este trabajo, así como de la Dra. Angeles Yañez, quien fungió como editora del mismo.

³Víctor M. Guerrero agradece el apoyo brindado por la Asociación Mexicana de Cultura, A.C. para la realización de este trabajo, mediante la Cátedra de Análisis de Series de Tiempo y Pronósticos en Econometría.

Resumen

El presente trabajo muestra un modelo de Regresión Lineal para la variable Ingresos en México por Turismo de Internación procedente de Estados Unidos, construido a partir de sus determinantes fundamentales. Esta variable muestra una tendencia a la alza en el periodo 1980–2006, aunque se ha observado una desaceleración en su crecimiento en la década más reciente.

El modelo pretende brindar una explicación del comportamiento de los ingresos por turismo. Comprender la evolución de esta variable puede ayudar en la elaboración y evaluación de políticas públicas, así como discriminar entre planes y programas diseñados para incentivar el desarrollo del turismo.

Palabras clave: Análisis de cointegración; modelo de regresión lineal; pruebas de raíz unitaria; validación de supuestos.

I. Introducción

La importancia del sector turismo se ha hecho patente mediante los efectos que provoca en la economía mexicana ella: contribuye a la creación de empleos, atrae inversión nacional y extranjera, motiva la construcción de infraestructura en las regiones, fomenta la productividad de empresas al fortalecer el mercado interno, genera impuestos y, como actividad exportadora, es una fuente de divisas que permite sanar algunos desequilibrios en la balanza de pagos. Estas divisas por turismo internacional, a través de los años, han contribuido a cubrir, tanto el monto de las importaciones realizadas por el país, como el monto por concepto de intereses y amortización del capital de la deuda pública externa.

No obstante, el turismo también ejerce una influencia negativa sobre la economía del país mediante presiones inflacionarias en los destinos turísticos, lo cual afecta en mayor medida a la población local, debido a que su poder adquisitivo es generalmente mucho menor que el de los turistas. Uno de los mercados que se ve más afectado por las presiones inflacionarias del turismo es, sin duda, el mercado inmobiliario en las zonas turísticas, ya que la especulación hace que el valor de los terrenos y de las propiedades, así como el valor de la renta de las casas y apartamentos ofrecidos con fines turísticos, aumenten de manera considerable.

De acuerdo con datos de la Secretaría de Turismo de México (SECTUR-DATATUR, 2008), en el año 2006 México recibió 21.4 millones de turistas internacionales, ocupando por este concepto el séptimo lugar a nivel mundial. Estos turistas generaron una derrama económica por \$9,560 millones de dólares.

Los ingresos por turismo internacional dependen de diversas variables, que es posible dividir en dos grupos: aquellas que están determinadas en el país emisor y las que se originan en el país receptor. Entre las primeras destacan los gustos y preferencias de los turistas, la percepción que tengan sobre el destino turístico, su ingreso disponible y la distancia entre los países; entre las segundas pueden subrayarse el nivel de precios, el nivel de seguridad (política y social), las condiciones de salubridad, los requisitos y trámites legales para ingresar al país, el clima, los atractivos turísticos, la calidad y amplitud de la oferta turística, la preservación de una identidad propia, el cuidado del medio ambiente, etc.

Muchas de las variables mencionadas son altamente cambiantes, tan solo en lo que se refiere a los gustos y preferencias, estos se modifican a medida que los turistas están mejor informados, ya que se vuelven más exigentes y buscan constantemente experiencias que les brinden conocimiento y aprendizaje sobre otras culturas. Estos factores justifican la importancia de disponer de herramientas que permitan analizar y comprender la evolución de los ingresos por turismo internacional, desde la perspectiva de sus determinantes fundamentales. El objetivo de este trabajo radica en estimar una ecuación de ingresos por turismo internacional mediante un modelo de Regresión Lineal con datos anuales de series de tiempo, para el periodo de 1980 a 2006.

Si bien no es posible incluir en el modelo todas las variables arriba señaladas, debido a la dificultad en su medición o la escasez de información, resulta de interés analizar cómo se puede explicar la evolución de los ingresos por turismo

por sus determinantes fundamentales y, en particular, por el ingreso real en los países emisores, así como por la relación de precios entre los países emisores y el receptor.

El contenido de este artículo es el siguiente. En principio, se describe la clasificación del turismo internacional que se hace en México, debido a que la variable que se busca explicar no es el gasto de todos los turistas internacionales, sino únicamente el realizado por los turistas de internación procedentes de Estados Unidos. Posteriormente se resumen las variables que se emplean en la estimación y las fuentes estadísticas consultadas. A continuación se presenta la metodología estadística para construir el modelo y la ecuación estimada resultante. Finalmente, en el Anexo A se muestran los resultados de las pruebas estadísticas aplicadas para verificar los supuestos del modelo de Regresión Lineal utilizado.

En México, el turismo internacional se clasifica en turismo fronterizo y turismo de internación. El primero está conformado por turistas que no se internan más allá de las franjas fronterizas del país; tanto su estancia como gasto promedio son bajos y generalmente el objetivo de su visita es la compra de mercancías. El segundo está integrado por aquellos turistas que rebasan la franja fronteriza o que directamente llegan a las ciudades o destinos turísticos del interior, generalmente por vía aérea. Estos son los que mayor importancia tienen para la actividad turística en materia de turismo internacional. Destacan dentro de las características de estos turistas el que tienen una mayor estadía, hacen un mayor

y prolongado uso de los servicios turísticos, y realizan el mayor gasto promedio (SECTUR, 2006). De los 21.4 millones de turistas internacionales que visitaron México en el año 2006, 12.6 millones (58.9%) fueron de internación y 8.8 millones (41.1%) fueron fronterizos. Análogamente, según se muestra en SECTUR-DATATUR (2008), de los \$9,560 millones de dólares que ingresaron al país, los turistas de internación gastaron \$8,955 (94%) y los turistas fronterizos solamente \$605 (6%).

El mayor generador de turistas internacionales hacia México, es Estados Unidos. En el periodo de 27 años que va de 1980 a 2006, los visitantes de ese país representaron entre el 83% y el 89% del total de los turistas de internación. Algunas de las causas de estos altos porcentajes son: la cercanía entre los dos países, la amplitud de las relaciones comerciales y el hecho de que en esa categoría se considera tanto a los mexicanos que residen en ese país, como a los turistas que rebasan la franja fronteriza por vía terrestre.

II. Modelo propuesto

El comportamiento de las variables número de turistas de internación, y su correspondiente gasto, está determinado por las pautas que sigue el turismo procedente de Estados Unidos. En el modelo de regresión que aquí se propone, se opta por analizar únicamente el turismo estadounidense, con el objeto de usar el menor número de variables explicativas. Sin embargo, por lo ya señalado anteriormente, este modelo puede ayudar a conseguir un buen acercamiento a la variable que contempla todos los países de origen. Para realizar los cálculos

requeridos por el análisis econométrico se utilizó el programa de cómputo estadístico E-Views, versión 5.1. El método utilizado para la estimación de los parámetros fue mínimos cuadrados ordinarios.

En un trabajo reciente realizado por Alvarez et al. (2007) sobre los determinantes del turismo no residente en España, se propone que los ingresos por turismo reales¹¹ (*ITUR*) dependan positivamente del ingreso real de los turistas no residentes (Y^*) y negativamente de los precios relativos (P/P^*), o sea

$$ITUR=F(Y^*,P/P^*).$$

(1)

De acuerdo con Alvarez et al., esta especificación ofrece resultados satisfactorios al usarse como herramienta de previsión y de análisis de la evolución de los ingresos por turismo. Sin embargo, los supuestos en los que descansa pueden resultar poco apropiados en algunos contextos. En particular, el supuesto de elasticidad de oferta infinita podría resultar muy restrictivo para destinos en fase de desarrollo o expansión, pero no tanto para un destino maduro como el español, con abundante oferta de alojamientos turísticos e infraestructura de transporte. El supuesto de elasticidad de oferta infinita implica que la demanda puede estimarse de manera aislada, sin incurrir en sesgos de estimación.

Siguiendo la propuesta de los citados autores, en este trabajo se propone un modelo para los determinantes del gasto por turismo de internación en México procedente de E.U.A. (Estados Unidos). Como hipótesis se establece que existe

¹¹ La variable identificada en el artículo de Alvarez et al. como ingresos por turismo, equivale a lo que en este trabajo se denomina gasto turístico.

una relación lineal entre el valor esperado del gasto real de los turistas de internación procedentes de E.U.A. en el año t y las siguientes dos variables, también correspondientes al año t : la riqueza en términos reales de Estados Unidos, medida mediante algún indicador macroeconómico, y el recíproco del tipo de cambio real bilateral (en lo sucesivo se hará referencia a éste simplemente como el tipo de cambio real). Las variables explicativas se supondrán ya observadas y con valores fijos, dados por la muestra.

A continuación se presenta la notación para identificar las variables a considerar:

a) Variable endógena (por ser explicada)

$Y_t = GRTIEU_t$ Gasto real de los turistas de internación en México, procedentes de Estados Unidos, en el año t , expresado en pesos.

b) Variables exógenas (explicativas)

$X_{1t} = PIBREU_t$ Producto Interno Bruto real de Estados Unidos en el año t , expresado en miles de millones de dólares.

$X_{2t} = TCRD_t$ Tipo de cambio real al final del periodo (diciembre) en el año t , expresado en dólares por peso.

El gasto real de los turistas se construyó a partir de la variable original expresada en millones de dólares corrientes, la cual se multiplicó por el tipo de cambio nominal con el fin de expresarla en pesos. Una vez expresada la variable en pesos, se deflactó mediante el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) de México. En el Anexo B se presentan las variables que intervienen en su cálculo.

La razón por la que se utilizó el recíproco del tipo de cambio real es la teoría propuesta por Alvarez et al. Convencionalmente, en la literatura económica se hace referencia a los precios externos mediante el símbolo P^* y a los precios internos mediante el símbolo P . Por otra parte, el tipo de cambio real se define como $Er = E(P^*/P)$ donde E es el tipo de cambio nominal. Esta es la razón por la que dichos autores incorporan el recíproco del tipo de cambio real, como se puede notar en la ecuación **¡Error!No se encuentra el origen de la referencia..**

Las expectativas a priori sobre el tipo de relación entre la variable endógena y cada una de las exógenas son:

- El nivel de riqueza de los E.U.A. influye en forma *positiva* sobre la variable endógena, pues a mayor riqueza se cuenta con mayores recursos para el consumo de bienes que podrían considerarse de lujo, como es el caso del turismo.
- El recíproco del tipo de cambio real es el costo de oportunidad de obtener una unidad de un bien en el extranjero (en este caso en E.U.A.) en términos de unidades de bienes domésticos. Esto implica que influye de manera *negativa* sobre la variable endógena, pues a mayor costo de oportunidad, el país pierde competitividad ante sus países clientes y el gasto turístico de esos países disminuye.

III. Especificación y estimación del modelo

El cuadro del Anexo B contiene los datos en bruto de todas las variables propuestas para el modelo, expresados en sus unidades de medición originales,

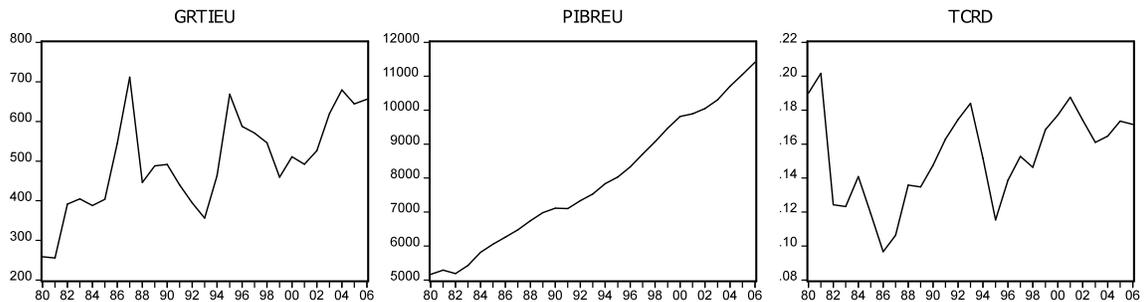
las cuales se presentan gráficamente en la Figura 1. Cuando se trabaja con datos de series de tiempo, el análisis de regresión se basa en el supuesto implícito de que las series son estacionarias. Por otra parte, en los modelos de regresión con series de tiempo, la autocorrelación serial a veces se origina debido a que las series son no-estacionarias, lo que causa la violación del supuesto de no autocorrelación en los errores aleatorios.

De lo anterior se desprende que, antes de proceder a la especificación de un modelo de regresión, es necesario saber si las series involucradas son estacionarias o no. Aquí se examinarán únicamente dos pruebas de estacionariedad; la primera es el análisis gráfico, que brinda evidencia visual y empírica; la segunda es la prueba de raíz unitaria o prueba de Dickey-Fuller (DF) aumentada, que es una prueba formal de estacionariedad. Antes de aplicar las citadas pruebas, se debe mencionar un tipo especial de series de tiempo que interviene en las pruebas formales de estacionariedad y a las que se denomina procesos de ruido blanco. Se dice que un proceso es ruido blanco si tiene media igual a cero, varianza constante σ^2 y no está serialmente correlacionado (Gujarati, 2004).

3. 1) Análisis gráfico

En la Figura 1 se observa que las series *GRTIEU* y *PIBREU* en niveles muestran un comportamiento ascendente, o sea, con tendencia creciente en el periodo, aunque con fluctuaciones. Este comportamiento apunta a que las series son no-estacionarias, lo cual debe verificarse mediante una prueba econométrica formal. Por otra parte, la variable *TCRD* muestra un comportamiento con alta variabilidad, siendo ascendente y descendente en distintos subperiodos.

Figura 1. Gráficas de las series *GRTIEU*, *PIBREU*, *TCRD* en niveles.

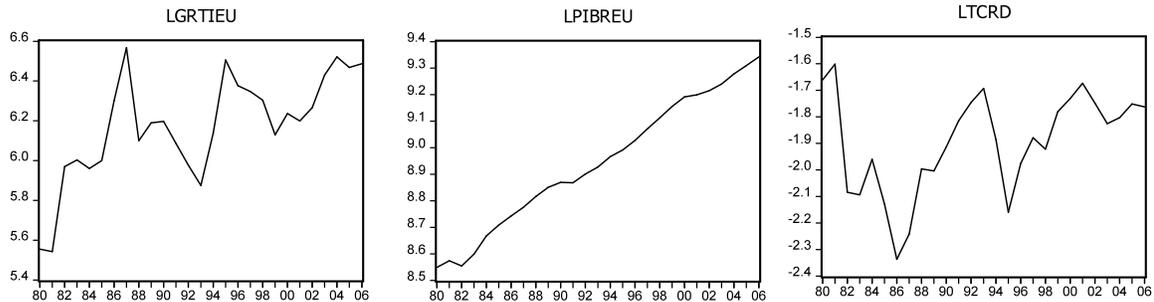


Notas: *GRTIEU* (Gasto real de los turistas de internación procedentes de E.U.A), *PIBREU* (Producto Interno Bruto Real de E.U.A.), *TCRD* (Tipo de cambio real en el mes de diciembre).
Fuentes y unidades de medición: Ver Anexo B.

Antes de realizar la prueba formal de estacionariedad, se aplica el logaritmo natural a los datos de todas las variables. Con esta transformación se modifica la escala y se tiende a estabilizar la varianza de las series. Otra ventaja adicional de manejar las variables en logaritmos es que cada uno de los coeficientes de la regresión asociados con ellas pueden interpretarse como elasticidades de la variable endógena con respecto a las correspondientes variables exógenas, es decir, cada coeficiente mide el cambio porcentual en *Y* con respecto a un cambio

porcentual en una de las variables X. En la Figura 2 se puede ver el comportamiento de las variables bajo la transformación logarítmica.

Figura 2. Gráficas de las series GRTIEU, PIBREU, TCRD en logaritmos.



Notas: GRTIEU (Gasto real de los turistas de internación procedentes de E.U.A.), PIBREU (Producto Interno Bruto Real de E.U.A.), TCRD (Tipo de cambio real al final del periodo, diciembre).
 Fuentes y unidades de medición: Ver Anexo B. Variables en logaritmos

3. 2) Prueba de Dickey Fuller (DF) aumentada de raíz unitaria

La prueba de Dickey Fuller se aplicó a los datos expresados en logaritmos. Esta prueba se realiza con un modelo que se estima en tres diferentes especificaciones, es decir bajo tres distintas hipótesis nulas, mismas que aparecen especificadas en las ecuaciones 2, 3 y 4

Y_t es una caminata aleatoria:
$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t \dots\dots(2)$$

Y_t es una caminata aleatoria con deriva:
$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t \dots\dots(3)$$

Y_t es una caminata aleatoria con deriva
 alrededor de una tendencia lineal:
$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t \dots\dots(4)$$

En cada caso, la hipótesis nula es que $\delta = 0$, es decir, que existe una raíz unitaria o equivalentemente, que la serie de tiempo es no-estacionaria. La hipótesis alternativa es que $\delta < 0$, es decir, que la serie de tiempo es estacionaria

Al llevar a cabo la prueba DF con cada una de las especificaciones anteriores, se supone que el término de error u_t no está correlacionado serialmente. Sin embargo, los autores Dickey y Fuller desarrollaron una prueba cuando dicho término sí está autocorrelacionado, la cual se conoce como prueba de Dickey Fuller Aumentada (ADF). Dicha prueba se lleva a cabo “aumentando” a las ecuaciones 2, 3 y 4 los valores rezagados de la variable dependiente ∞Y_t . Se recomienda consultar el texto de Gujarati (2004) para detalles acerca de la prueba.

Para realizar la prueba, es necesario estimar la siguiente regresión

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \alpha_j \sum_{i=1}^m \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde ε_t es un término de error que se comporta como ruido blanco. En el caso de la prueba ADF, las hipótesis involucradas se mantienen como:

$H_0 : \delta = 0$ la serie tiene una raíz unitaria (la serie es no-estacionaria)

$H_1 : \delta < 0$ la serie no tiene una raíz unitaria (la serie es estacionaria)

(3)

En el Cuadro 1 se presentan los resultados de la aplicación de la prueba de raíz unitaria a las series involucradas en el modelo.

Cuadro 1. Resultados de las pruebas de raíces unitarias aplicadas a las series del modelo propuesto

<i>Serie</i>	Y_{t2}	Y_{t2}	Y_{t2}	Y_{t3}	<i>Const</i>	<i>Tend</i>	1%	5%
GRTIEU	-0.3436 (-2.68)	---- ----	---- ----	---- ----	2.153 5 (2.72)	---- ----	-3.71	-2.98
Δ GRTIEU	-1.0166 (-4.98)	---- ----	---- ----	---- ----	---- ----	---- ----	-3.74	-3.00
PIBREU	-0.5507 (-3.32)	0.478 0 (2.50)	---- ----	---- ----	4.701 7 (3.34)	0.0172 (3.30)	-4.37	-3.60
Δ PIBREU	-0.7971 (-3.91)	--- --- (2.17)	---- ----	---- ----	0.024 6 (3.46)	---- ----	-3.72	-2.99
TCRD	-0.8412 (-4.79)	0.758 9 (3.80)	---- ----	0.3771 (2.90)	0.098 8 (4.76)	-0.0019 (-3.16)	-4.42	-3.62
Δ TCRD	-1.2215 (-6.14)	0.308 0 (2.17)	---- ----	---- ----	---- ----	---- ----	-2.66	-1.96

Notas: Los números entre paréntesis son los estadísticos t y los que se encuentran en negritas son los estadísticos ADF. Los valores críticos del 1% y 5% que aparecen en las columnas de la derecha fueron tomados de la Tabla D.7 de Gujarati (2004).

Las pruebas de raíces unitarias revelan que el gasto real por turismo de internación procedente de E.U.A. y el PIB real de E.U.A. son series no-estacionarias en niveles, es decir, no es posible rechazar la hipótesis de raíz unitaria para estas series al nivel del 5%, pero sí son estacionarias en primeras diferencias. Por otro lado, la prueba sugiere que la serie del tipo de cambio real ya es estacionaria en niveles, por lo cual también lo es en su primera diferencia.

En cada caso, la elección del número de rezagos se hizo con base en la significancia estadística de cada uno de ellos. Inicialmente se tomó un número

suficientemente grande de rezagos (en este caso 5) y fueron reduciéndose de uno en uno, conservando en la ecuación los que resultaron significativos. Para determinar la presencia o ausencia de los términos Constante (Const) y Tendencia (Tend), se consideró la significancia estadística de sus respectivos coeficientes. La Figura 3 muestra las variables en sus primeras diferencias logarítmicas.

Figura 3. Gráficas de las series GRTIEU, PIBREU y TCRD en diferencias logarítmicas.



Notas: DLGRTIEU (Primera diferencia del logaritmo del Gasto real de los turistas de internación procedentes de E.U.A), DLPIBREU (Primera diferencia del logaritmo del Producto Interno Bruto Real de E.U.A.), DLTCRD (Primera diferencia del logaritmo del Tipo de cambio real al final del periodo, mes de diciembre).

Fuentes y unidades de medición: Ver Anexo B.

Los cuadros 2 a 4 muestran las funciones de autocorrelación (AC) y de autocorrelación parcial (PAC) de los residuos de las regresiones estimadas en las pruebas de raíz unitaria. Como se puede apreciar, en todos los casos se mantiene el supuesto de ruido blanco, debido a que el valor-p de cada uno de los estadísticos Q de Ljung-Box es mayor que 0.05, por lo cual no se puede rechazar la hipótesis nula de que, en conjunto, las autocorrelaciones son cero. Lo anterior tiene como principal implicación que los residuos no se encuentran

correlacionados y, por lo tanto, que la serie o su primera diferencia, se encuentra correctamente modelada para realizar la prueba ADF.

**Cuadro 2. Autocorrelaciones de los residuos en la prueba de raíz unitaria:
GRTIEU y Δ GRTIEU**

GRTIEU					Δ GRTIEU				
	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.037	-0.037	0.0393	0.843	1	-0.025	-0.025	0.0174	0.895
2	-0.242	-0.243	1.8099	0.405	2	-0.281	-0.281	2.3290	0.312
3	-0.018	-0.040	1.8196	0.611	3	-0.007	-0.025	2.3307	0.507
4	-0.003	-0.068	1.8198	0.769	4	0.057	-0.025	2.4348	0.656
5	0.033	0.017	1.8585	0.868	5	0.132	0.135	3.0189	0.697
6	-0.312	-0.350	5.3908	0.495	6	-0.329	-0.343	6.8548	0.334
7	0.050	0.033	5.4874	0.601	7	-0.096	-0.038	7.1972	0.409
8	0.247	0.096	7.9452	0.439	8	0.246	0.075	9.5975	0.294
9	0.092	0.137	8.3051	0.504	9	0.043	0.021	9.6770	0.377
10	-0.044	0.010	8.3952	0.590	10	-0.135	-0.102	10.491	0.398
11	-0.065	0.026	8.5975	0.659	11	-0.093	-0.010	10.908	0.451
12	0.110	0.043	9.2229	0.684	12	0.098	-0.032	11.410	0.494

**Cuadro 3. Autocorrelaciones de los residuos en la prueba de raíz unitaria:
PIBREU y Δ PIBREU**

PIBREU					Δ PIBREU				
	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.033	-0.033	0.0302	0.862	1	0.022	0.022	0.0135	0.908
2	-0.050	-0.051	0.1035	0.950	2	-0.266	-0.267	2.0923	0.351
3	-0.003	-0.006	0.1037	0.991	3	-0.105	-0.099	2.4320	0.488
4	-0.051	-0.054	0.1879	0.996	4	0.008	-0.065	2.4341	0.656
5	-0.114	-0.119	0.6251	0.987	5	0.002	-0.057	2.4342	0.786
6	-0.223	-0.242	2.3895	0.881	6	-0.185	-0.232	3.6560	0.723
7	-0.267	-0.332	5.0652	0.652	7	-0.264	-0.338	6.2765	0.508
8	-0.042	-0.171	5.1355	0.743	8	0.032	-0.165	6.3161	0.612
9	0.151	0.053	6.0975	0.730	9	0.239	-0.014	8.7283	0.463
10	-0.103	-0.190	6.5790	0.765	10	-0.029	-0.209	8.7655	0.554
11	0.083	-0.067	6.9116	0.806	11	0.026	-0.027	8.7991	0.640
12	-0.010	-0.242	6.9164	0.863	12	-0.068	-0.258	9.0412	0.699

**Cuadro 4. Autocorrelaciones de los residuos en la prueba de raíz unitaria:
TCRD y Δ TCRD**

TCRD					Δ TCRD				
	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.207	-0.207	1.1179	0.290	1	0.209	0.209	1.1819	0.277
2	-0.222	-0.277	2.4715	0.291	2	-0.134	-0.186	1.6942	0.429
3	0.053	-0.071	2.5529	0.466	3	-0.115	-0.046	2.0846	0.555
4	-0.125	-0.216	3.0260	0.553	4	-0.296	-0.307	4.8178	0.307
5	0.003	-0.107	3.0262	0.696	5	-0.242	-0.160	6.7410	0.241
6	0.002	-0.135	3.0264	0.806	6	-0.131	-0.195	7.3329	0.291
7	-0.116	-0.226	3.5122	0.834	7	-0.168	-0.297	8.3743	0.301
8	0.279	0.148	6.5018	0.591	8	0.066	-0.087	8.5453	0.382
9	0.067	0.118	6.6873	0.670	9	0.239	-0.036	10.920	0.281
10	-0.167	-0.000	7.9227	0.636	10	0.158	-0.070	12.031	0.283
11	-0.061	-0.087	8.0998	0.704	11	0.003	-0.215	12.032	0.361
12	0.000	-0.030	8.0998	0.777	12	0.000	-0.102	12.032	0.443

En el modelo de regresión, cuyos resultados se presentan más adelante, se supone que el proceso del cual proviene cada una de las series posee una raíz unitaria. La ecuación por ser estimada es

$$LGRTIEU_t = \beta_0 + \beta_1 LPIBREU_t + \beta_2 LTCRD_t + u_t \quad (7)$$

Con el fin de ser consistentes con el planteamiento de Alvarez et al. (2007), se decidió incluir el PIB real de E.U.A. así como el tipo de cambio real, ya que la variable por explicar está expresada también en términos reales.

Los resultados de la estimación por el método de mínimos cuadrados ordinarios son los siguientes (véase también el Cuadro A1 del Anexo A):

$$\begin{array}{rcl}
 LGRTIEU_t & = & -4.9823 + 1.0364LPIBREU_t - 0.9956LTCRD_t \\
 t & = & (-6.97) \quad (14.75) \quad (-10.77) \\
 \text{Valor p} & = & 0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.0000 \\
 R^2 & = & 0.9118 \quad D.W. = 1.78
 \end{array}$$

(8)

En cuanto a los coeficientes estimados, la elasticidad-ingreso es ligeramente mayor que uno de manera puntual (1.0364). Sin embargo, el intervalo del 95% de confianza correspondiente a este coeficiente, (0.8917, 1.1812), contiene valores incluso menores que 1. Así pues, aunque de manera puntual parece sustentarse la hipótesis de que el turismo hacia México constituye un bien superior o de lujo, no hay evidencia suficiente para afirmar que esto sea así al nivel del 95% de

confianza y debería reducirse dicho nivel para hacer tal aseveración con apoyo estadístico.

Por lo que se refiere a la sensibilidad del gasto turístico frente a los precios relativos, la elasticidad estimada para esta variable es -0.9956 en forma puntual, sugiriendo que el gasto por turismo es prácticamente elástico con respecto a la variable dependiente, lo que significa que este tipo de gasto reacciona en la misma proporción ante una variación porcentual en el tipo de cambio real. El intervalo de confianza del 95% correspondiente a este coeficiente es (-1.1860, -0.8053), el cual incluye desde luego el valor -1.

El signo de los coeficientes estimados concuerda con lo esperado, todos los coeficientes resultaron ser significativos y el estadístico de Durbin–Watson (D.W.) se encuentra por arriba de la zona de indecisión de la prueba, cuyos valores críticos son 1.240 y 1.556 al nivel de significancia del 5% (véase Gujarati, 2004, Tabla D.5). Lo anterior indica que los residuos de la regresión no tienen autocorrelación de orden uno. Más detalles y pruebas adicionales para validar el modelo se encuentran en el Cuadro A2 del Anexo A, en particular se muestra ahí el valor del estadístico de Ljung-Box para verificar no-autocorrelación de orden mayor a 1.

La Figura 4 muestra la evolución de la variable dependiente *LGRTIEU* y el ajuste logrado con el modelo estimado. El ajuste es relativamente bueno, lo cual se confirma con el valor del coeficiente de determinación, $R^2= 0.9118$; es decir, el 91% de las variaciones de la variable endógena son explicadas por variaciones en

las variables exógenas. Por su lado, la Figura 5 muestra el comportamiento de los residuos de la ecuación (8) en el tiempo.

Figura 4. Gráficas de LGRTIEU y ecuación estimada

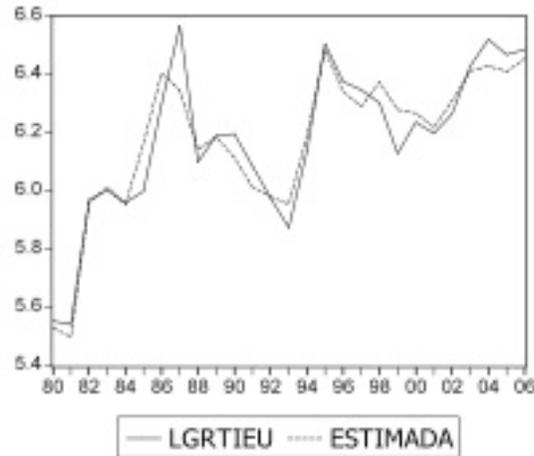
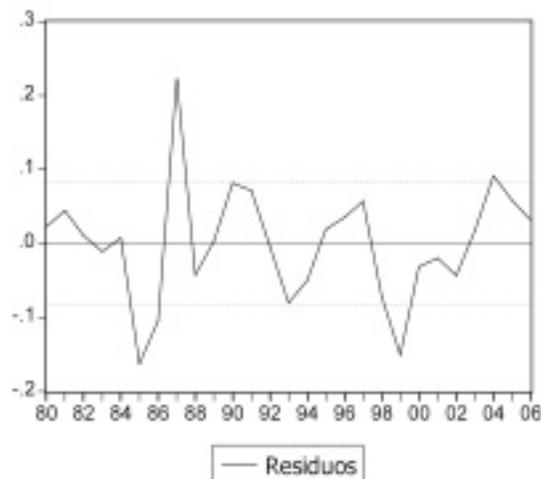


Figura 5. Residuos del modelo estimado



En esta gráfica se puede apreciar que los residuos fluctúan alrededor del cero (que es su valor medio) y su varianza se encuentra relativamente estable, sugiriendo que son estacionarios. Si éste es el caso, el modelo corresponde al de una ecuación cointegrante y por ende, cuenta con validez empírica.

Posteriormente, se procedió a averiguar si el modelo proporciona en realidad una ecuación cointegrante, de acuerdo con el método de Engle y Granger. Este método consiste en verificar si los residuos de la ecuación son estacionarios. El resultado de aplicar la prueba de raíz unitaria a estos residuos se muestra en el Cuadro 5.

Cuadro 5. Resultado de la Prueba de Engle y Granger aplicada a los residuos del modelo estimado

Serie	u_{t2}	u_{t2}	u_{t2}	u_{t3}	Valores críticos*			
					1%		5%	
u_t	-	---	---	---	inferior	superio	inferio	superio
	0.8934				r	r	r	r
	(-4.49)	---	---	---	-5.10	-4.96	-4.23	-4.17

* Valores Críticos tomados de Charemza (1999) Tabla 3, que suponen la presencia de Constante en la ecuación cointegrante.

De acuerdo con este resultado, no es posible rechazar la hipótesis nula de cointegración al nivel de significancia del 5%; aunque cabe aclarar que tal hipótesis sí se rechaza al nivel del 1%. Se opta por concluir así que el modelo corresponde a una ecuación cointegrante. De esta manera, y considerando los resultados de las pruebas de diagnóstico sobre los residuos de la ecuación estimada, la inferencia que se extrae de ésta se puede considerar válida para el horizonte de tiempo de la muestra en cuestión.

En el Cuadro 6 aparecen las autocorrelaciones generadas al especificar la caminata aleatoria a que hace referencia el Cuadro 5, donde el estadístico Q de Ljung-Box confirma que los residuos no se encuentran correlacionados.

Cuadro 6. Autocorrelaciones de los residuos en la prueba de raíz unitaria para el modelo estimado

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.018	0.018	0.0092	0.924
2	-0.330	-0.331	3.3197	0.190
3	0.077	0.102	3.5062	0.320
4	-0.059	-0.199	3.6213	0.460
5	-0.020	0.067	3.6346	0.603
6	0.026	-0.090	3.6582	0.723
7	-0.028	0.018	3.6876	0.815
8	0.090	0.066	4.0123	0.856
9	0.077	0.072	4.2648	0.893
10	-0.024	0.035	4.2911	0.933
11	-0.002	0.034	4.2913	0.961
12	-0.023	-0.014	4.3188	0.977

IV. Conclusiones

Un punto que debe resaltarse es que la ecuación estimada resulta válida para las variables en niveles, debido a la cointegración, de manera que las relaciones de largo plazo quedan capturadas por el modelo. Debido a esto, se hubiera podido hacer un análisis más detallado de las implicaciones que tienen las relaciones de equilibrio implícitas, incluso para obtener el correspondiente modelo de corrección de error. Sin embargo, no debe perderse de vista que el objetivo principal del trabajo es mostrar la factibilidad de explicar (en términos estadísticos) la evolución de los ingresos por turismo internacional, a partir de sus determinantes fundamentales. Esto se logró, en tanto que el modelo econométrico estimado resultó validado por los datos, por lo cual sus resultados pueden considerarse con validez empírica.

Hay diversos usos que podrían darse al modelo, uno de los cuales podría ser el de soporte para la elaboración de programas, donde la viabilidad de los mismos dependa del flujo de ingresos por turismo internacional. Tales programas se podrían referir a inversión en infraestructura turística, desarrollo de centros turísticos, promoción y publicidad a nivel internacional, creación de productos turísticos, etc.

El modelo muestra que los ingresos por turismo internacional en México dependen de dos variables externas y una interna. Sobre las primeras: el ingreso real y el nivel de precios de E.U.A., México no puede ejercer ningún control. Por su lado, el tipo de cambio real, que es un indicador de la competitividad de México frente a países clientes y competidores, sí está bajo el control de las autoridades de nuestro país. El coeficiente de regresión de esta variable (que se interpreta como la elasticidad del gasto real en turismo respecto a ella) indica que, *ceteris paribus*, una devaluación del peso de un punto porcentual se esperaría que provocara un aumento de tan solo 0.9956 puntos porcentuales en los ingresos por turismo. Esto podría alertar sobre el hecho de que una política de devaluación de la moneda, no es de esperar que traiga consigo una ganancia considerable en términos de divisas por turismo.

Los resultados que proporciona el modelo, podrían ser útiles también como guía para los tomadores de decisiones, pero conviene tener en mente que lo que identifica el modelo son relaciones de asociación (no de causalidad) entre las variables y que existen muchas otras variables omitidas del análisis. Es necesario

profundizar en el tema y continuar en la búsqueda de modelos explicativos que involucren variables controlables internamente, y que conduzcan al diseño de políticas públicas que permitan elevar el ingreso de divisas por este concepto.

Anexo A

Cuadro A1. Resultados de la estimación del modelo para el periodo 1980-2006.

Muestra: 1980 a 2006
Variables en logaritmos
Variable dependiente: GRTIEU

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Valor-p.</i>
<i>Constante</i>	-4.9823	0.7148	-6.97	0.000
<i>PIBREU</i>	1.0364	0.0703	14.75	0.000
<i>TCRD</i>	-0.9956	0.0924	-10.77	0.000
<i>R²</i>	0.9118	<i>Media (GRTIEU)</i>		6.1753
<i>R² ajustada</i>	0.9044	<i>Desv. est. var. dep.</i>		0.2650
<i>Error est. de la regresión</i>	0.0819	<i>Criterio de Akaike</i>		-2.0613
<i>Suma de cuads. residual</i>	0.1611	<i>Criterio de Schwarz</i>		-1.9173
<i>Log verosimilitud</i>	30.8279	<i>Num. de observaciones</i>		27
<i>D.W.</i>	1.7788	<i>Estadístico F</i>	123.99	[0.000]
			4]**

Nota: Estimación realizada en E-Views (versión 5.1).

Cuadro A2. Pruebas sobre los residuos del modelo estimado.

	<i>Estadístico de Prueba</i>	<i>Valor-p</i>
<i>Pruebas de Autocorrelación</i>		
Q de Ljung-Box	Q(12)=11.8860	[0.4550] **
LM(1)	$\chi^2(1) = 0.3279$	[0.5669] **
LM(2)	$\chi^2(2) = 2.8088$	[0.2455] **
<i>Pruebas de Heteroscedasticidad</i>		
White	$\chi^2 = 7.0674$	[0.1324] **
White(TC)	$\chi^2 = 7.2697$	[0.2013] **
ARCH(1)	$\chi^2 = 0.0921$	[0.7616] **
ARCH(2)	$\chi^2 = 0.7529$	[0.6823] **
<i>Prueba de Normalidad</i>		
Jarque-Bera	JB = 1.8671	[0.3931] **
<i>Prueba de Linealidad</i>		
Reset(1)	F = 1.4250	[0.2447] **

*Nota: Estimación realizada en E-Views (versión 5.1). ** Indica no significativo al 5%*

ANEXO B

Cuadro B1. (a) Gasto por turismo de internación proveniente de E.U.A., (b) Tipo de cambio nominal al final del periodo; (c) Índice Nacional de Precios al Consumidor; (d) Gasto real por turismo de internación proveniente de E.U.A.; (e) PIB real de E.U.A.; y (f) Tipo de cambio real al final del periodo (Diciembre). 1980-2006

Año	<i>GTIEU</i>	<i>TCND</i>	<i>INPC</i>	<i>GRTIEU</i>	<i>PIBREU</i>	<i>TCRD</i>	<i>1/TCRD</i>
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$d=(a \times b)/c$	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>1/f</i>
1980	1232.380	0.023	0.1106	258.417703	5,161.70	5.263	0.1900
1981	1390.190	0.026	0.1415	255.359474	5,291.70	4.959	0.2017
1982	1094.000	0.081	0.2249	391.522816	5,189.30	8.042	0.1243
1983	1294.450	0.142	0.4541	404.794973	5,423.80	8.116	0.1232
1984	1532.900	0.190	0.7513	387.672736	5,813.60	7.098	0.1409
1985	1347.330	0.355	1.1851	403.471371	6,053.70	8.402	0.1190
1986	1351.870	0.890	2.2071	545.007799	6,263.60	10.347	0.0966
1987	1813.930	2.007	5.1167	711.647730	6,475.10	9.411	0.1063
1988	2142.530	2.281	10.9580	445.984643	6,742.70	7.362	0.1358
1989	2439.420	2.630	13.1505	487.828592	6,981.40	7.420	0.1348
1990	2782.540	2.941	16.6553	491.324804	7,112.50	6.776	0.1476
1991	2927.730	3.070	20.4298	439.951781	7,100.50	6.137	0.1629
1992	2984.500	3.118	23.5980	394.366075	7,336.60	5.731	0.1745
1993	2966.590	3.108	25.8992	355.967465	7,532.70	5.433	0.1841
1994	3264.810	3.931	27.7033	463.241599	7,835.50	6.591	0.1517
1995	3264.990	7.660	37.3992	668.699363	8,031.70	8.666	0.1154
1996	3749.770	7.877	50.2565	587.701520	8,328.90	7.210	0.1387
1997	4254.500	8.136	60.6222	570.989025	8,703.50	6.545	0.1528
1998	3873.700	9.912	70.2783	546.326934	9,066.90	6.831	0.1464
1999	3995.670	9.415	81.9344	459.143138	9,470.30	5.933	0.1685
2000	4855.090	9.444	89.7113	511.094865	9,817.00	5.646	0.1771
2001	5122.260	9.167	95.4239	492.086284	9,890.70	5.331	0.1876
2002	5172.430	10.198	100.2244	526.313714	10,048.80	5.744	0.1741
2003	5773.670	11.249	104.7815	619.820334	10,301.00	6.208	0.1611
2004	6651.900	11.204	109.6941	679.421811	10,703.50	6.070	0.1647
2005	6920.210	10.625	114.0688	644.591604	11,048.60	5.761	0.1736
2006	7152.150	10.848	118.2088	656.343433	11,415.25	5.825	0.1717

Variable	Unidades	Fuente
Gasto por turismo de internación proveniente de E.U.A.	Millones de dólares	SECTUR (Estadísticas básicas del sector turismo, Compendio estadístico del turismo)
Tipo de cambio nominal del mes de diciembre	Pesos por dólar	INEGI
Índice Nacional de Precios al Consumidor en México (INPC) 2002=100	Sin unidades	Elaborado por el Centro de Estudios de las Finanzas Públicas de la H. Cámara de Diputados, con datos del Banco de México.
Gasto Real del Turismo Internación proveniente de E.U.A	Pesos	Elaboración propia.
PIB real de E.U.A	Miles de millones de dólares de 2000.	Bureau of Economic Analysis (BEA)
Tipo de cambio real del mes de diciembre	Pesos por dólar	INEGI

V. Bibliografía

- Alvarez, Javier; García, Coral y Gordo, Esther (2007), “Un análisis de los determinantes del turismo no residente en España”, Boletín Económico Banco de España, junio 2007.
- Charemza, Wojciech W. y Deadman, Derek F. (1999), *New Directions in Econometric Practice: General to Specific Modelling, Cointegration, and Vector Autoregression*. UK, Edward Elgar Publishing.
- Gujarati, Damodar N. (2004), *Econometría*, 4ª edición. México, McGraw Hill.
- SECTUR (2006), *Comportamiento, Avances y Perspectivas del Turismo en México*. México, Fondo de Cultura Económica.
- SECTUR-DATATUR (2008), “Turismo en Cifras”, Boletín Cuatrimestral de Turismo, núm. 20, pp. 5-12, 34.

Modelo de rezagos distribuidos de nivel de tarifa y utilidad técnica para seguro de automóviles residentes

Act. Alejandra Hernández Rejón
Seguros Atlas S.A.

Act. María Teresa Moreno Muñoz
Seguros Atlas S.A.
Paseo de los Tamarindos No. 60, 2° Piso, colonia Bosques de las Lomas
Código Postal 05120, México, Distrito Federal.
tmoreno@segurosatlas.com.mx
Teléfonos: 9177-5024 9177-5495

Resumen

El modelo autorregresivo de Koyck permite evaluar el impacto en el tiempo de los cambios de nivel y estructura de tarifa previos en la utilidad del ejercicio contable actual, se analiza cuánto tiempo tarda esta última variable en responder a cambios en la primera y puede aplicarse para diseñar el plan de negocios en relación a la expectativa de la dirección respecto a metas de rentabilidad de la cartera.

Se presentan los modelos autorregresivos y de rezagos distribuidos propuestos por Koyck (1954) y Almon (1965), el análisis bayesiano del modelo de rezagos distribuidos y se aplica el modelo de rezagos distribuidos de Koyck entre el nivel de tarifa y la utilidad técnica.

Palabras Clave

Rezago distribuido, modelo de rezagos distribuidos y autorregresivos, modelo de rezagos distribuidos de Koyck, transformación de Koyck, método de Monte Carlo con Cadenas de Markov, Bayesian Using Gibbs Sampling (WinBUGS)

I. Introducción

La idea de los rezagos distribuidos proviene del hecho de que existen eventos que tienen efectos que persisten en el tiempo, es decir que dada alguna causa se produce un efecto después de algún rezago en el tiempo, tal que este efecto no se percibe sólo en un punto en el tiempo, sino que es distribuido sobre él. El lapso en que la variable dependiente Y responde a un cambio en la variable explicativa X se denomina rezago

El historial de incrementos y decrementos en el nivel de tarifa genera un efecto rezagado en el nivel de utilidad técnica observado en cada ejercicio contable, debido a que la utilidad técnica depende de la prima devengada y ésta a su vez, está en función de las pólizas en vigor, las cuales se emiten dentro o fuera del período contable de referencia. En este trabajo se refiere al nivel de tarifa como la estructura de tarifa que puede implicar la aplicación de descuentos, en función de las características del riesgo sobre la tarifa base o reconocer estos descuentos directamente sobre la tarifa base impresa, este nivel de tarifa está en función de los Estándares de Práctica Actuarial, sin embargo en función de la dirección estratégica de la compañía, se diseña una estructura de tarifa con diferentes posibilidades para la tarifa base, esta influye en la percepción del mercado respecto al nivel de precio del seguro y mueve expectativas de penetración de mercado. En el trabajo se modelan el historial de los cambios de nivel de tarifa en función de las estrategias establecidas por la compañía y sus respectivos niveles de utilidad técnica obtenida.

Por lo anterior, es importante modelar la respuesta en el tiempo de la variable de la utilidad a los cambios en el nivel de tarifa, sobre todo ante el comportamiento actual del ramo de automóviles respecto al porcentaje de utilidad.

II. Modelos autorregresivos y de rezagos distribuidos

II.1) Introducción.

Gujarati (1997) expone algunas aplicaciones del modelo de regresión lineal, entre ellas, la relacionada con los modelos autorregresivos y de rezagos distribuidos. Los modelos de Koyck (1954) y Almon (1965) son algunos de ellos y autores como Fortune (1973), Griliches (1967), Nerlove (1977), Ravines (2006) y Zellner (1970) publican al respecto. En particular, Zellner da un enfoque bayesiano al modelo de Koyck.

En el análisis de regresión que contiene información de series de tiempo, si el modelo de regresión incluye además de los valores actuales, valores pasados o rezagados de las variables explicativas X , se denomina *modelo de rezagos distribuidos*. Si el modelo incluye uno o más valores rezagados o pasados de la variable dependiente Y entre sus variables explicativas, se denomina *modelo autorregresivo*. Estos últimos son llamados también *modelos dinámicos* puesto que señalan la trayectoria en el tiempo de la variable dependiente con relación a sus propios valores pasados. Así

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_k X_{t-k} + u_t \quad (\text{II.1.1})$$

donde

α es el intercepto,

β_0 es el multiplicador de corto plazo

$$\sum_{i=0}^k \beta_i = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_k = \beta,$$

se denominan multiplicadores intermedios o ínterin luego de k periodos.

X_i variable explicativa

Y_i variable dependiente

u_t es una variable aleatoria con $\mathbb{E}[u_t] = 0$, $\text{Var}(u_t) = \sigma^2$ y las

u_t 's pueden estar serialmente correlacionadas para $t = k + 1, \dots, n$,

lo anterior representa un modelo de rezagos distribuidos.

La ecuación

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + u_t \quad (\text{II.1.2})$$

donde

α es el intercepto,

β es el multiplicador

X_i variable explicativa

Y_{i-1} variable explicativa

Y_t variable dependiente

γ tasa de descenso o caída del rezago

u_t es una variable aleatoria con $\mathbb{E}[u_t] = 0$, $\text{Var}(u_t) = \sigma^2$ y las u_t 's pueden estar serialmente correlacionadas para $t = k + 1, \dots, n$,

lo anterior representa un modelo autorregresivo

II.2) Modelos de rezagos distribuidos

Un modelo de rezagos distribuidos con un rezago finito de k periodos de tiempo definido en (1), donde el coeficiente β_0 se conoce como el *multiplicador de corto plazo* o *de impacto* porque da el cambio en el valor de Y que sigue a un cambio unitario en X en el mismo período de tiempo. En este modelo, X_{t-1} es una variable exógena, u_t es una variable aleatoria con $E(u_t) = 0$, $\text{Var}(u_t) = \sigma^2$ y los u_t pueden o no estar serialmente correlacionados.

Las sumas parciales de los coeficientes β_i se denominan *multiplicadores interim* o *intermedios*. Después de k períodos se obtiene

$$\sum_{i=0}^k \beta_i = \beta_0 + \beta_1 + \dots + \beta_k \quad (\text{II.2.1})$$

que se conoce como *multiplicador de rezagos distribuidos de largo plazo* o *total*, suponiendo que β existe, es decir

$$\left| \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \right| < \infty \quad (\text{II.2.2})$$

La proporción de impacto de largo plazo o total se define para $i = 0, 1, \dots, k$

$$w_i = \frac{\beta_i}{\sum_{j=0}^k \beta_j} \quad (\text{II.2.3})$$

se denominan pesos del rezago o β_i estandarizados.

II.3) Estimación de Modelos de Rezagos Distribuidos

Para estimar los coeficientes α y β_i se pueden adoptar dos enfoques, la estimación ad hoc, por ejemplo mediante la aplicación de la estimación por mínimos cuadrados o mediante la aplicación de restricciones a priori de los coeficientes del modelo.

En la estimación ad hoc se supone que la variable explicativa no es aleatoria o por lo menos no está correlacionada con el término de error entonces no son aleatorias, por lo que el método de Mínimos Cuadrados se puede aplicar.

El enfoque ad hoc sugiere que para estimar un modelo de rezagos distribuidos infinito se puede proceder secuencialmente, es decir hacer regresión de Y_t sobre X_t , luego hacer regresión de Y_t sobre X_t y X_{t-1} y así sucesivamente.

Este proceso se detiene cuando los coeficientes de las variables rezagadas se hacen estadísticamente insignificantes y/o el coeficiente de por lo menos una de las variables cambia de signo.

Desventajas, no hay guía a priori sobre la longitud máxima del rezago, a medida que aumentan los rezagos distribuidos, se pierden grados de libertad, los valores de los rezagos distribuidos tienden a estar altamente correlacionados y existe multicolinealidad.

En el modelo de restricciones a priori sobre los coeficientes bajo el supuesto de que siguen un patrón sistemático, se aplica mediante el modelo de rezagos distribuidos de Koyck

II.4) Modelo de Rezagos Distribuidos de Koyck

La propuesta de Koyck (1954) es un método de estimación para los modelos de rezagos distribuidos infinitos poniendo restricciones a priori sobre los coeficientes β_i . Supone que se empieza con un modelo de rezagos distribuidos infinito, que los coeficientes β_i tienen todos el mismo signo y que éstos van decreciendo geométricamente de la siguiente manera: $\beta_k = \beta_0 \lambda^k$

donde λ es tal que $0 < \lambda < 1$ y se conoce como la tasa de descenso o de caída del rezago distribuido y $1 - \lambda$ se conoce como la velocidad de ajuste. Koyck postula que cada coeficiente β_i sucesivo es numéricamente inferior a cada

coeficiente β_{i-1} anterior pues $\lambda < 1$, lo que implica que mientras mas distante es el pasado, el efecto de ese rezago sobre Y_t se hace cada vez menor. No es tan sencillo determinar el comportamiento de los efectos de una variable a través del tiempo, sin embargo, el hecho de que experiencias mas distantes ejerzan un efecto menor que experiencias mas recientes coincide con el sentido común.

Algunas características de este modelo son:

- i) Al suponer valores no negativos para λ , se elimina la posibilidad de que los coeficientes β cambien de signo;
- ii) Al suponer que $\lambda < 1$, le da menor peso a los coeficientes β en el pasado distante que a los actuales; y
- iii) Asegura que la suma de los coeficientes β que es el multiplicador de largo plazo, es finita.

II.5) Transformación de Koyck

Como resultado de los supuestos, el modelo de rezagos distribuidos infinitos puede expresarse así:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_0 \lambda X_{t-1} + \beta_0 \lambda^2 X_{t-2} + \dots + u_t, \quad (\text{II.5.1})$$

el cual no está adecuado para ser estimado fácilmente pues hay un número infinito de parámetros por estimar y el parámetro λ ingresa de forma no lineal. El método de análisis de regresión lineal no puede ser aplicado a un modelo de este tipo. Koyck sugiere una manera para lograrlo, rezaga el modelo un período que multiplica por λ para obtener:

$$\lambda Y_{t-1} = \alpha\lambda + \beta_0\lambda X_{t-1} + \beta_0\lambda^2 X_{t-2} + \dots + \lambda u_{t-1}. \quad (\text{II.5.2})$$

Si se resta esta expresión de (II.5.1) y se reordena, se obtiene:

$$Y_t = \alpha(1 - \lambda) + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + v_t,$$

Simplifica el modelo transformándolo en un modelo finito en el que sólo se estiman los parámetros α , β_0 y λ

Donde $v_t = (u_t - \lambda u_{t-1})$ es una combinación lineal de u_t y u_{t-1}

Se consideran algunas características importantes de esta transformación:

- A partir de esta transformación se llega a un modelo autorregresivo pues la variable Y_{t-1} aparece como una de las variables explicativas
- Esta transformación es una forma de primeras diferencias, lo cual reduce los efectos de la multicolinealidad.

- La variable explicativa Y_{t-1} está correlacionada con el término de error V_t y los estimadores de Mínimos Cuadrados son sesgados e inconsistentes.

III. Análisis bayesiano del modelo de rezagos distribuidos

III.1 Introducción.

Thomas Bayes, nacido en 1702, fue un ministro presbiteriano y matemático que vivió en Inglaterra. En su publicación *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances* (1763) sentó las bases de lo que hoy se conoce como Estadística Bayesiana. Se cree que Bayes supuso que el no saber nada de un parámetro implica que éste tiene distribución uniforme en el intervalo (0,1). El método que propuso para hacer inferencias sobre el parámetro se llama Teorema de Bayes, el cual se generalizó para poder aplicarse a la distribución binomial. Laplace (1812) fue quien propuso el teorema en su forma general.

El Teorema de Bayes es una herramienta para actualizar las creencias *a priori* que se tienen sobre el valor del parámetro, obteniendo una distribución posterior de él, una vez que se han observado resultados de un experimento que depende del parámetro desconocido.

La Estadística Bayesiana combina información inicial de los parámetros (distribución *a priori*) e información de una muestra

(verosimilitud) mediante el Teorema de Bayes, con el propósito de hacer inferencia sobre la distribución de los parámetros condicionada en la muestra (distribución posterior). Es importante notar que esta metodología da la posibilidad de combinar de manera consistente información inicial con información experimental.

Bernardo (1994) expone de manera detallada la teoría de la Estadística Bayesiana, así como información relacionada con su autor, Thomas Bayes. Box (1973), Carlin (1996), Koop (2003), Lee (1997) y Press (1989) escriben al respecto también.

III.2 Análisis bayesiano del modelo de Koyck.

Zellner (1971) retorna el modelo de rezagas distribuidos de Koyck y lo analiza haciendo uso de estadística bayesiana.

Se tiene la transformación del modelo de Koyck (II.7.1)

$$Y_t = \alpha(1 - \lambda) + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + v_t,$$

donde $v_t = (u_t - \lambda u_{t-1})$

Se supone que los u_t tienen $E(u_t) = 0$, $Var(u_t) = \sigma^2$ y $Cov(u_t, u_{t+s}) = 0$ $s \neq 0 \quad \forall t$ y que son idéntica e independientemente distribuidos Normales.

Se sabe entonces que

$$Var(v_t) = Var(u_t - \lambda u_{t-1}) = \sigma^2(1 + \lambda^2) \tag{III.2.1}$$

$$\text{Cov}(v_t, v_{t-1}) = \text{Cov}([u_t - \lambda u_{t-1}], [u_{t-1} - \lambda u_{t-2}]) = -\sigma^2 \lambda \quad (\text{III.2.2})$$

Para $t = 1, 2, \dots, T$ la matriz de covarianzas es:

$$G = \begin{bmatrix} (1 + \lambda^2) & -\lambda & & \\ -\lambda & (1 + \lambda^2) & -\lambda & \\ \ddots & \ddots & \ddots & \\ & -\lambda & (1 + \lambda^2) & -\lambda \end{bmatrix}$$

(III.2.3)

La función de densidad conjunta para $\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_T)$ es:

$$f(\underline{Y} | \lambda, \beta_0, \sigma, Y_0) \propto \frac{|G|^{1/2}}{\sigma^T} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\underline{Y} - \lambda \underline{Y}_{-1} - \beta_0 \underline{X})' G^{-1} (\underline{Y} - \lambda \underline{Y}_{-1} - \beta_0 \underline{X})\right]$$

(III.2.4)

donde

$$\underline{Y}_{-1} = (Y_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_{T-1}) \text{ y } \underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_T)$$

La función de densidad conjunta no informativa o de referencia *a priori* para los parámetros es:

$$f(\lambda, \beta_0, \sigma) \propto \frac{1}{\sigma}. \quad (\text{III.2.5})$$

Haciendo uso del teorema de Bayes, se tiene que la función de densidad conjunta posterior para los parámetros es:

$$f(\lambda, \beta_0, \sigma | \underline{Y}, Y_0) \propto \frac{|G|^{-1/2}}{\sigma^{T+1}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\underline{Y} - \lambda \underline{Y}_{-1} - \beta_0 \underline{X})' G^{-1} (\underline{Y} - \lambda \underline{Y}_{-1} - \beta_0 \underline{X})\right].$$

(III.2.6)

Integrando (III.2.6) con respecto a σ^2 se tiene

$$f(\lambda, \beta_0 | \underline{Y}, Y_0) \propto \frac{|G|^{-1/2}}{(\underline{Y} - \lambda \underline{Y}_{-1} - \beta_0 \underline{X})' G^{-1} (\underline{Y} - \lambda \underline{Y}_{-1} - \beta_0 \underline{X})^{T/2}}.$$

(III.2.7)

Sin embargo, integrar $f(\lambda, \beta_0 | \underline{Y}, Y_0)$ con respecto a λ o con respecto a β_0 no es posible analíticamente, por lo que se hace uso de simulación mediante el Método de Monte Carlo con Cadena de Markov (MCMC) con el programa estadístico WinBUGS (Bayesian Using Gibbs Sampling).

Este programa obtiene una muestra de la función de distribución posterior a analizar haciendo uso del muestreo de Gibbs para así posteriormente poder hacer inferencia sobre los parámetros involucrados. Gamerman (1997) y Bernardo (1994) exponen la teoría involucrada en el funcionamiento del software.

III.3 Cadena de Markov.

Sea una secuencia de variables aleatorias X_0, X_1, \dots , y sea el conjunto de posibles valores de estas variables $\{0, 1, \dots, M\}$, donde X_n es el estado de algún sistema en el momento n y se dice que el sistema se encuentra en el estado i en el momento n , si $X_n = i$. Esta secuencia de variables aleatorias es una Cadena de Markov si

para cada momento que el sistema se encuentra en el estado i , existe una probabilidad fija P_{ij} de que en la próxima transición el sistema estará en el estado j . Esto es:

$$P(X_{(n+1)} = j | X_n = i, X_{(n-1)} = i_{(n-1)}, \dots, X_1 = i_1, X_0 = i_0) = P_{ij},$$

(III.3.1)

donde los valores P_{ij} , $0 \leq i \leq M, 0 \leq j \leq N$ son probabilidades de transición de la Cadena de Markov y satisfacen:

$$\begin{aligned} P_{ij} &\geq 0, \\ \sum_{j=0}^M P_{ij} &= 1, \quad i = 0, 1, \dots, M. \end{aligned}$$

III.4 Cadena de Markov de Monte Carlo.

Supóngase que se quiere generar una muestra de una función de distribución posterior $f(\underline{\theta}|x)$ para $\underline{\theta} \in \Theta \subset \mathbb{R}^k$ y que no se puede hacer directamente. Se genera una Cadena de Markov con espacio de estados Θ en el cual se harán simulaciones y cuya distribución de equilibrio es $f(\underline{\theta}|x)$. Si se simula la cadena por un largo tiempo, los valores simulados de la cadena pueden usarse para hacer inferencia sobre la distribución posterior $f(\underline{\theta}|x)$.

Para ello se necesitan algoritmos que construyan cadenas con distribuciones de equilibrio específicas.

Bajo condiciones de regularidad, existen resultados asintóticos que aclaran el sentido en que la muestra resultante de una cadena con distribución de equilibrio $f(\underline{\theta}|x)$ puede usarse para obtener una muestra aleatoria de $f(\underline{\theta}|x)$ o para estimar el valor esperado con respecto a $f(\underline{\theta}|x)$ de una función de interés $g(\underline{\theta})$.

Sea $\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^t, \dots$ una realización de una cadena apropiada, los resultados asintóticos cuando $t \rightarrow \infty$ incluyen

$$\begin{aligned} \underline{\theta}^t &\xrightarrow{d} \underline{\theta} \sim f(\underline{\theta}|x), \\ \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t g(\underline{\theta}^i) &\rightarrow \mathbb{E}_{\underline{\theta}|x}\{g(\underline{\theta})\}. \end{aligned} \tag{III.4.1}$$

Dada esta relación, se puede demostrar que las sucesivas $\underline{\theta}^t$ estarán correlacionadas, por lo que si el primero de los resultados asintóticos anteriores se usara para obtener una muestra aleatoria de $f(\underline{\theta}|x)$, sería útil hacer espacios entre las realizaciones necesarias para generar la muestra o de manera independiente hacer diferentes simulaciones de la cadena de Markov. El segundo de los resultados asintóticos implica que el promedio ergódico de una función de interés sobre realizaciones de una misma cadena de Markov es un estimador consistente de la media de esta función.

III.5 Muestreo de Gibbs.

Sea el vector de valores desconocidos $\underline{\theta}$ con componentes $\theta_1, \dots, \theta_k$, si se quiere hacer inferencia sobre la función de distribución posterior conjunta $f(\underline{\theta}|x) = f(\theta_1, \dots, \theta_k|x)$, es necesario resolver usando integración numérica.

Sin embargo, el uso de integración numérica sofisticada puede evitarse replanteando el problema como un muestreo iterativo de valores aleatorios de distribuciones para producir una cadena de Markov apropiada.

La función de densidad condicional para θ_i , dados los valores x y los valores específicos de las otras componentes de $\underline{\theta}$

$$f(\theta_i|x, \theta_j, j \neq i), \quad i = 1, \dots, k. \quad (\text{III.5.1})$$

es una función de θ_i si se recuerda que $f(\underline{\theta}|x) \propto f(x|\underline{\theta})f(\underline{\theta})$.

Supóngase entonces que dado un conjunto arbitrario de valores iniciales para los valores desconocidos e^{-0}, \dots, e_i^0 , se implementará el siguiente proceso iterativo

$$\begin{aligned}
\text{aprox } \theta_1^{(1)} &\sim f_1(\theta_1|x, \theta_2^{(0)}, \dots, \theta_k^{(0)}), \\
\text{aprox } \theta_2^{(1)} &\sim f_2(\theta_2|x, \theta_1^{(1)}, \theta_3^{(0)}, \dots, \theta_k^{(0)}), \\
&\vdots \\
\text{aprox } \theta_k^{(1)} &\sim f_k(\theta_k|x, \theta_1^{(1)}, \dots, \theta_{k-1}^{(1)}), \\
\text{aprox } \theta_1^{(2)} &\sim f_1(\theta_1|x, \theta_2^{(1)}, \dots, \theta_k^{(1)}), \\
&\vdots
\end{aligned}$$

Si el proceso anterior se continúa durante t iteraciones y se replica de manera independiente m veces, tal que de la iteración actual se tienen m réplicas del vector muestral $\underline{\theta}^t = (\theta_1^{(t)}, \dots, \theta_k^{(t)})$, donde $\underline{\theta}^t$ es una realización de una cadena de Markov con probabilidad de transición dada por

$$\pi(\underline{\theta}^t, \underline{\theta}^{t+1}) = \prod_{l=1}^k p(\theta_l^{t+1} | \theta_j^t, j > l, \theta_j^{t+1}, j < l, x). \quad (\text{III.5.1})$$

Entonces, mientras $t \rightarrow \infty$, $\underline{\theta}^t = (\theta_1^{(t)}, \dots, \theta_k^{(t)})$ tiende en distribución a un vector aleatorio cuya función de densidad conjunta es $f(\underline{\theta}|x)$. Así

para t grande, las réplicas $(\theta_{i1}^{(t)}, \dots, \theta_{im}^{(t)})$ se aproximan a una muestra aleatoria de $f(\theta_i|x)$. Esto lleva a que para m grande, se puede obtener un estimador para $f(\theta_i|x)$, que es de la forma

$$\hat{f}(\theta_i|x) = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m f(\theta_i|x, \theta_{jl}^{(t)}) \quad j \neq i, \quad (\text{III.5.2})$$

con el cual es posible hacer inferencia.

IV. Aplicación del modelo de Koyck en el contexto de Seguros

Se presenta la aplicación del modelo de rezagos distribuidos de Koyck, entre el nivel de tarifa y la utilidad técnica obtenida en el estado de resultados una cartera del ramo de automóviles. La utilidad técnica está en función de la prima devengada, la cual se deriva de la prima de pólizas que tienen al menos un día de vigencia durante el ejercicio contable.

El historial de incrementos y decrementos en el nivel de tarifa genera un efecto rezagado en el nivel de utilidad técnica observado en cada ejercicio contable debido a que la utilidad técnica depende de la prima devengada, y ésta a su vez, está en función de las pólizas en vigor, las cuales pudieron emitirse dentro o fuera del período contable de referencia.

Se comprueba que un resultado de los modelos de rezagos distribuidos es el que brinda información sobre cuánto tiempo tarda una variable en responder a cambios en otra, de la cual se supone dependiente. Esta aplicación del modelo de rezagos puede ser una opción para observar cómo dado el plan de negocios de una institución, los incrementos (decrementos) del nivel de tarifa tanto del ejercicio actual como de los ejercicios anteriores influyen en la utilidad técnica del ejercicio contable actual con ponderaciones diferenciadas en función del tiempo en el que se efectuaron los cambios en el nivel

de tarifa, y considerando que la utilidad técnica está en función de la prima devengada, la cual se deriva de la prima de las pólizas que tienen al menos un día de vigencia durante el ejercicio contable, no importando que hayan sido emitidas en períodos contables anteriores con la tarifa vigente en ese momento.

El análisis de regresión con estadística bayesiana en el software WinBUGS se efectúa con el modelo de rezagos distribuidos de Koyck una vez transformado

$$Y_t = \alpha(1 - \lambda) + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1}, \quad t = 2, \dots, n \quad \alpha, \beta_0 \in \mathbb{R}, \quad 0 < \lambda < 1$$

(IV.1)

donde

X_t , porcentaje de incremento (decremento) del nivel de tarifa en el mes t deflactado con IPC, cambios respecto a la tarifa anterior.

Y_t , porcentaje de utilidad técnica sobre prima emitida del ejercicio contable

El análisis bayesiano permite en el uso del modelo de Koyck limitar el dominio del parámetro λ al intervalo (0,1), supuesto propio del modelo.

Se escogió el modelo de Koyck pues su transformación permite estimar un número finito de parámetros y porque dado que la longitud del rezago es infinita, se tiene una herramienta para toma de

decisiones relativa a los periodos de influencia de la variable independiente X_t .

Los parámetros se distribuyen de la siguiente manera

$$\alpha \sim Normal(0, 1)$$

$$\beta_0 \sim Normal(0, 1)$$

$$\lambda \sim Uniforme(0.01, 0.99)$$

$$\tau \sim Gamma(0.0001, 0.0001)$$

Por otro lado, se tiene que la siguiente función de distribución para la verosimilitud

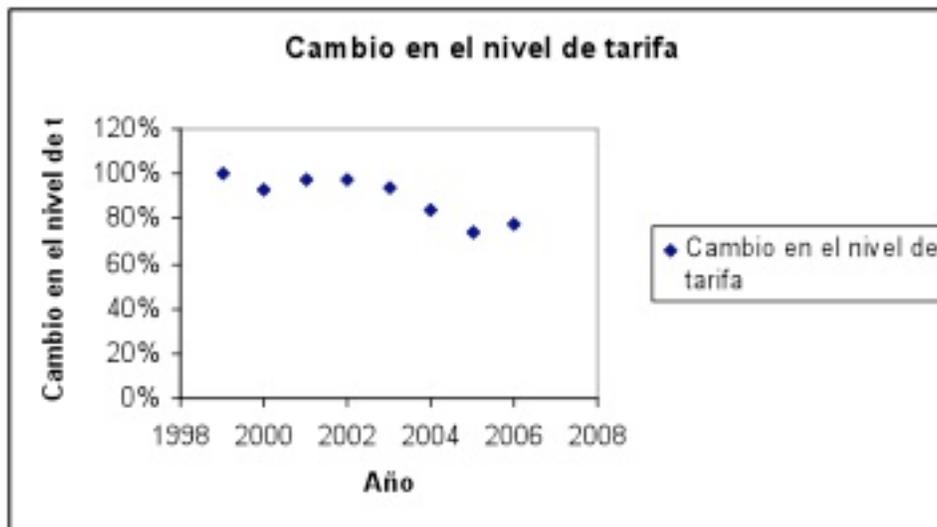
$$L(\lambda, \beta_0, \sigma, Y_0 | \underline{Y}) \propto Normal(\lambda \underline{Y}_{-1} - \beta_0 \underline{X}, G),$$

donde G es la matriz de covarianzas.

Se realizaron 150,000 simulaciones en WinBUGS y se tomó un periodo de burn-in de 10,000 de ellas

Para X el porcentaje de incremento (decremento) del nivel de tarifa se tiene tendencia decreciente, la cual se explica por la gran oferta de automóviles, que provoca que tanto los costos de estos como de las refacciones hayan disminuido. De igual manera pasa con los costos de servicios ofrecidos por proveedores. Se han distribuido también de diferente modo los gastos de administración de la compañía en cuestión.

Gráfica IV.1



Gráfica IV.2

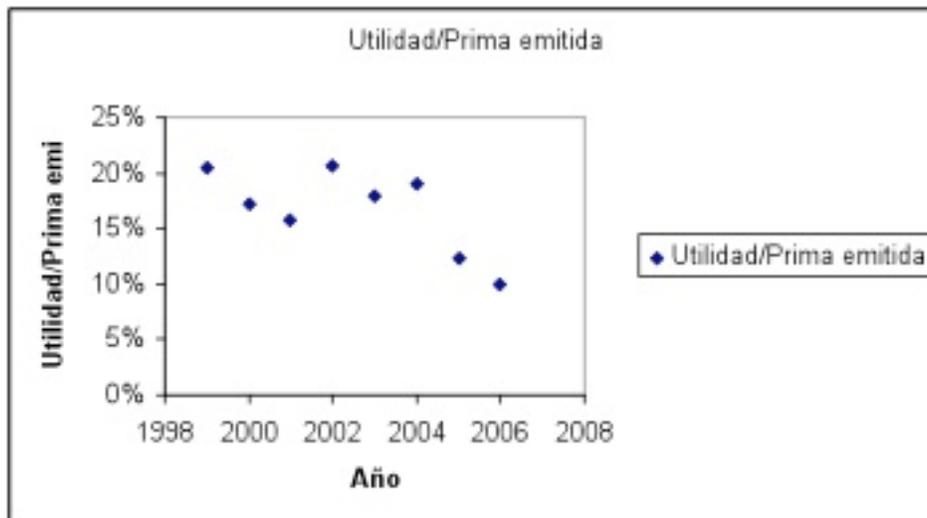
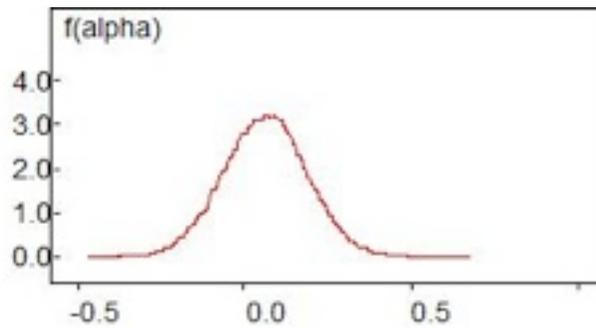


Tabla IV.1 Resultados.

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%	start	sample
alpha	-0.001415	1	0.002615	-1.965	-3.63E-04	1.957	50000	150001
beta_0	0.001428	0.9997	0.002684	-1.952	0.002223	1.963	50000	150001
lambda	0.4992	0.2884	7.67E-04	0.02479	0.4989	0.974	50000	150001
tau.v	35050	18780	47.93	8451	31780	80220	50000	150001
var.v	4.00E-05	3.18E-05	8.04E-08	1.25E-05	3.15E-05	1.18E-04	50000	150001

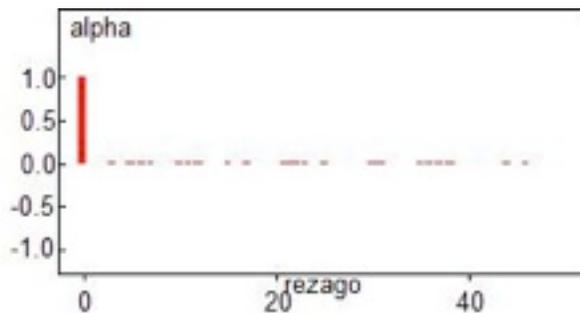
La función de densidad de α se presenta en la siguiente gráfica,

Gráfica IV.3



La distribución de α se encuentra centrada cerca de cero y se acumula mayor probabilidad en valores positivos. El análisis de auto correlación de las observaciones generadas se muestra en la gráfica IV.4

Gráfica IV.3



del cual se observa que para $t > 0$ la auto correlación es casi nula. Esto implica que los datos están bien generados pues no reflejan correlación

Se realiza el análisis similar con las variables $\beta_0, \lambda, \sigma^2$, se concluye que los datos no presentan correlación.

De acuerdo a lo anterior, la ecuación (IV.1) queda estimada como sigue

$$Y_t = -.001415 * (1 - .4992) + .001428 * X_t + .4992 * Y_{t-1}$$

de donde se puede ver que las variables X_t y X_{t-1} están relacionadas directamente pues al haber un incremento en X_t el porcentaje de incrementos (decrementos) de tarifa de una unidad, X_t la utilidad técnica entre prima emitida incrementará en 0.001428 unidades. La variable rezagada Y_{t-1} guarda relación directa también con respecto a Y_t .

V. Conclusiones

Se concluye que la distribución del rezago se debe a lo siguiente:

El tiempo en el que se efectuaron los cambios de prima de tarifa considerando que la utilidad técnica está en función de la prima devengada, la cual se deriva de la prima de las pólizas que tienen al menos un día de vigencia durante el ejercicio contable actual. Esto quiere decir que una póliza que fue contratada antes de este periodo

contable, pero que se encuentra en vigor, trae consigo la tarifa vigente en el momento de su emisión, misma que puede ser diferente a la tarifa actual.

Los cambios de tarifa de la compañía no son percibidos de manera inmediata por la fuerza de ventas, agentes y/o clientes, lo que provoca un rezago en la variable afectada por este cambio, es decir, en la prima emitida.

Los cambios en las políticas de suscripción provocan cambios en los perfiles de cartera, es decir, por un direccionamiento del área de ventas hacia segmentos objetivo como pueden ser, suscribir autos de lujo, dejar de suscribir vehículos de transporte público y vehículos de alto riesgo de robo, etc., cambios que se reflejan en la utilidad técnica de la compañía.

Los cambios en el uso de los vehículos por parte del gobierno, transporte público modifican el nivel de riesgo de vehículos similares que se encuentran suscritos en la cartera cuya prima fue calculada con el nivel de riesgo anterior al cambio, lo cual se refleja en la utilidad técnica de la compañía.

Por tanto, se concluye que el período aproximado de influencia de los cambios de nivel de tarifa de meses anteriores en el nivel de utilidad técnica del mes actual es de cinco meses debido a las razones anteriores.

Para la toma de decisiones del actuario que determina los niveles de tarifa de la compañía, este modelo representa una opción para realizar el análisis de la cartera y considerar el rezago distribuido en el tiempo del efecto de los cambios de nivel de tarifa en años anteriores sobre el nivel de utilidad técnica actual. Esto puede ser

utilizado para el diseño de los planes de negocios considerando un objetivo de utilidad técnica establecido con anterioridad.

Derivado de la aplicación y análisis del modelo de rezagos distribuidos de Koyck, mediante el uso de datos mensuales del subramo de automóviles residentes de una compañía del sector asegurador mexicano, se obtiene la siguiente información para toma de decisiones.

Dado que este modelo implica que mientras más distante sea el pasado, menor será la influencia de éste en el cambio total, pues los factores β_i decrecen geométricamente y se tiene que la suma de la serie de parámetros β_i para $i > 0$, es finita.

Se tiene la estimación de los parámetros $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ directamente, así como su distribución. El estimador de cada parámetro es su media, dado que se supuso función de pérdida cuadrática.

Tabla IV.2

Año i	Coeficiente	$\beta_i = \beta_0 * \lambda^i$	Ponderación
0	β_0	0.00143	50.1%
1	$\beta_1 = \beta_0 * \lambda^1$	0.00071	25.0%
2	$\beta_2 = \beta_0 * \lambda^2$	0.00036	12.5%
3	$\beta_3 = \beta_0 * \lambda^3$	0.00018	6.2%
4	$\beta_4 = \beta_0 * \lambda^4$	0.00009	3.1%
5	$\beta_5 = \beta_0 * \lambda^5$	0.00004	1.6%
6	$\beta_6 = \beta_0 * \lambda^6$	0.00002	0.8%

Del efecto total que tiene el incremento (decremento) del nivel de tarifa en el ejercicio contable actual sobre la utilidad técnica, se observa que el efecto del cambio en el nivel de tarifa actual en ese mismo año es el 50.10 % del total del cambio, el efecto del cambio del nivel de tarifa el año anterior es de 25.00 %, el de dos años anteriores es de 12.50 %, el de tres años anteriores es de 6.20 %, el de cuatro años anteriores es de 1.60 % y el de cinco años anteriores es 0.80 % del cambio total. Esta cartera tiene pólizas multianuales de vehículos en financiamiento.

VI. Anexo I. Código de Programación

```
model
{
  for(t in 2:T){
    mean.Y[t] <- alpha*(1-lambda)+beta_0*X[t]+lambda*Y[t-1]
    Y[t] ~ dnorm(mean.Ct[t],tau.v)
  }
  lambda ~ dunif(0,1)
  alpha ~ dnorm(0,1)
  beta_0 ~ dnorm(0,1)
  tau.v ~ dgamma(0.0001,0.0001)
  var.v <- 1/tau.v
}
list(Y=c(
0.0996270037224965,0.122778071222602,0.190474305331197,0.180117
325177068,0.206870510857996,0.157592035468862,0.172677000087335,0.203938078251192),
X=c(
0.776211754811271,0.743604008114647,0.840293428278409,0.9350639
15594077,0.972674785832443,0.972674785832443,0.932722915965234,1),
mean.Ct=c(
0.0996270037224965,0.122778071222602,0.190474305331197,0.180117
325177068,0.206870510857996,0.157592035468862,0.172677000087335,0.203938078251192),T=8)
list(tau.v=0.03,lambda=0.8,alpha=0.9,beta_0=0.0001)
```

VII. Bibliografía

- Almon, S. (1965) The Distributed Lag Between Capital Appropriations and Expenditures. *Econometrica*, Vol. 33, 178-196.
- Bayes, T. (1763) *An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances*, London: Phylosophical Thansactions of Royal Society.
- Bernardo, J. M.; Smith, A. (1994) *Bayesian Theory*, Great Britain: John Wiley & Sons.
- Box, G. P.; Tiao, G. C. (1973) *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, USA: Addison- Wesley
- Cagan, P. (1956) The Monetary Dynamics of Hyperinflations. *Studies in the Quantity Theory of Money*, Chicago: University of Chicago Press.
- Carlin, B. P.; Louis, T. A. (1996) *Bayes and Empirical Bayes Methods for Data Analysis*, Great Britain: Chapman & Hall.

- Durbin, G.; Watson, S. (1951) Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, *Biometrika*, Vol. 38, 159-171
- (1997) *Markov Chain Monte Carlo*, Great Britain: Chapman & Hall.
- Fortune, P. (1973) A Theory of Optimal Life Insurance: Development and Test, *The Journal of Finance*, Vol. 28, 587-600.
- Gamerman, D. (1997) *Markov Chain Monte Carlo*, Great Britain: Chapman & Hall.
- Griliches, Z. (1967) Distributed lags: A survey, *Econometrica*, Vol. 35, 16-49.
- Gujarati, D. N. (1997) *Econometría Básica*, Colombia: McGraw Hill.
- Koyck, L. M. (1954) *Distributed Lags and Investment Analysis*, Amsterdam: North Holland Publishing Company
- Koop, G. (2003) *Bayesian Econometrics*, England: John Wiley & Sons.
- Liviatan, N. (1963) Consistent Estimation of Distributed Lags, *International Economic Review*, Vol. 4, 44-52
- Montgomery, D. C.; Peck, E. A. (1991) *Introduction to Linear Regression Analysis*, New York: Wiley Interscience.
- Nerlove, M. (1977) Distributed lags, *International Encyclopedia of Statistics* Vol. 1, 151-155.
- Press, S. J. (1989) *Bayesian Statistics: Principles, models and applications*, USA: John Wiley & Sons.
- Ravines, R. R.; Schmidt, A. M.; Migon, H. S. (2006) Revisiting Distributed Lag Models Through a Bayesian Perspective, Brasil, Universidad Federal do Rio de Janeiro.
- Zellner, A. (1971) *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*, New York: Wiley

- Zellner, A.; Geisel, M. S. (1970) Analysis of distributed lag models with applications to consumption estimation, *Econometrica*, Vol. 38, 865-888

WinBUGS www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/winbugs/contents.shtml

Seguro Agrícola Paramétrico para Catástrofes por Sequía, con base en Estaciones Climatológicas

Luisarturo Castellanos Hernández

Agroasemex, S.A.

Director de Análisis Actuarial

Av. Constituyentes 124 Pte.

Col. El Carrizal, Querétaro, Qro.

lcastellanos@agroasemex.gob.mx

Tel: (442)2-38-19-23

Resumen

Este documento tiene como objetivo principal describir el esquema general del Seguro Agrícola Paramétrico para Catástrofes por Sequía basado en estaciones climatológicas diseñado por Agroasemex, S.A. y que lleva en operación desde el año 2004. Se documenta el diseño conceptual del esquema así como el método de modelación del riesgo adoptado. Este seguro, además de atender una demanda que el mercado en su momento no cubría, funge una importante labor social al proteger a los productores agrícolas de más bajos recursos del país que, además, no cuentan con acceso al seguro tradicional.

Palabras clave: Seguro Catastrófico, Agrícola, Sequía, Paramétrico, Lluvia.

I. Introducción

En México el sector agrícola ocupa cerca del 21% de la fuerza laboral y brinda empleo a 8.7 millones de personas; sin embargo, representa solamente el 3.8% del Producto Interno Bruto. Su desarrollo productivo presenta contrastes y asimetrías importantes: por un lado se cuenta con productores altamente tecnificados y explotaciones comerciales especializadas y exitosas, que atienden los mercados locales y al mismo tiempo sostienen el crecimiento de las

exportaciones agrícolas; por otro lado, existe un amplio segmento de la población rural cuya producción se orienta al autoconsumo y que practica exclusivamente agricultura de temporal en pequeñas parcelas, que no ha podido superar el círculo vicioso de baja productividad y pobreza.

La actividad agrícola del país tiene dos ciclos productivos plenamente identificados y definidos por la temporada de lluvias: el ciclo primavera-verano (PV) – que concentra el grueso de la superficie cultivada con granos – y el ciclo otoño-invierno (OI). La superficie sembrada en ambos ha sido, en promedio, en los últimos tres años, de aproximadamente 16.1 millones de hectáreas; 78% de las cuales depende para su producción exclusivamente de las lluvias estacionales; aún más, en agricultura de temporal el 87%, es decir, 10.8 millones de hectáreas se siembran durante los ciclos PV.

El grano más representativo en ambos ciclos es el maíz, con una superficie cultivada de 7.3 millones de hectáreas en los ciclos PV y un millón de hectáreas en los OI. En el primer caso, la superficie sembrada bajo condiciones de temporal representa el 90%, en tanto para el segundo la proporción se ubica en 50%.

Esta estructura productiva da pie a la gran dependencia que la producción agrícola en México tiene respecto a factores climáticos – principalmente la precipitación pluvial –, que la hace altamente vulnerable ante el retraso, irregularidad o deficiencia persistente de la lluvia. En línea con esto último, los registros recientes reflejan que los mayores daños en la agricultura ocasionados

por desastres naturales son de origen hidrometeorológico, principalmente asociados con sequías (*Figura 1*).

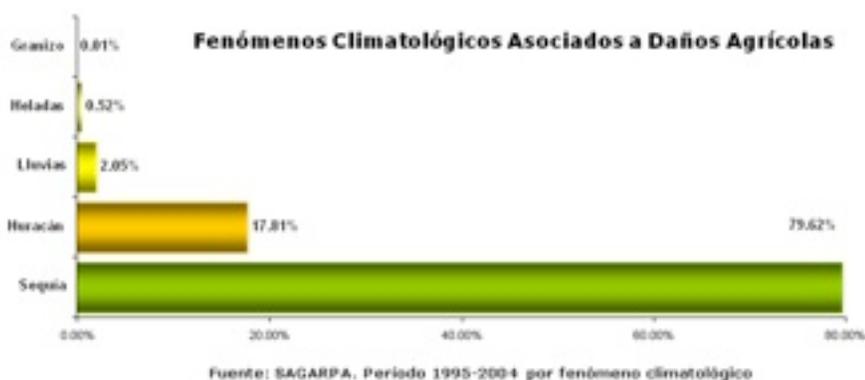


FIGURA 1. Principales causas de siniestros en la agricultura.

La oferta de seguro agropecuario se ha orientado en áreas con mediano y alto potencial productivo y a esquemas de protección de seguro tradicionales, principalmente bajo el concepto de seguro a la inversión, lo que generó la concentración geográfica y productiva del seguro.

Otros factores que han limitado el crecimiento y la penetración del seguro en segmentos de la población rural que en su mayoría tienen producción de baja rentabilidad en temporal y tenencia de la tierra altamente atomizada, lo constituyen los riesgos climáticos extremos que enfrenta el ámbito rural con afectaciones periódicas a escala regional e incluso nacional; y los altos costos de operación del seguro, asociados a las características geográficas y sociodemográficas de la actividad agropecuaria.

En este marco, Agroasemex inició el estudio y análisis de conceptos de administración de riesgos susceptibles de ser aplicados en el diseño de

coberturas agropecuarias, principalmente esquemas basados en índices – o paramétricos – al identificarlos como una alternativa factible para superar eficientemente las limitaciones estructurales de los esquemas tradicionales; mejorar la cobertura y penetración del seguro y reducir los efectos de los fenómenos climáticos de alto impacto que inciden en el entorno económico y social de la población rural.

Los objetivos generales del esquema son principalmente: proteger a los productores agrícolas de la presencia de riesgos de características catastróficas, principalmente la escasez o ausencia de precipitación pluvial generalizada; proteger las desviaciones financieras a las que están expuestos, por esta causa, tanto los gobiernos estatales como el federal; y transferir el riesgo a los mercados internacionales de reaseguro.

Conforme a lo anterior, el desarrollo del *Seguro Agrícola Paramétrico* se orientó hacia los gobiernos federal y estatales, con el fin de proteger a los productores agrícolas contra los efectos que tienen en su economía la presencia de riesgos relacionados con sequías generalizadas, definiéndose como catástrofe el daño producido por eventos climatológicos de amplio espectro e impacto regional, que ocasionen la pérdida total de la especie agrícola producida en una zona geográfica previamente delimitada. La pérdida total se estableció para aquellos casos en que el extremo climático impida la implantación de la especie vegetal o el valor de la producción esperada es insuficiente para cubrir los costos de la recolección. El *Seguro Agrícola Paramétrico* se configura entonces como un

instrumento de administración de riesgos que permite adoptar estrategias financieras para el manejo y transferencia del riesgo catastrófico por sequía; enfrentar con mayor eficiencia las consecuencias económicas y sociales que generan los eventos extremos climáticos en la actividad agrícola; y disminuir la presión sobre las finanzas públicas por la ocurrencia de dichos eventos.

II. Fundamentos técnicos

Las hipótesis que fundamentan el desarrollo conceptual del *Seguro Agrícola Paramétrico* suponen que además de los factores climáticos, existen otros factores que impactan igualmente los niveles de producción de los cultivos, como son: suelos, genotipos y agroquímicos, entre otros, por lo que debe aislarse el efecto de los eventos climáticos de los demás factores de la producción, para que los índices críticos a diseñarse tengan una relación directa con los rendimientos de las especies vegetales y en consecuencia, con los niveles de pérdida que enfrentaría el productor ante un evento climatológico adverso y que por lo mismo sean susceptibles de ser protegidos bajo una cobertura de seguro.

Debido a la ausencia de información estadística histórica de rendimientos de los cultivos a nivel local (municipio, predio, etc.), fue necesario desarrollar un modelo dinámico específico que permitiera calcular, mediante simulaciones, la producción diaria de materia seca de las especies vegetales, tanto bajo condiciones de producción potencial como de limitación de humedad, siendo sus

principales componentes: edad fisiológica del cultivo, asimilación bruta de CO₂ y la distribución de materia seca.

Con base en estos componentes, el modelo desarrollado permite estimar satisfactoriamente el rendimiento de las especies vegetales bajo condiciones de producción potencial, así como bajo las condiciones en que la humedad disponible es el único factor limitante y por lo tanto, puede ser utilizado para establecer valores umbrales de la variable climática que mantengan una relación directa con la producción y consecuentemente, con los niveles de pérdida a enfrentar por el productor ante la presencia de un extremo climático.

Otro aspecto que el uso de modelos de simulación dinámica permite determinar es el de los períodos de protección de la cobertura, para que éstos respondan eficientemente a los requerimientos hídricos de siembra y desarrollo vegetativo (floración y cosecha) de las especies vegetales protegidas indirectamente a través del *Seguro Agrícola Paramétrico*, toda vez que en cada una de esas etapas la demanda de agua es diferente.

En consecuencia, si bien la determinación de la vigencia del seguro debe ajustarse a la duración del ciclo agrícola, debe diseñarse en específico para la duración de cada etapa de crecimiento de la especie vegetal. En tanto el universo de aplicación del *Seguro Agrícola Paramétrico* lo constituyen exclusivamente especies agrícolas de temporal, el inicio de la vigencia del seguro coincide con el de la temporada de lluvias, considerándose que para fines agrícolas éstas se

establecen cuando en un lapso de 10 días consecutivos se acumulan al menos 25 mm. de lluvia (Villalpando, 1988).

Con base en estas consideraciones, la caracterización genérica del inicio de las lluvias para fines agrícolas debe efectuarse a escala regional, para que las vigencias diseñadas para el seguro presenten una eficiente correspondencia con las condiciones climáticas prevalecientes en las zonas aseguradas.

Por otra parte, la fecha de terminación de vigencia del seguro debe delimitarse acorde con el fin de la “duración de la estación de crecimiento” (DEC) de la especie vegetal asegurada, aplicando para ello el criterio de la ocurrencia de la primera helada, siempre y cuando hubiera concluido el ciclo vegetativo de la planta.

Es decir que si un cultivo, por ejemplo el maíz, necesita de 120 días como duración de estación de crecimiento, la fecha de fin de la vigencia no puede ser menor a la fecha de inicio de la vigencia más el número de días que dura la estación de crecimiento.

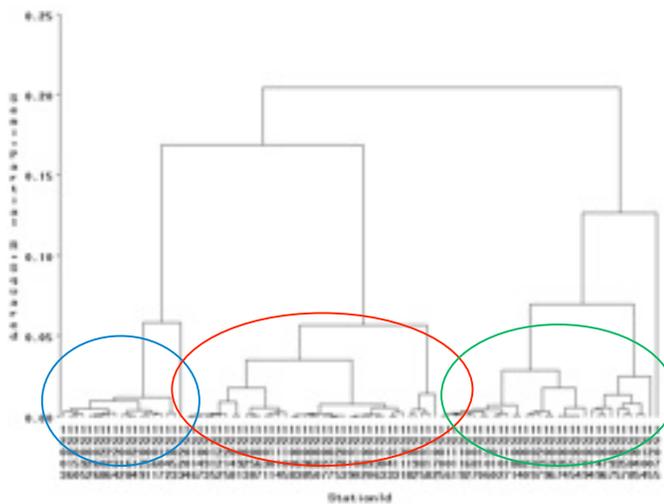
En términos generales, el *Seguro Agrícola Paramétrico* protege durante 3 etapas diferentes que responden al crecimiento del cultivo: una primera etapa de siembra, una segunda etapa de floración donde el cultivo germina y crece y una tercera etapa de cosecha.

Otro de los problemas más relevantes que se enfrentan cuando se trata de diseñar esquemas paramétricos tiene que ver con la escala espacio – tiempo, sobre todo cuando las zonas en donde se pretende operar se caracterizan por la presencia de microclimas, aspecto que puede restar eficiencia a los índices climáticos en cuanto a su relación con el desarrollo de la especie vegetal y el radio de influencia geográfica de los instrumentos de medición climática que se estén asegurando. Frente a ello resulta necesario identificar regiones en las que tanto el clima como la agricultura presenten patrones similares de variabilidad, para lo cual, como parte del diseño del esquema, Agroasemex construyó Zonas Agroclimáticas de Respuesta Homogénea (ZARH) para todo el país.

Las ZARH encuentran su fundamento en el las diversas técnicas estadísticas que las ciencias de la atmósfera han utilizado para identificar grupos de estaciones climatológicas con características similares, en particular el análisis de conglomerados o “clusters” (Wilks, 1995), aplicado a los datos que caracterizan agrónomicamente a las especies vegetales que serán protegidas indirectamente a través del *Seguro Agrícola Paramétrico*. Cada uno de los conglomerados resultantes (o ZARH) agrupa al conjunto de estaciones climatológicas que podrán ser tratadas como una región agroclimáticamente homogénea.

Se consideraron las siguientes variables para agrupar diferentes estaciones en grupos homogéneos: rendimiento promedio del cultivo; ubicación geográfica de la estación (latitud y longitud); temperatura máxima promedio en el verano (Junio

a Septiembre); lluvia acumulada promedio en el verano; fecha de inicio de siembras; fecha promedio de la primera helada, entre otras. A esta matriz de observaciones (“n” estaciones x “m” variables), se le aplicó el método de agrupación de mínima varianza de Ward. Las gráficas a continuación muestran la agrupación jerárquica de las estaciones de una entidad federativa en particular (Guerrero) donde se pueden apreciar 3 grupos homogéneos de estaciones.



Clus	n	Rto	LluvVer	LluevEF	Temporal	TempMax	CapCR	Hel
1	39	1,856.9	776.9	53.7	151.5	32.5	-2.0	319.2
2	34	2,734.0	1,100.4	60.0	146.2	27.7	-4.0	319.0
3	19	1,521.5	1,100.1	87.6	154.5	32.6	-1.3	319.2

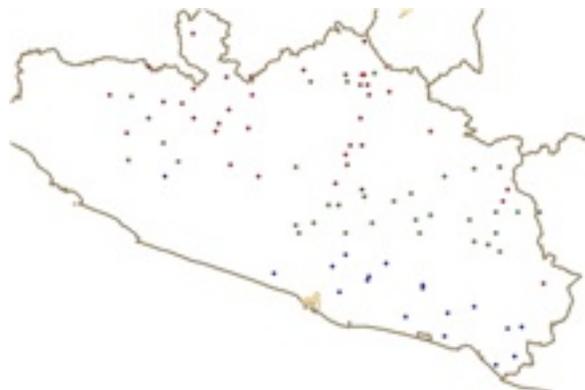


FIGURA 2. Dendograma jerárquico del proceso para el estado de Guerrero; tabla con estadísticas resumen por conglomerado y; Mapa del estado de Guerrero con la ubicación de las estaciones climatológicas y los tres conglomerados encontrados.

En la medida en que cada ZARH es representativa de condiciones similares de respuesta del suelo y la planta a la precipitación pluvial, pueden establecerse valores umbrales de las variables climáticas a escala regional, que serán los valores especificados en el contrato de seguro y los que permitan determinar la ocurrencia del siniestro.

En el caso del *Seguro Agrícola Paramétrico*, los valores umbrales se determinan para la lluvia acumulada durante cada etapa fenológica (siembra, floración y cosecha), considerándose procedente el siniestro cuando el valor observado en la estación climatológica es menor al establecido en el contrato de seguro en cualquiera de dichas etapas. En consecuencia, la indemnización se paga al presentarse por primera vez el evento asegurado, terminando en lo sucesivo la responsabilidad del asegurador. Los valores umbrales suelen ser muy bajos (catastróficos), por lo que independientemente de la forma en el tiempo en que se presente la lluvia (paulatinamente o toda de golpe en pocos días), si no se llega a acumular al menos esa pequeña cantidad de precipitación, puede considerarse daño total al cultivo. Dadas las características de homogeneidad de las estaciones climatológicas que integran una ZARH, es factible la determinación de un valor umbral regional.

Durante la etapa de siembra, el objetivo de la cobertura es que la especie agrícola cuente con la cantidad de lluvia suficiente para su implantación, considerando el tipo de suelo predominante en la región a operar.

La definición de los valores umbrales en esta etapa se basa en los conceptos de *lluvia efectiva* y *capacidad de campo*, los cuales están estrechamente relacionados con la cantidad de humedad disponible en el suelo para permitir la germinación de la semilla.

La capacidad de campo en el suelo se presenta cuando éste ha acumulado la humedad suficiente para permitir la implantación de la especie agrícola. Este valor – suficiencia de la humedad – es determinado por el modelo de simulación de procesos agrícolas a través de relaciones que involucran el balance hídrico y las características edafológicas en la región de estudio. Por su parte, la lluvia efectiva se define como la cantidad de precipitación pluvial requerida para que en un período no mayor a siete días consecutivos, el primer estrato de suelo (entre 15 y 20 cms. de profundidad) alcance la capacidad de campo.

En cambio, para las etapas de floración y de cosecha el objetivo del seguro es proteger el nivel de lluvia mínima que permita la obtención de cuando menos la producción necesaria para cubrir los costos de recolección de la especie vegetal de que se trate (aproximadamente se considera el 30% de la producción media de la ZARH). A diferencia de la etapa de siembra, los valores umbrales de lluvia son definidos mediante el uso de modelos de regresión lineal que relacionan el

rendimiento con la precipitación acumulada en los períodos de vigencia de cada etapa.

Cabe hacer notar que el modelo de regresión usado obliga a la ordenada al origen a pasar por cero, es decir que para el modelo general de regresión:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

Donde y = rendimiento

β_0 = ordenada al origen

β_1 = pendiente

x = lluvia acumulada en la etapa

se obliga a la ordenada al origen ser igual a cero ($\beta_0 = 0$), para usar entonces un modelo del tipo: $y = \beta_1 x$. Esto es con base en la premisa de que cuando la lluvia acumulada es igual a cero ($x = 0$), el rendimiento esperado intuitivamente tiene que ser igual a cero también ($y = 0$), a diferencia de un valor representado por β_0 .

El parámetro de la regresión (β_1) es utilizado para determinar los valores umbrales de lluvia que se requieren para obtener, como se señalaba, al menos la producción necesaria para cubrir los costos de recolección.

Se construye un modelo de regresión propio para cada etapa de crecimiento de cada cultivo dentro de cada ZARH, por lo que se tiene un valor umbral para cada estación-etapa-cultivo dentro de una misma ZARH. Así, por ejemplo, si en una región el parámetro de la regresión (β_1) es igual a 3.9415 y el rendimiento catastrófico de sorgo se considera en 460 kilogramos por hectárea, el valor

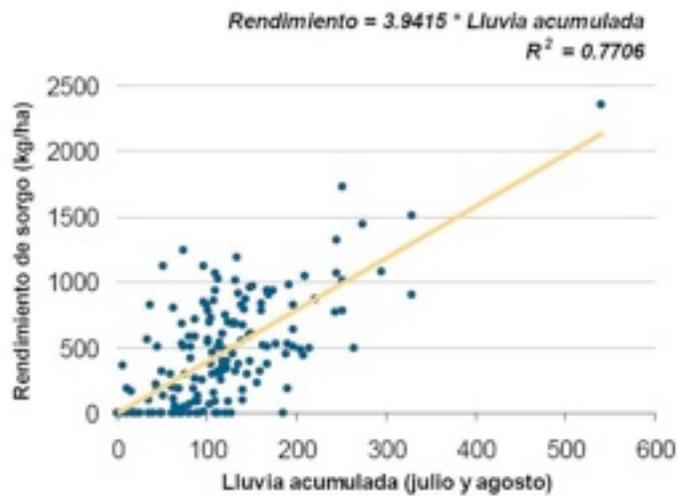


FIGURA 3. Regresión lineal del rendimiento de sorgo con la lluvia acumulada durante la etapa de floración en una ZARH al sureste del estado de Guanajuato.

umbral estará definido como: $460 = 3.9415x$, es decir que el valor umbral de lluvia

sería: $x = \frac{460}{3.9415} = 116mm$.

III. Infraestructura de Medición y Base de Datos Climáticos

Para hacer factible la operación de coberturas paramétricas aplicadas a la agricultura, fue necesario consolidar previamente el principal insumo de estos esquemas: la existencia de una base de datos homogénea y confiable de información climática de largo período.

En general la mayoría de los países cuentan con bases de datos climáticas con potencial de uso en seguros paramétricos, si bien la transferencia de riesgos a mercados internacionales relacionados con el clima está sujeta a ciertos requisitos mínimos (Boissonade, et al, 2002), relacionados principalmente con: i) la longitud temporal y continuidad de las series climáticas para la adecuada valuación de riesgos; y ii) la disponibilidad de la información en tiempo real o semi-real para la oportuna operación del seguro.

Tratándose de seguros orientados a la actividad agrícola, para realizar una adecuada simulación de procesos agrícolas es necesario, además de tales requerimientos mínimos, que los instrumentos de medición de la variable climática de interés se ubiquen en zonas geográficas cercanas a explotaciones agrícolas. La delimitación de la región de influencia de la estación climatológica y la verificación de que se encuentre en zonas de temporal puede ser realizada mediante el uso de sistemas de información geográfica.

Otro aspecto que debe considerarse en la utilización de información climática para el desarrollo y operación de seguros paramétricos, está relacionado con el faltante de registros de lluvias durante la vigencia del seguro, lo cual es un problema inherente al uso de estaciones climatológicas convencionales. Por ello y con la finalidad de garantizar la continuidad de la medición de la lluvia, es importante contar con estaciones o datos de respaldo para cada una de las estaciones utilizadas en el seguro.

IV. Características de la cobertura.

Actualmente la cobertura sólo ha protegido contra el riesgo de Sequía, pero está en desarrollo la cobertura de otros riesgos como exceso de lluvia (previsto a operar durante 2008) así como heladas y vientos fuertes para (2009); la limitante en este sentido ha sido la falta de infraestructura de estaciones climatológicas que operen en tiempo real y que midan otras variables climatológicas, además de la precipitación, como temperaturas o velocidad del viento.

A la fecha sólo se protegen los 4 cultivos básicos que se siembran en el territorio nacional: maíz, cebada, sorgo y frijol, pero se pretende proteger trigo también en un futuro cercano.

El esquema es catastrófico en el sentido de que se paga el total de la Suma Asegurada por unidad de riesgo (estación-cultivo) cuando la lluvia acumulada es menor a la establecida en la carátula de la póliza para cualquiera de las 3 etapas protegidas; es decir, no aplican pérdidas parciales. La Suma Asegurada máxima para el año 2008 asciende a \$900 por hectárea. El Gobierno Federal fija el número de hectáreas de cada cultivo que se le asignan a cada estación, considerando sólo la superficie total de todos los productores que posean hasta un máximo de 25 hectáreas. Cabe hacer notar que sólo se considera la superficie de temporal que no cuenta con procesos de apoyo con base en riego ya que ésta es la que está expuesta al riesgo de sequía principalmente.

V. Modelación del riesgo.

La metodología de valuación actuarial del riesgo debe ajustarse a la alta volatilidad que es inherente al comportamiento de esta variable climática. Algunos autores han sugerido que la variable aleatoria de lluvia acumulada sigue una distribución gama invertida (Mosiño y García, 1981); sin embargo, ante la evidencia empírica de que el comportamiento de la precipitación pluvial no se ajusta a una función de probabilidad paramétrica en específico, otros investigadores se han pronunciado a favor del uso de ajustes no-paramétricos como el de la función kernel, toda vez que representan de mejor manera la variabilidad de la lluvia (Alí, 1998).

En vista de esto se optó por ajustes no-paramétricos (Kernel Gaussiano) para cada etapa de cada estación climatológica por las siguientes razones: El tamaño de muestra es muy pequeño (en promedio 30 años por estación) como para poder encontrar a través de una prueba de bondad de ajuste (ya sea a través de la prueba Kolmogorov-Smirnov o la Anderson-Darling) una única función paramétrica que modele la lluvia acumulada; desconocimiento o falta de acuerdo de la comunidad científica meteorológica de la función de distribución que modela el fenómeno en cuestión; los ajustes de cualquier distribución paramétrica tienen como objetivo principal hacer que los primeros momentos de la distribución (esperanza y varianza) se aproximen a los observados en los datos (máxima verosimilitud), pero el interés principal de la valuación de este riesgo en particular no es el centro de la distribución (media) sino las colas, en particular la cola izquierda (sequía). Las distribuciones no-paramétricas estiman con mayor

eficacia las probabilidades en las colas de la distribución. Las funciones no-paramétricas de tipo Kernel Gaussiano (Silverman, 1986), se definen por:

$$f(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)$$

Donde:

n es el número de observaciones

h es una constante llamada ancho de banda

K es una función de densidad conocida (Normal en el caso Gaussiano)

x la variable aleatoria de interés

A efecto de ilustrar las ventajas de usar estas distribuciones se muestran ejemplos comparativos de ajustes a los datos de lluvia acumulada utilizando funciones paramétricas y no-paramétricas tipo kernel para algunas estaciones climatológicas. Puede observarse que los ajustes de las funciones no-paramétricas representan de manera más detallada la forma de la distribución de

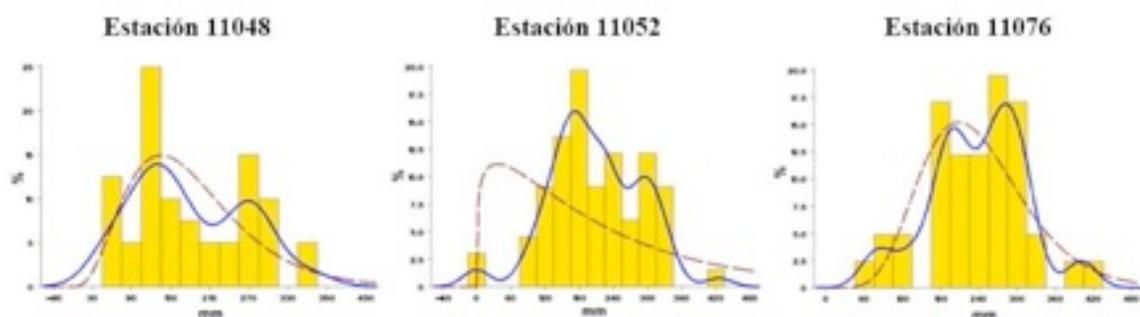


FIGURA 4. Histogramas de lluvia acumulada con ajustes paramétricos (línea punteada) vs. kernel (línea continua) para datos de tres estaciones climatológicas.

la precipitación; principalmente en la colas; en tanto que las funciones paramétricas no necesariamente realizan un buen ajuste (*Figura 4*).

Para calcular la probabilidad de que en cada etapa de cobertura de cada estación climatológica se detone el valor umbral y por lo tanto se pague la suma asegurada asignada a esa unidad de riesgo (estación-cultivo) se realizaron 10,000 simulaciones de cada kernel ajustado. Intuitivamente, la proporción de iteraciones en las que se observa una precipitación menor al umbral representa una buena estimación de la probabilidad.

De igual manera, al comparar el histograma de los datos observados con el resultante de las simulaciones realizadas mediante la función kernel y las paramétricas (Figura 5), se observa una conclusión análoga, destacando las diferencias en la cola izquierda de la distribución, en donde evidentemente, la función kernel ajusta mejor. El haber hecho un ajuste paramétrico a este ejemplo en particular hubiera significado una sub-valoración considerable del riesgo.

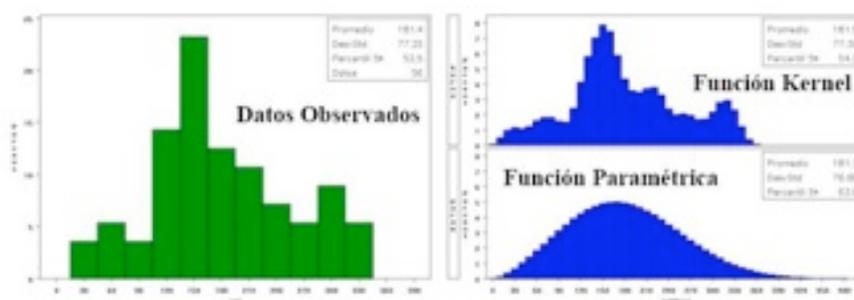


FIGURA 5. Histograma de precipitación acumulada en la etapa de siembra para los datos de una estación climatológica, para: a) datos observados, b) función kernel y c) función paramétrica.

Resulta lógico pensar, además, que las unidades de riesgo están correlacionadas entre sí ya que se trata de estaciones climatológicas que suelen estar cercanas geográficamente. Si bien es cierto, la presencia de micro climas nos dice que a nivel diario la precipitación puede ser diferente en dos puntos

cercanos, en una escala de tiempo mayor (semanas) la acumulación de lluvia en puntos cercanos suele estar correlacionada. Además también es conocido que la sequía se presenta a nivel regional y no a nivel local.

Resulta necesario entonces simular el comportamiento de la lluvia acumulada considerando las correlaciones existentes entre las estaciones que se encuentren cercanas. Así que para ser consistente con el uso de ajustes no-paramétricos las correlaciones deben calcularse por el método de correlaciones de rangos de Spearman, en vez de la correlación lineal de Pearson. Esto permitirá tener una mejor estimación de la dispersión del riesgo del portafolio, y por ende una mejor determinación de la pérdida máxima probable (PML) del mismo.

Sería óptimo correlacionar todas las unidades de riesgo del portafolio al mismo tiempo, pero debido a que no se cuenta con una historia estadística tan amplia se limitó a construir matrices de correlación a las ZARH dentro de cada estado en aquellos estados donde existieran muchas estaciones climatológicas o a la unión de varios estados vecinos donde fueran pocas las unidades de riesgo (estaciones), hasta donde el tamaño de muestra lo permitiera.

VI. Bibliografía

- Ali, A. (1998), “*Nonparametric Spatial Rainfall Characterization Using Adaptive Kernel Estimator*”, Journal of Geographic Information and Decision Analysis, vol. 2, num. 2, pp. 34-43.
- BLM, 1996a, Sampling vegetation attributes. Interagency Technical Reference. Rev. 1997 y 1999, National Applied Resources Sciences Center, Bureau of Land Management, U.S. Department of Interior.
- BLM, 1996b, Utilization studies and residual measurements. Interagency Technical Reference. Rev. 1997 y 1999, National Applied Resources Sciences Center, Bureau of Land Management, U.S. Department of Interior.
- Boissonade, A.C.; L.J. Heitkemper and D. Whitehead. Weather Data: Cleaning and Enhancement (2002). In: Dischel, Robert (ed). Climate Risk and the Weather Market: Financial Risk Management with Weather Hedges. RISK Books. London.
- Commodity Risk Management (2005). Lessons Learned.
- Conde, C.; R.M. Ferrer; R. Araujo; C. Gay; V. Magaña; J.L. Pérez; T. Morales y S. Orozco. El Niño y la Agricultura (1999). En: Los Impactos de El Niño en México. Magaña, V (ed). Secretaría de Gobernación, México, 2004. Primera reimpresión.
- Cressman, G.P. (1959). Operational Objective Analysis system. Mon. Wea. Rev., 87, 367-374.
- Delgadillo Macías, J.; T. Aguilar Ortega y D. Rodríguez Velásquez (1999). Los aspectos económicos y sociales de El Niño (1999). En: Los Impactos de El Niño en México. Magaña, V (ed). Secretaría de Gobernación, México, 2004. Primera reimpresión.

- Escamilla, J.; J. Ponce (1993). Ensayo sobre el Seguro Agrícola en México. Revista Actualidad en Seguros y Fianzas. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- FAO (1978). Agro-ecological zones Project. Methodology and results for Africa. World Soil Resources Report No. 48. Vol. 1.
- Hayes, M.J.; D.A. Svoboda, D.A. Wilhite and O.V. Vanyarkho (1999). Monitoring the 1996 drought using the standardized precipitation index. Bull. Amer. Meteorol. Soc. 80, 429-438.
- Hess, U.; K. Richter, A. Stoppa (NA). Weather Risk Management for Agriculture and Agri-Business in Developing Countries. IFC, World Bank and Procom Agr, Rome.
- Hess, U. (2003). Innovative Financial Services for India. Monsoon-Index Lending and Insurance for Smallholders. World Bank. Agriculture and Rural Development. Discussion Paper 9.
- Hess, U.; Joanna Syroka (2005). Weather-based Insurance in Southern Africa. The Case of Malawi. World Bank. Agriculture and Rural Development. Discussion Paper 13.
- INEGI, (1997). Diccionario de datos de Uso del Suelo y Vegetación, Escala 1:250 000 (Vectorial), Base de Datos Geográficos, INEGI.
- Jones, C.A. and J.R. Kiniry, ed. 1986. CERES-Maize: a simulation model of maize growth and development. Texas A&M University Press, College Station.
- McKee, T.B.; N.J. Doesken and J. Kleist (1993). Drought monitoring with multiple time-scales. Eighth Conference on Applied Climatology, Anaheim, California.
- Morduch, J. (2001). Rainfall insurance and vulnerability: Economic principles and cautionary notes. New York University.

- Mosiño, P. and E. García (1981). The variability of rainfall in Mexico and its determination by means of the gamma distribution. *Geografiska Annaler* 63A.
- Quijano, C.; J.A. Aguirre G. y E. Villarreal F. (1991). Un modelo de simulación para la predicción del comportamiento del frijol (*Phaseolus spp*). Primer Simposio Nacional del Frijol. Durango, Dgo.
- Quijano, C.; J.A. Aguirre G. y E. Villarreal F. (1991). Un modelo de simulación de la producción de maíz de temporal. Coloquio Mesoamericano de Sistemas de Producción.
- Quijano, C.; J.A. Aguirre, R. Paredes y J.A. Vargas (1995). Using Crop Growth Simulation Models to Support Agricultural Research Planning in Mexico. In: "Applying Crop Models and Decision Support Systems". Special Publication IFDC-SP-22. International Consortium for Agricultural Systems Applications.
- Quijano, C.; R. Paredes y E. Villarreal (1998a). MSPEC.IM. Modelo de simulación potencial ecológico de producción de los cultivos. Memoria del XVII Congreso Nacional de Fitogenética.
- Quijano, C.; R. Paredes y M.L. García (1998b). Caracterización de genotipos de maíz para la calibración de modelos de simulación dinámica. Memoria del XVII Congreso Nacional de Fitogenética.
- Quijano, C.; R. Rocha, J. Narro, M.L. García, M. Prieto, R. Yáñez, M.I. Hernández y R.M. Hernández et al. (2004). Sistema de Información para el Monitoreo del Potencial Ecológico de los Cultivos. Memoria del XXXII Congreso Nacional de la Ciencia del Suelo. León, Guanajuato.
- Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación. Anuarios estadísticos 1980-1998.
- Sharpley, A.N. and J.R. Williams. (1990). EPIC-Erosion/Productivity Impact Calculator. USDA Tech. Bull. 1768

- Silverman, B.W. (1986). Density Estimation for Statistics and Data Analysis. Chapman and Hall. London.
- Skees, J.; P. Hazell; M. Miranda (1999). New Approaches to Crop Yield Insurance in Developing Countries. IFPRI, Washington, D.C., USA.
- Skees, J.; P. Varangis, D. Larson, P. Siegel (2002). Can Financial Markets be Tapped to Help Poor People Cope with Weather Risks? World Bank. Development Research Group. Rural Development. Policy Research Working Paper 2812.
- Stoppa, A.; U. Hess (2003). Design and Use of Weather Derivatives in Agricultural Policies: the Case of Rainfall Index Insurance in Morocco. International Conference: Agricultural policy reform and the WTO where are we heading?
- Vaughan, E. (1989). Fundamentals of risk and insurance. New York. John Wiley & Sons.
- Villalpando, J.F. (1988). Metodología de la Investigación en Agroclimatología. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos. Consejo Directivo de la Investigación Agrícola, Pecuaria y Forestal. México.
- Wilks, D.S. (1995). Statistical Methods in the Atmospheric Sciences (An Introduction). International Geophysics Series. Vol. 59. Academic Press. 1995.
- World Bank (2005). Managing Agricultural Production Risk, Innovations in Developing Countries. Agriculture and Rural Development Department.
- World Bank (2005). Rural Finance Innovations. Topics and Case Studies. Agricultural and Rural Development Department.